

Übungsblatt 5 zur Quantenelektronik I

Bereitgestellt: 16.04.07

Abgabe: 23.04.07

Rückgabe: 08.05.07

Aufgabe 1 Brewsterwinkel beim Prisma

Eine elektromagnetische Welle soll ein Glasprisma durchlaufen, ohne Reflexionsverluste zu erleiden. Das Prismenmaterial habe den Brechungsindex n und befinde sich in Luft mit dem Brechungsindex 1.

- Welche Polarisation muss die Welle haben?
- Zeigen Sie allgemein, dass sich Reflexionsverluste nur dann völlig vermeiden lassen, wenn der Strahlengang durch das Prisma symmetrisch ist.
- Berechnen Sie den Apexwinkel α (d.h., den Winkel zwischen den beiden vom Strahl durchstossenen Flächen) und den Gesamtablenkungswinkel δ .
- Berechnen Sie Einfallswinkel, Apexwinkel und Gesamtablenkungswinkel für den Fall eines Prismas aus Quarzglas und einem HeNe-Laser als Lichtquelle (also $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ und damit $n = 1.457$).

Aufgabe 2 Strahlteiler

Ein optischer Strahlteiler (z. B. ein schräg aufgestellter teildurchlässiger Spiegel) lässt sich als eine optische Komponente auffassen, die zwei Eingänge mit komplexen Amplituden $E_{1,\text{in}}$ und $E_{2,\text{in}}$ (und gleicher Frequenz) in zwei Ausgänge mit den Amplituden $E_{1,\text{out}} = aE_{1,\text{in}} + bE_{2,\text{in}}$ und $E_{2,\text{out}} = cE_{1,\text{in}} + dE_{2,\text{in}}$ überführt.

- Leiten Sie aus der Forderung nach Energieerhaltung zwei Gleichungen her, die die Koeffizienten a und c bzw. b und d miteinander verknüpfen. (Tip: Setzen Sie dafür jeweils eines der Eingangsfelder auf 0.)
- Zeigen Sie, dass Gleichungen der Form $E_{1,\text{out}} = tE_{1,\text{in}} + rE_{2,\text{in}}$ und $E_{2,\text{out}} = rE_{1,\text{in}} + tE_{2,\text{in}}$ mit reellen Koeffizienten r und t die Bedingungen aus Teil a) erfüllen können, aber trotzdem wegen der Energieerhaltung nicht möglich sind. (Tip: Setzen Sie $E_{1,\text{in}} = E_{2,\text{in}}$.) Beheben Sie diesen Mangel durch Änderung von Vorzeichen.

Aufgabe 3 Reflexion an einer Metalloberfläche

Für ein ideales Metall (freie Elektronen, die somit per Definition keine Rückstellkraft oder Dämpfung bei der Wechselwirkung mit der elektromagnetischen Schwingung erfahren), können wir den komplexen Brechungsindex gemäss Kapitel 1, Abschnitt 1.4.8 schreiben als

$$n(\omega) = n_r + in_i = \sqrt{1 - \frac{\omega_{pl}^2}{\omega^2}}, \text{ wobei für die Plasmafrequenz } \omega_{pl}^2 = \frac{Ne^2}{\epsilon_0 m_e} \text{ gilt mit der freien}$$

Elektronendichte N . Für $\omega > \omega_{pl}$ breitet sich eine elektromagnetische Welle im Metall aus, für $\omega < \omega_{pl}$ dringt die Welle nicht ein. Hier wollen wir uns mit der Reflexion an der Grenzfläche Luft zu Metall im Spezialfall des senkrechten Einfalls beschäftigen.

- Leiten Sie je einen Ausdruck für die Intensitätsreflexion unterhalb ($\omega < \omega_{pl}$) und oberhalb ($\omega > \omega_{pl}$) der Plasmafrequenz her.

- b) Ein typisches Metall hat eine Elektronendichte $N = 6 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$. Berechnen Sie die Plasmafrequenz und die zugehörige Wellenlänge λ_{pl} . Wie gross ist die Reflexion bei Wellenlängen von 125 nm und 145 nm?