1. Vordiplom Herbst 2002

Prüfung von R. Eichler

Physik I und II, D-MATH, D-PHYS & D-CHEM

0 Notenskala

$$\text{Note} \approx \frac{\text{Punkte} \cdot 5 + 9}{19}$$

1 Doppelstern (5 Punkte)

1.1

$$\begin{aligned} m_1 &= 3 \cdot 10^{33} kg \\ m_2 &= 4 \cdot 10^{33} kg \\ d &= 10^{17} m \\ G &= 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kgs^2} \end{aligned}$$

Das ganze als Kinderschaukel/Kinderwippe auffassen die ausbalanciert sein muss (Drehpunkt = Schwerpunkt), also muss die Summe aller Drehmomente 0 sein:

$$\begin{aligned} m_1 x &= (d - x) m_2 \\ x &= \frac{d m_2}{m_1 + m_2} \end{aligned}$$

oder nach Demtröder (S. 107) den Massenschwerpunkt berechnen, dazu den 0-Punkt in einer Masse wählen (hier m_1):

$$\begin{aligned} r_s &= \frac{1}{M_{total}} \sum_i m_i r_i \\ r_s &= \frac{d m_2}{m_1 + m_2} \\ 5.71 \cdot 10^{16} m &= \frac{10^{17} m \cdot 4 \cdot 10^{33} kg}{3 \cdot 10^{33} kg + 4 \cdot 10^{33} kg} \end{aligned}$$

Der Schwerpunkt ist $5.71 \cdot 10^{16} m$ von m_1 entfernt.

1.2

Siehe Demtröder Seite 67

$$\begin{aligned} m_1 \omega^2 r &= -G\frac{m_1 M_{total}}{r^2} \\ \omega &= \sqrt{\frac{GM_{total}}{r^3}} \\ 5.00 \cdot 10^{-14}\frac{1}{s} &= \sqrt{\frac{6.67 \cdot 10^{-11}\frac{m^3}{kgs^2}(3+4)\cdot 10^{33}kg}{(5.71 \cdot 10^{16}m)^3}} \end{aligned}$$

1.3

$$L = \vec{r} \times \vec{p}, \quad p = m\vec{v}, \quad v = r \times \omega \quad \Rightarrow L = r^2 m\omega$$

Für beide Massen den Drehimpuls berechnen:

$$\begin{aligned} rlL &= r_s^2 m_1 \omega + (d - r_s)^2 m_2 \omega \\ 8.58 \cdot 10^{53}\frac{kgm^2}{s} &= \\ 5.00 \cdot 10^{-14} \cdot \Big((5.71 \cdot 10^{16})^2 3 \cdot 10^{33} &+ (10^{17} - 5.71 \cdot 10^{16})^2 4 \cdot 10^{33}\Big)\frac{kgm^2}{s} \end{aligned}$$

2 π^0-Zerfall (7 Punkte)

2.1

$$\frac{135MeV}{2} = 67.5MeV$$

2.2

Siehe Demtröder Seite 129

$$\begin{aligned} E_0 &= m_0 c^2 \text{ Ruheenergie} \\ E &= m_0 \gamma c^2 \text{ mit } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v}{c}^2}} \\ E &= m_0 c^2 \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ E &= 135MeV\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(\frac{c}{2})^2}{c^2}}} = 135MeV\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{4}}} = 155.8MeV \end{aligned}$$

2.3

Siehe Demtröder Seite 100 (Bewegte Uhren laufen langsamer)

$$\begin{aligned} \Delta t\gamma &= \Delta\tau \\ 9.7 \cdot 10^{-17}s &= \sqrt{1-\frac{1}{4}} \quad 8.4 \cdot 10^{-17}s \end{aligned}$$

2.4

3 Geysir (7 Punkte)

3.1

Druck in 20m Tiefe (Annahme: $1m^3$ Wasser = $1000kg$ und Normaldruck $101325Pa$)

$$\begin{aligned} p_{20} &= p_{Normal} + p_{Wasser} \\ p_{20} &= p_{Normal} + \frac{mg}{A} = P_{Normal} + \varrho gh \\ 297325Pa &= 101325Pa + 1000 \cdot 9.8 \cdot 20 \frac{kgmm}{m^3 s^2} \end{aligned}$$

Siehe Demtröder Seite 324

$$\begin{aligned} T_S(p) &= T_S(p_0)\frac{1}{1-\frac{RT_S(P_0)}{\Lambda}\ln\frac{p}{p_0}} \\ 133^\circ C \approx 406.57K &= 373.15K\frac{1}{1-\frac{8.31 \cdot 373.15JKkgMol}{2256000 \cdot 0.018JKMolkg}\ln\frac{297325}{101325}} \end{aligned}$$

3.2

$$\begin{aligned} \Delta T &= 20K \\ c &= 4.18\frac{kJ}{kgK} \\ V_{total} &= \left(\frac{0.5}{2}m\right)^2 \pi 20m + \left(\frac{1}{2}m\right)^2 \pi 1m \\ &= \frac{3}{2}\pi m^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta Q &= \Delta T c V_{total}\varrho \\ 394MJ \approx 393955kJ &= 20K 4.18\frac{kJ}{kgK}1000\frac{kg}{m^3}\frac{3}{2}\pi m^3 \end{aligned}$$

3.3

$$\begin{aligned}
F &= \frac{185}{16}\pi \text{ Oberfläche des Wasserreservoir } m^2 \\
k &= 0.6 \text{ k-Wert } \frac{W}{m^2K} \\
T_F &= 873.15 \text{ Felstemperatur } K \\
T_{W0} &= 353.15 \text{ Wassertemperatur (bei } t = 0\text{) } K \\
T_{Wt} &= 373.15 \text{ Wassertemperatur (bei } t = t\text{) } K
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\Delta Q}{\Delta t} &= -kF(T(t) - T_F) \text{ mit } \Delta Q = cm\Delta T \Rightarrow \\
\frac{cm\Delta T}{\Delta t} &= -kF(T(t) - T_F) \\
\frac{\Delta T}{\Delta t} &= \frac{-kF}{cm}(T(t) - T_F)
\end{aligned}$$

Ansatz zur Lösung der Differentialgleichung:

$$T(t) = Ae^{\frac{-kF}{cm}t} + T_F$$

Randbedingungen bei $t = 0$:

$$T(0) = T_{W0} = A + T_F \Rightarrow A = T_{W0} - T_F \Rightarrow$$

$$T(t) = (T_{W0} - T_F)e^{\frac{-kF}{cm}t} + T_F$$

Wann ist $T(t) = T_{Wt}$:

$$\begin{aligned}
T_{Wt} &= (T_{W0} - T_F)e^{\frac{-kF}{cm}t} + T_F \\
\frac{T_{Wt} - T_F}{T_{W0} - T_F} &= e^{\frac{-kF}{cm}t} \\
\ln\left(\frac{T_{Wt} - T_F}{T_{W0} - T_F}\right) &= \frac{-kF}{cm}t \\
\frac{-cm\ln\left(\frac{T_{Wt}-T_F}{T_{W0}-T_F}\right)}{kF} &= t
\end{aligned}$$

$$\frac{-4180\frac{J}{kgK}1000\frac{kg}{m^3}\frac{3}{2}\pi m^3 \ln\left(\frac{373.15-873.15}{353.15-873.15}\right)}{0.6\frac{W}{m^2K}\frac{185}{16}\pi m^2} = 35447s = 9h50'47s$$

4 Seilwelle (6 Punkte)

4.1

Befinde mich beim Punkt x. Dauer bis die Welle (0.2m) an mir vorbei ist ($t_2 - t_0$, wähle $t_0 = 0s$):

$$v = \frac{s}{t} \Rightarrow t = \frac{s}{v} = \frac{0.2\frac{m}{s}}{10m} = 0.02s$$

Transversale Geschwindigkeiten zwischen den Zeiten $-\infty, t_0, t_1, t_2, +\infty$:

$$\begin{aligned}
&\rightarrow && 0\frac{m}{s} \\
t_0 &= && 0s \\
&\rightarrow && \frac{0.05m}{0.01s} = 5\frac{m}{s} \\
t_1 &= && 0.01s \\
&\rightarrow && \frac{-0.05m}{0.01s} = -5\frac{m}{s} \\
t_2 &= && 0.02s \\
&\rightarrow && 0\frac{m}{s}
\end{aligned}$$

4.2

Frequenzspektrum muss kontinuierlich sein (ähnlich eines Knalles) da nur ein Wellenberg vorhanden ist. Die Dreiecksfunktion ist gegeben durch $f(t) = c(1 - \frac{|t|}{b})$ mit $c = 0.05$ und $b = 0.01$ (0-Punkt bei der höchsten Amplitude). Fourieranalyse:

$$
\begin{aligned}
A(\omega) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t}\, dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-b}^{b} c\Big(1 - \frac{|t|}{b}\Big) e^{-i\omega t}\, dt \\
&= \frac{c}{\sqrt{2\pi}} \left[\int_{-b}^{0} \Big(1 - \frac{|t|}{b}\Big) e^{-i\omega t}\, dt + \int_{0}^{b} \Big(1 - \frac{|t|}{b}\Big) e^{-i\omega t}\, dt \right] \\
&= \frac{c}{\sqrt{2\pi}} \left[\int_{-b}^{0} e^{-i\omega t}\, dt - \frac{1}{b} \int_{-b}^{0} |t| e^{-i\omega t}\, dt + \cdots \right. \\
&= \frac{c}{\sqrt{2\pi}} \left[- \frac{e^{-i\omega t}}{i\omega} \bigg|_{-b}^{0} + \frac{e^{-i\omega t^2}}{2bi\omega} \bigg|_{-b}^{0} \cdots \right. \\
&= \frac{c}{\sqrt{2\pi}} \Big(\frac{e^{i\omega b}}{i\omega} - \frac{e^{-i\omega b}}{i\omega} \Big) \\
&= \frac{c}{i\omega\sqrt{2\pi}} \Big(e^{i\omega b} - e^{-i\omega b} \Big) \text{ mit } 2i \sin x = (e^{ix} - e^{-ix}) \\
&= -\frac{2c \sin \omega b}{\omega \sqrt{2\pi}}
\end{aligned}
$$

Wo ist Walter?

4.3

$$
\begin{aligned}
E_{kin} &= m_{Welle} \frac{v_{trans}^2}{2} \\
m_{Welle} &= \mu |\lambda| \\
E_{kin} &= \mu |\lambda| \frac{v_{trans}^2}{2} \\
2.795 J &= 0.01 \frac{kg}{cm} 2 \sqrt{10^2 + 5^2} \frac{5^2}{2} = \frac{\sqrt{125}}{4}
\end{aligned}
$$

5 Rollende Kugel (7 Punkte)

5.1

$$
\begin{aligned}
E_{pot_o} &= mgh \\
E_{kin_o} &= m\frac{v_o^2}{2} \\
E_{rot_o} &= c \\
E_{pot_u} &= 0 \\
E_{kin_u} &= m\frac{v_u^2}{2} \\
E_{rot_u} &= c
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
E_{pot_o} + E_{kin_o} + \underbrace{E_{rot_o}}_{c} &= \underbrace{E_{pot_u}}_{0} + E_{kin_u} + \underbrace{E_{rot_u}}_{c} \\
E_{pot_o} + E_{kin_o} &= E_{kin_u} \\
mgh + m\frac{v_o^2}{2} &= m\frac{v_u^2}{2} \\
\sqrt{2gh + v_o^2} &= v_u \\
\sqrt{2 \cdot 9.81\frac{m}{s^2}1m + 2^2\frac{m^2}{s^2}} &= 4.86\frac{m}{s}
\end{aligned}
$$

5.2

$$
\begin{aligned}
E_{rot} &= \frac{1}{2}I_{Kugel}\omega^2 \\
I_{Kugel} &= \frac{2}{5}mR^2 \\
\omega &= \frac{v}{R} \\
E_{rot} &= \frac{1}{2}\frac{2}{5}mR^2\frac{v^2}{R^2} = \frac{mv^2}{5}
\end{aligned}
$$

$$
[\mu] = m \Rightarrow [\mu g m \cos\alpha] = Nm \Rightarrow \frac{\mu}{R}gm\cos\alpha = N
$$

$$\begin{aligned}
E_{Reib} &= F_N s \frac{\mu}{R} \\
\alpha &= \arctan \frac{1}{10} \text{ Steigungswinkel} \\
F_N &= \cos \arctan \frac{1}{10} mg \\
E_{Reib} &= \cos \arctan \frac{1}{10} mg \sqrt{10^2+1} \frac{\mu}{R}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_{pot_o} + E_{kin_o} + E_{rot_o} &= \underbrace{E_{pot_u}}_{0} + E_{kin_u} + E_{rot_u} + E_{Reib} \\
gh + \frac{v_o^2}{2} + \frac{v_o^2}{5} &= \frac{v_u^2}{2} + \frac{v_u^2}{5} + \cos \arctan \frac{1}{10} g \sqrt{10^2+1} \frac{\mu}{R}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
gh + \frac{v_o^2}{2} + \frac{v_o^2}{5} - \cos \arctan \frac{1}{10} g \sqrt{10^2+1} \frac{\mu}{R} &= \frac{7}{10} v_u^2 \\
\sqrt{\frac{10}{7}\Big(gh + \frac{7}{10} v_o^2 - \cos \arctan \frac{1}{10} g \sqrt{10^2+1} \frac{\mu}{R}\Big)} &= v_u
\end{aligned}$$

$$\sqrt{\frac{10}{7}\Big(\frac{9.81 m^2}{s^2} + \frac{7 \cdot 4 m^2}{10 s^2} - \cos \arctan \frac{1}{10} \frac{9.81 m \sqrt{101} m \cdot 0.05}{s^2}\Big)} = 3.32 \frac{m}{s}$$

5.3

$$\frac{v_m}{R} = \text{Rotationsgeschwindigkeit } \frac{1}{s}$$

v_m brechnen wie in Aufgabe (5.2) jedoch mit $\frac{h}{2}$ und $\frac{s}{2}$:

$$\sqrt{\frac{10}{7}\Big(g\frac{h}{2} + \frac{7}{10} v_o^2 - \cos \arctan \frac{1}{10} g \frac{\sqrt{101}}{2} \frac{\mu}{R}\Big)} = v_m$$

$$\sqrt{\frac{10}{7}\Big(\frac{9.81 m^2}{2 s^2} + \frac{7 \cdot 4 m^2}{10 s^2} - \cos \arctan \frac{1}{10} \frac{9.81 m \sqrt{101} m \cdot 0.05}{2 s^2}\Big)} = 2.74 \frac{m}{s}$$

$$\frac{v_m}{R} = \frac{3.26\frac{m}{s}}{0.1m} = 27.4\frac{1}{s}$$

Lösungsversuch von Patrick, Susanne, Thomas, besten Dank auch an Salvi für die Tipps
ge-LaTeX am 22. Februar 2003
Thomas Kuster
thomas@fam-kuster.ch