

Physik III

Hinweise zu den Kärtchen

Physik III für Umweltnaturwissenschaftler

Die Kärtchen beziehen sich auf die Vorlesung von Markus Sigrist und Martin Suter, im SS 2005.

Erstellt von: Thomas Kuster, Roman Schenk (4. Semester, D-UWIS)

Verfügbar via: <http://fam-kuster.ch>

Wo versagt die klassische Physik?

- Schwarzkörperstrahlung
- Photoeffekt
- Beugung am Doppelspalt (Wellennatur von Teilchen)

Schwarzkörperstrahlung

Rayleigh-Jeans Gesetz Für kleine Frequenzen gilt:

$$u(\nu, T) \propto \nu^2 \Rightarrow \text{UV-Katastrophe (da } E \rightarrow \infty \text{ für grosse } \nu)$$

Wien'sche Gesetz Gesetz für grosse Frequenzen (ν):

$$E = h\nu \exp \frac{-h\nu}{kT}$$

nicht verwechseln mit dem Wien'sche Verschiebungsgesetz:

$$\lambda_{max}[\mu\text{m}] \cdot T[K] \approx 2898[\mu\text{mK}]$$

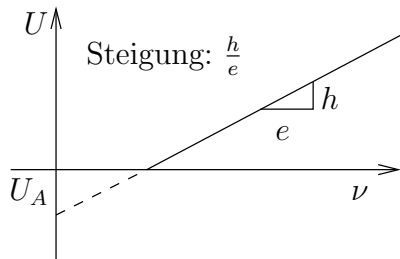
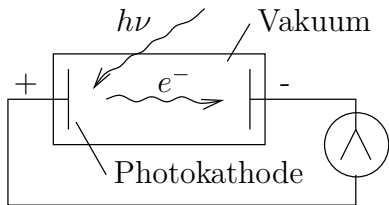
Photoeffekt

Interpretation nach klassischer Physik: U hängt von der Intensität der Strahlung ab. $U = f(I)$.

Empirisch wurde jedoch $U(\nu)$ festgestellt, bei grösserer Intensität wird lediglich die Endspannung U_{\max} schneller erreicht.

$$U = f(\nu)$$

$$U = \frac{h}{e}\nu - \underbrace{U_A} \Rightarrow eU = h\nu - e \underbrace{U_A}_{\text{Austrittsarbeit}}$$



Materialwellen

Reflektion an Kristallgitter

$$I = f(\varphi) \Rightarrow I_{\max} \text{ wenn } a \sin \varphi = n\lambda \quad n \in \mathbb{N}$$

Materialwellen

de Brogli-Wellen und Wellenpakete

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{2m_e U}$$

Materialwellen

Beugung am Spalt

Teilchenhäufigkeit(=Intensität) nach dem Einzelspalt ist proportional zum Amplitudenquadrat der de Broglie Welle. Beugung am Doppelspalt: Intensität nach dem Doppelspalt $\neq \Sigma$ Beugung an zwei Einzelspalten. Intensitätsmaxima findet sich hinter der Zwischenwand zwischen den beiden Spalten, also genau dort, wo es eigentlich gar nicht sein dürfte, wenn man von der Klassischen Physik (Teilchenbild) ausgeht. Der Effekt war vom Licht, das als Wellen gedeutet wurde, schon länger bekannt. Neu war, dass offenbar auch Elektronen dem Wellengesetz von de Broglie gehorchen. In der Natur äussert sich dieser Effekt in Schillernden Farben durch Interferenzen an sogenannten „Treppenstufen“ der Rippen auf Schmetterlingsflügeln und Vogelfedern, in Ölfilmen auf Wasser ist der Effekt ebenfalls zu beobachten. Teilchenbild und Wellenbild sind zwei verschiedene Beschreibungsweisen der Realität: **Dualismus**

Heisenberg'sche Unschärferelation

Ort–Impuls–Unschärfe besagt, dass es unmöglich ist, gleichzeitig Ort und Impuls eines Teilchens zu bestimmen

$$\Delta E \Delta t \geq h \text{ bzw. } \frac{\hbar}{2} \text{ Tipler ???}$$

Energie–Zeit–Unschärfe besagt, dass es zur genauen Messung der Energie eine genügend grosse Messzeit Δt braucht.

Formalismus der Quantenmechanik

- Schrödingergleichung
- Potentialtopf

Schrödingergleichung

Hamiltonoperator (\hat{H}) auf die Wellenfunktion (Ψ) angewendet.

Hamiltonoperator:

$$\hat{H} = \frac{1}{2m} \left(\frac{\hbar}{i} \right)^2 \underbrace{\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right)}_{\text{Laplace-Operator}(\Delta)} + V(x, y, z, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V(x, y, z, t)$$

Hamiltonfunktion ($H = E_{\text{tot}} = E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}}$):

$$\hat{H}\Psi = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta\Psi + V\Psi$$

Zeitunabhängige Schrödingergleichung:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta\Psi(\vec{r}) + V\Psi(\vec{r}) = E\Psi(\vec{r})$$

mit

$$\Psi(\vec{r}, t) = \exp(-i\omega t)\Psi(\vec{r}) = \exp(-i\frac{E}{\hbar}t)\Psi(\vec{r})$$

Potentialtopf

∞ tiefer Potentialtopf

$$V(x) = \begin{cases} 0 : & 0 \leq x \leq a \\ \infty : & \text{sonst} \end{cases}$$

Die Wahrscheinlichkeit, das Elektron, das im unendlich tiefen Potentialtopf eingesperrt ist, ausserhalb dieses Potentialtopf anzutreffen ist gleich 0 (und dies gilt nur beim unendlich tiefen Potentialtopf!).

Potentialtopf

Endlich Tiefer Potentialtopf

Zur Beschreibung des Elektrons wird die 1-dim. zeitunabhängige Schrödingergleichung verwendet: $\Psi(x, t) = \exp(-\frac{i}{\hbar}Et)\Psi(x)$ und

$\hat{H}\Psi(x) = E\Psi(x) \Rightarrow 0 \leq x \leq a$ mit $V = 0$:

$$\frac{\partial^2 \Psi(x)}{\partial x^2} + \frac{2mE}{\hbar^2} \Psi(x) = 0$$

dies entspricht der Differentialgleichung für den harmonischen Oszillator:

$$\frac{\partial^2 u(x)}{\partial x^2} + k^2 u(x)$$

deren Lösung lautet: $u(x) = A \sin(kt)$

für Schrödinger gilt also die Lösung:

$$\Psi(x) = \Psi_0 \sin\left(\frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}x\right) + \Psi_1 \cos\left(\frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}x\right)$$

Im Gegensatz zum unendlich tiefen Potentialtopf reichen die Wellenfunktionen im endlichen Fall über die Grenzen des Potentialtopfes. Die Wahrscheinlichkeit, ($P_n(x) = |\Psi_n(x)|^2$), das Teilchen ausserhalb anzutreffen ist $\neq 0$. Dies gilt insbesondere auch, wenn die Energie des Teilchens/des Elektrons nicht ausreicht, um die endlichen Potentialwände nach klassischer Sicht zu überwinden.

Tunneleffekt

Situation: ein Teilchen (als Welle betrachtet) trifft auf eine Potentialbarriere. Es kann diese nach klassischer Ansicht nur überwinden, wenn seine Energie grösser als das Potential der Barriere ist. Den Beobachtungen (??? welche Beobachtungen) und der Quantentheorie zufolge aber, kann diese auch überwunden werden, ohne vorige Bedingung eintritt. Dieser Effekt kann in der Natur bei radioaktivem Zerfall oder Austritt eines α -Teilchens aus dem Kernpotential, ohne dass dieses die ausreichende Energie dafür hätte (ist das nicht prinzipiell dasselbe, ob ein α -Teilchen oder ein anderer Atomkern abgespalten wird) beobachtet werden. Für die Technologie kann der Tunneleffekt mit Rastertunnelmikroskopen zur Abbildung von Oberflächen atomarer Massstäbe (Strukturen erkennbar < 1 Atom)

Harmonische Oszillator

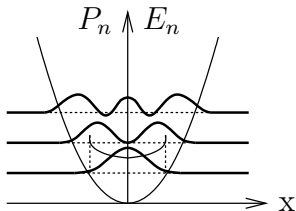
Rücktreibende Kraft (F) ist \propto zur Auslenkung (x).

Z. B. Moleküle wie CO, CO₂, HCl, ...

$$F = -fx \quad V(x) = \frac{fx^2}{2}$$

$$m\ddot{x} + \underbrace{\frac{f}{m}}_{\omega_0^2} x = 0 \quad [f] = \frac{N}{m} = \frac{kgm}{ms^2} \quad [m] = kg \Rightarrow [\omega] = s^{-1}$$

$$E_{\text{tot}} = V = \frac{f}{2}x^2 = \frac{m\omega_0^2}{2}x^2 \xrightarrow{\text{Hamilton}} E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_0 \text{ mit } n \in \mathbb{N}^0$$



Welche Energien haben Elektronen,
Nukleonen, Atome und Moleküle

$$E = mc^2 - \text{Massendefekt}$$

Elektron: 0.5 MeV

Proton/Neutron: ≈ 900 MeV

Molekül (z. B. CO₂): *approx* 44 GeV ???

Bohr'sches Atommodell

Elektronen können gemäss dem Bor'schen Atommodell auf verschiedenen „Bahnen“ mit verschiedenen aber diskreten Energiezuständen um den Atomkern kreisen. Elektronen können durch Absorption von elektromagnetischer Strahlung der entsprechenden Wellenlänge auf eine höhere Bahn gehoben werden, und unter Aussendung derselben elektromagnetischen Strahlungsfrequenz wieder herunterfallen:

$h\nu = E_k - E_l$ mit $E_k =$ höheres Energieniveau, $E_l =$ tieferes Energieniveau

$$|\vec{L}| = |\vec{r} \times m\vec{v}| = n\hbar \text{ mit } n \in \mathbb{N}$$

$$\underbrace{\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}}_{\text{Coulomb}} = \underbrace{\frac{mv^2}{r}}_{\text{Zentrifugalkraft}} \text{ mit } m = m_{\text{Elektron}}$$

Serien

Balmer Serie: Energiezustände des H-Atoms dessen Übergänge Licht im sichtbaren Bereich emittieren.

Andere sind z. B. die Lyman (UV) und Paschen (IR) Serien.

Quantenzahlen / Entartung

Neben der schon von Bohr entdeckten Quantenzahl n , fand man mit l , j und m noch weitere Quantenzahlen (Nebenquantenzahl und magnetische Quantenzahl) entdeckt.

Sie charakterisieren die Wellenfunktion der Aufenthaltswahrscheinlichkeit von Elektronen. Für jedes n existieren n^2 mögliche Wellenfunktionen, haben zwei Zustände dieselbe Energie, spricht man von Entartung.

Änderung der Quantenzahlen

Fallen Elektronen von höheren Energieniveaus auf tiefere hinunter, werden Photonen ganz bestimmter Frequenz bzw. Wellenlänge ausgesendet, man spricht von optischen Übergängen. Dabei sind aber nicht alle möglichen Kombinationen von Änderungen der Quantenzahlen erlaubt:

$$\Delta n = \text{beliebig (aber nicht 0)}$$

$$\Delta l = \pm 1$$

$$\Delta j = \pm 1 \text{ oder } 0, \text{ aber wenn } \Delta j = 0: j = 0 \text{ verboten}$$

Zeeman-Effekt

Setzt man auf ein auf einer Wellenlänge Photonen emittierendes Gas ein Magnetfeld an, werden die durch das Gas emittierten Spektrallinien aufgespalten. Grund dafür ist die Aufhebung der Entartung von $m_j \rightarrow$ die Elektronen erhalten eine sich leicht unterscheidende Energie aufgrund der unterschiedlichen m_j .

Molekül Physik

Was ist ein Molekül?

Was ist neu?

Molekül = Verbindung zwischen zwei oder mehr Atomen, so dass totale Energie kleiner als die Summe der Energien der einzelnen Atomen.

Neu: Moleküle können nicht nur verschiedene Energieniveaus aufgrund unterschiedlicher Elektronenbahnen, sondern auch aufgrund von Vibration und Rotation (unterschiedliche Anzahl aufgrund von Freiheitsgraden) haben.

LASER

Aufbau

Anwendung

LASER (Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation, Lichtverstärkung durch angeregte Strahlungsaussendung)

Aufbau Ein Aktives Medium wird durch Pumpen angeregt, so dass es nicht nur spontan, sondern auch stimuliert elektromagnetische Strahlung (Photon) aussendet. Im Gegensatz zur spontanen Emission ist das Licht der stimulierten Emission kohärent (???Schwingung in klar definierter Richtung und Frequenz)

Anwendung Nachrichtenübertragung, Materialbearbeitung, Medizin, Entfernungsmessung, Analytik, Umweltforschung (Schadstoffkonzentration in Luft, u.a.)

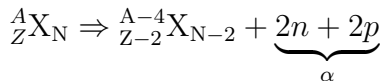
Zerfälle

- α -Zerfall
- β^- -Zerfall (Negatronzerfall)
- β^+ -Zerfall (Positronenzerfall)
- Elektroneneinfang (EC)
- Spaltung
- Fusion
- γ -Strahlung (kein Zerfall)

α -Zerfall

Emittierung eines α -Teilchens. α -Teilchen bestehen aus zwei Protonen und zwei Neutronen, sie entsprechen also einem Heliumkern. Nur schwere Elemente können α -Strahler sein.

In der Nuklidekarte in Richtung ↙.



Änderung der Kernzusammensetzung: Protonen: -2; Neutronen: -2;
⇒: Nukleonen: -4

Strahlung: α -Strahlung (= Heliumkerne)

Reichweite: einige cm (in der Luft) mit scharf begrenztem Wirkungsbereich

β^- -Zerfall

Zerfall eines Neutrons (n) in ein Proton (p), ein Elektron und ein Anti-Neutrino ($\bar{\nu}$). Emittierung eines Elektrons sowie eines Anti-Neutrinos (überflüssige Energie steckt im Anti-Neutrino. (Gegenstück zum β^+ -Zerfall))

In der Nuklidekarte in Richtung ↖.



Änderung der Kernzusammensetzung: Protonen: +1; Neutronen: -1;
⇒: Nukleonen: 0

Strahlung: β^- -Strahlung (= Elektronen und Anti-Neutrinos ($\bar{\nu}$))

Reichweite: einige Meter (in Luft), mit diffuser Begrenzung

β^+ -Zerfall

Zerfall eines Protons in ein Positron (e^+) und ein Neutron (n), sowie ein Neutrino. Dies tritt nur bei gebundenen Protonen auf. Freie Protonen sind äusserst stabil (ca. 10^{-31} Jahre. Emittierung eines Positrons (e^+) und eines Neutrinos (Gegenstück zum β^- -Zerfall). Nur möglich für E grösser als 1.022 MeV, sonst nur EC.

In der Nuklidekarte in Richtung \searrow .



Änderung der Kernzusammensetzung: Protonen: -1; Neutronen: +1;
 \Rightarrow : Nukleonen: 0

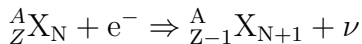
Strahlung: β^+ -Strahlung (= Positronen und Neutrinos)

Reichweite: einige cm

Elektroneneinfang

Ein Proton reagiert mit einem eingefangenen Elektron zu einem Neutron und einem Neutrino, welches emittiert wird. Diese Reaktion tritt häufig mit dem β^+ -Zerfall auf.

In der Nuklidekarte in Richtung \searrow .



Änderung der Kernzusammensetzung: Protonen: -1; Neutronen: +1;
 \Rightarrow : Nukleonen: 0

Strahlung: Neutrino (kann man denn hier auch wirklich von Strahlung sprechen?)

Reichweite: k.A. Wenn Strahlung (siehe obere Zeile) dann wohl β^+ -Strahlung ohne Positronen, also einige cm.

Ursprung der Radioaktivität

Bei Entstehung der Elemente im Sonnensystem entstanden viele instabile Kerne, die aber aufgrund ihrer kurzen Halbwertszeit (=Zeit, bis nur noch die Hälfte der Ursprungskerne vorhanden sind), bis heute sind fast alle schon zerfallen sind. Die drei schwersten, noch vorhandenen sind ^{232}Th orium; ^{235}U ran, und ^{238}U ran. Sie bilden die Ausgangspunkte der Zerfallsreihen, welche allesamt im Metastabilen Blei (Pb) landen. Aufgrund dessen hohen Bindungsenergie pro Nukleon (magische Zahl?).

Spaltung

Spaltung

symmetrisch:



z. B. Uran: Bei der durch Neutronen induzierte Spaltung von ${}^{235}\text{Uran}$, spaltet sich das Atom asymmetrisch in ${}^{141}\text{Iod}$ (aktiviert) und ${}^{95}\text{Yttrium}$ (aktiviert).

${}^{141}\text{Iod}$, zerfällt weiter in ${}^{140}\text{Iod}$ und unter Emission eines Neutrons in ${}^{140}\text{Xenon}$, welches weiter entweder in ${}^{139}\text{Xenon}$ (unter verzögerter Neutronemission) $\rightarrow {}^{139}\text{Cäsium} \rightarrow {}^{139}\text{Barium} \rightarrow {}^{139}\text{Lanthanum}$ (stabil) zerfällt, oder in ${}^{140}\text{Cäsium} \rightarrow {}^{140}\text{Barium} \rightarrow {}^{140}\text{Lanthanum} \rightarrow {}^{140}\text{Cerium}$ (stabil)

${}^{95}\text{Yttrium} \rightarrow {}^{94}\text{Yttrium}$ (sofort unter Neutronemission) $\rightarrow {}^{94}\text{Zirkonium}$ (stabil)

Beide unter β^- -Zerfall (keine Massenabnahmen).

Bei der Spaltung von ${}^{235}\text{Uran}$ wird Energie von ca. 220 MeV frei.

Fusion

Fusion

γ -Strahlung

Kein Zerfall, angeregter Kern sendet γ -Strahlen aus beim zurückfallen.
Beim Zerfall von Kernen (α oder Spaltung) entstehen häufig angeregte Kerne, die unter γ -Strahlung zu ihrem Normalzustand zerfallen.

Abbremsprozesse

Probenmaterial wird mit Ionen beschossen. Dabei werden die Ionen je nach Beschaffung des Materials, bzw. Art des Stoss-Vorgangs (Stoss mit Elektronen, Kern, oder nur Abbremsung durch Coulombkräfte), unterschiedlich stark abgebremst oder abgelenkt. Sie gelangen also unterschiedlich weit in die Proben hinein, bzw. kommen in unterschiedlichen Winkeln wieder heraus.

Wechselwirkung mit Elektromagnetischerstrahlung mit Materie

Wird Materie von elektromagnetischer Strahlung durchschossen, so wird deren Intensität durch Wechselwirkungen der γ -Quanten mit Atomelektronen, Kernen oder elektrischen Feldern der Kerne und Elektronen, abgeschwächt. Die Wirkung reicht dabei von totaler Absorption über inelastische Streuung (inkohärent) bis elastische Streuung (kohärent). Die Prozesse, die dabei auftreten heißen: Photoeffekt, Comptoneffekt und Paarerzeugung

Photoeffekt

Atomelektronen können die gesamte Energie des γ -Quants absorbieren, und dabei in einen höheren gebundenen Zustand wechseln oder gar die Elektronenhülle verlassen. Die Kinetische Energie des emittierten Elektrons ist dabei:

$$T = h\nu - B_e$$

B_e = Bindungsenergie, abhängig von Kernladung, und seiner Schale.

Comptoneffekt

Wenn die Bindungsenergie des Elektrons gegen die Energie ($h\nu$) des Photons klein ist, kann elastische Streuung des Photons auftreten: Das Elektron erhält einen Teil der Photonenenergie, wobei sich die Frequenz des Photons ändert.

$e^- - e^+$ -Paarerzeugung

Wenn die γ -Energie $h\nu$ grösser als die doppelte Ruheenergie des Elektrons, so kann das γ -Quant unter gleichzeitiger Bildung eines Elektrons und eines Positrons vernichtet werden. Die dabei überschüssige Energie nehmen die beiden Teilchen als kinetische Energie mit.

Kernteilchen Abkürzungen

72

Antwort

A: Nukleon

Z: Protonen (Ordnungszahl)

N: Neutronen

$$A = Z + N$$

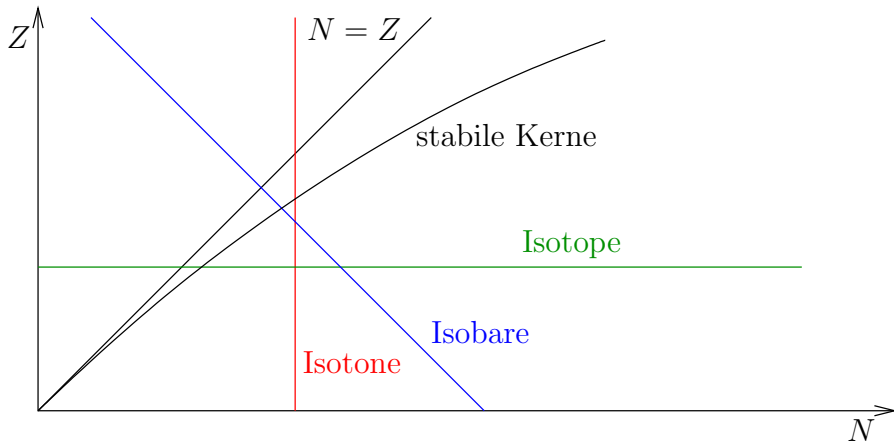
Nuklidekarte

Isotope: $Z = k$

Isobare: $A = k$

Isotone: $A - Z = N = k$

Isomere: A und $Z = k$ metastabile Zustände



Tröpfchenmodell

$$m(Z, A) = Zm_H + (A - Z)m_n - a_V A + a_S A^{\frac{2}{3}} + a_C Z^2 A^{-\frac{1}{3}} + a_A \frac{(Z - \frac{A}{2})^2}{A} + \begin{cases} +\delta \\ 0 \\ -\delta \end{cases}$$

Volumenenergie ($a_V A$): Kondensationsenergie die frei wird, dominanter Term, erklärt die Näherung: $m(Z, A) = Zm_H + (A - Z)m_n - B/A(???)$

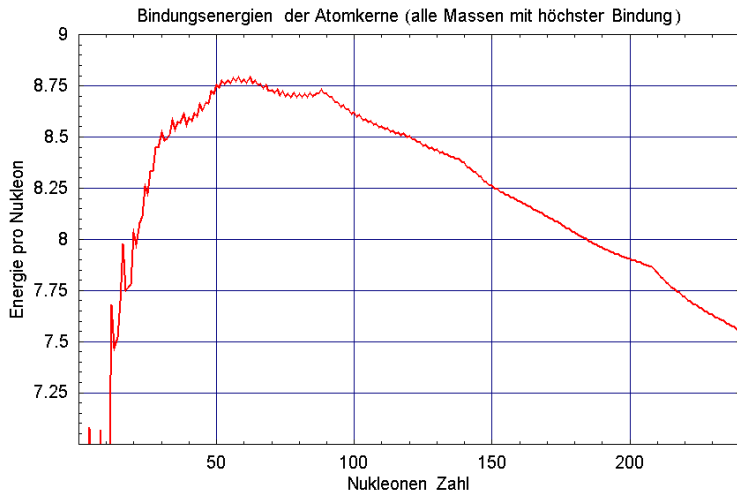
Oberflächenenergie ($-a_S A^{\frac{2}{3}}$): Nukleonen an der Oberfläche sind weniger stark gebunden.

Coulombenergie ($-a_C Z^2 A^{-\frac{1}{3}}$): Coulombabstossung zwischen den Protonen.

Asymmetrienergie ($-a_A \frac{(Z - \frac{A}{2})^2}{A}$): Wird verringert wenn $Z \neq N$

Paarungsenergie $\left(\begin{array}{l} \left(\begin{array}{ll} +\delta & \text{gg - Kerne} \\ 0 & \text{ug, gu - Kerne} \\ -\delta & \text{uu - Kerne} \end{array} \right) \end{array} \right) : \delta \approx a_P A^{-\frac{1}{2}}$

Bindungsenergie von Atomkernen



Magische Zahlen

Zahlenwerte für N und Z

N: 2 8 20 28 50 82 126 (184) (196)

Z: 2 8 20 28 50 82 (114) (164)

Die Werte in Klammern wurden theoretisch berechnet, aber noch nicht empirisch gemessen, bzw. bewiesen.