Trägheitsmoment (2) θ

Physik Praktikum

15. November 2002

0 Zusammenfassung

Beim Versuch geht es darum eine Möglichkeit zur experimenteller Bestimmung des Trägheitsmomentes eines Körpers aufzuzeigen.
Im ersten Teil werden die Formeln für die rechnerische Bestimmung der Trägheitsmomente für einen Balken und eine Scheibe verifiziert.
Der zweite Verusch diennt der experimentellen Überprüfung des Satzes von Steiner (Drehachse wird im untersuchten Körper parallel verschoben).
Beim drehen der Drehachse in einem festen Punkt beschreibt der Trägheitsmoment einen Ellipsoid. Dies wird für den 2-Dimensonalen Fall (Ellipse) experimentell überprüft.

1 Direktionsmoment (D) der Drillachse

$$
\begin{aligned}
\theta_K &= \text{Trägheitsmoment Drillachse und Halterung } [kg\ m^2] \\
\theta_B &= \text{Trägheitsmoment eines Balken } [kg\ m^2] \\
T &= \text{Schwingungsdauer } [s] \\
D &= \text{Direktionsmoment, Richtmoment der Feder } [\frac{kg}{s^2}] \text{ oder } [\frac{kg\ m}{s^2\ {}^\circ}] \text{ ???}
\end{aligned}
$$

Schwingungsdauer

$$T = \frac{2 * \pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{\theta}{D}} \qquad T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{\theta_K + 2\theta_B}{D}} \qquad T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{\theta_K + 2\theta_B + \theta_S}{D}}$$

Trägheitsmoment einer Scheibe

$$\theta_S = \frac{1}{2} M_S R_S^2$$

Direktionsmoment

$$D = \frac{4\pi^2\theta_S}{T_1^2 - T_2^2}$$

2 Satz von Steiner

$T = 2\pi\sqrt{\frac{\theta_K+2\theta_B}{D}}$ (mit $\theta_K = 0$) für verschiedene parallele Verschiebungen der Drehachse (jeweils symmetrisch für beide Balken) werden gemessen.

$$\theta_{verschoben} = \theta_{Schwerpunkt} + d^2M$$

$d =$ Distanz Schwerpunkt Drehaschse $\qquad M =$ Gesamtmasse

Trägheitsmoment eines Balken (Kanten a, b, c und a parallel Drehachse)

$$\theta_B = M\frac{b^2+c^2}{12}$$

3 Trägheitsellipse

$\rho = \frac{1}{\sqrt{\theta}}$ in Richtung der Drehachse aufgetragen beschreibt einen Ellipsoid.
Experimenteller Beweis 2-Dimensional:
Ellipse:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (\text{mit } x = \rho\cos(\varphi) \quad y = \rho\cos(\varphi) \text{ und } \epsilon = 1 - \tfrac{b^2}{a^2})$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\rho^2} = \frac{1}{b^2} - \frac{\epsilon^2}{b^2}\cos^2(\varphi) = \theta = \frac{T^2D}{4\pi^2} = CT^2 \Rightarrow T^2 = A(1 - B\cos^2(\varphi))$$

© Thomas Kuster
thomas@fam-kuster.ch