

Übungsblatt 3 zur Quantenelektronik I

Bereitgestellt: 2.04.07

Abgabe: 10.04.07

Rückgabe: 17.04.07

Aufgabe 1 *Kompression von Attosekundenpulsen*

Pulse mit einer Dauer im Bereich von 100 as ($1 \text{ as} = 10^{-18} \text{ s}$) können heute im Vakuumultravioletten Spektralbereich und im Röntgenbereich mit Hilfe intensiver Laserpulse erzeugt werden. Der dabei zugrunde liegende Prozess führt intrinsisch zu einem positiven Chirp des erzeugten Pulses. In PRL **94**, 033001 (2005) wurde von López-Martens et al. gezeigt, dass ein dünner Aluminiumfilm für die Kompensation dieses Chirps und damit für die Kompression des Pulses verwendet werden kann. Dieses Resultat soll hier nachvollzogen werden.

Wir nehmen folgende Sellmeier-Gleichung für den Realteil des Brechungsindex von Aluminium an, welche in einem engen Bereich um den hier betrachteten Spektralbereich gültig ist:

$$n^2 - 1 = \frac{1.0853 \cdot \lambda^2}{\lambda^2 - (140.64 \text{ nm})^2} + \frac{5.6791 \cdot 10^{-3} \cdot \lambda^2}{\lambda^2 - (24.098 \text{ nm})^2} + \frac{1.2303 \cdot \lambda^2}{\lambda^2 - (144.94 \text{ nm})^2} \quad (\lambda \text{ in nm})$$

Ohne den Aluminiumfilter sei der erzeugte Puls ein Gausspuls mit einer Zentralwellenlänge von 40 nm (31 eV Photonenenergie), einer Pulsdauer von 500 as und einer spektralen Bandbreite von 12 eV.

- a) Berechnen Sie mit Hilfe der obigen Sellmeier-Gleichung folgende Größen bei der Zentralwellenlänge des Pulses: Phasen- und Gruppengeschwindigkeit, Dispersion zweiter und dritter Ordnung (GDD in fs^2 und TOD in fs^3 , für $L = 1 \text{ mm}$ Weg).
Tip: Am einfachsten verwendet man die Funktion $k_n(\omega) = (\omega/c) \cdot n(\omega)$ und berechnet die Ableitungen nicht analytisch, sondern näherungsweise mit einer vernünftig gewählten Schrittweite. Wie prüft man, was hier "vernünftig" ist?
- b) Wie dick muss der Aluminiumfilm sein, um den Puls auf sein Transformlimit zu komprimieren? (Wir nehmen hier an, dass der ursprüngliche Puls über einen rein linearen Chirp verfügt, d.h. höhere Ordnungen Dispersion werden vernachlässigt).
- c) Finden Sie mit Hilfe der Webseite http://www-cxro.lbl.gov/optical_constants/ heraus, wieviel Licht bei der Zentralwellenlänge noch durch diesen Aluminiumfilm transmittiert wird. Betrachten Sie auch die Transmission durch 1 cm Luft bei dieser Wellenlänge.
- d) In b) wurden die höheren Ordnungen der Dispersion vernachlässigt. Schätzen Sie mit Hilfe der Resultate aus a) ab, ob die dritte Ordnung Dispersion für diesen Puls wirklich vernachlässigbar ist. Wie sieht die Situation bei einem Puls mit einer zehnmal längeren transformlimitierten Pulsdauer aus?
- e) Obige Sellmeier-Gleichung wurde durch einen Fit an numerische Daten von http://www-cxro.lbl.gov/optical_constants/ erhalten. Welche Gefahren birgt die numerische Berechnung der Dispersionskoeffizienten, wie sie in a) durchgeführt wurde, wenn man nicht wie in dieser Aufgabe von einer "analytischen" Formel aus startet, sondern Messdaten für die Rechnung heranzieht? Behebt der Fit einer analytischen Funktion an die Messdaten dieses Problem komplett?

Aufgabe 2 "Chirp" eines Pulses als Effekt von Dispersion

Für eine Schwingung mit z. B. gegebenem zeitabhängigen E-Feld kann man eine "instantane Kreisfrequenz" (oder momentane Kreisfrequenz) definieren gemäss $\omega_i(t) = \frac{\partial \varphi}{\partial t}$, wobei $\varphi(t)$ der Phasenwinkel der zeitabhängigen komplexen Amplitude ist.

- Zeigen Sie, dass diese Definition sinnvoll ist, wenn sie auf eine einfache harmonische Schwingung angewandt wird.
- Berechnen Sie $\omega_i(t)$ für einen Gauss-Puls, der anfänglich bandbreitebegrenzt war und dann ein Medium der Länge L_d mit Dispersion zweiter Ordnung durchlaufen hat (siehe Kapitel 2.4 und 2.5 im Skript). Zeigen Sie, dass $\omega_i = \omega_0$ im Zentrum des Pulses gilt und dass ω_i linear mit t zunimmt, wenn die Dispersion $\frac{d^2 k_n}{d\omega^2}$ des Mediums positiv ist. (Dies nennt man einen "up-chirp" oder "positiven chirp".)
- Zeigen Sie, dass die Grösse $\frac{d\omega_i}{dt}$ mit zunehmender Länge L_d des Mediums zunächst linear zunimmt, um später aber sogar umgekehrt proportional zu L_d abzunehmen. Wie gross ist die Pulsverbreiterung für die Länge L_d , für die $\frac{d\omega_i}{dt}$ maximal ist? Versuchen Sie diese Resultate anschaulich zu deuten.

Aufgabe 3 Wellenausbreitung in einem Plasma

- Für die freien Elektronen in einem Plasma gilt die Bewegungsgleichung $m_e(\ddot{x} + \dot{x}/\tau_e) = -eE$, wobei E die elektrische Feldstärke einer elektromagnetischen Welle im Plasma ist. Wie ist τ_e zu interpretieren? Für die positiven Ionen, die wir als einfach geladen annehmen, gilt eine ähnliche Gleichung. Geben Sie eine Formel für die Suszeptibilität des gesamten Plasmas an. Verwenden Sie hierfür Ergebnisse aus dem Skript. Warum ist der von den Elektronen stammende Anteil dominierend?
- Wir betrachten nun nur den Beitrag der Elektronen und vernachlässigen den Dämpfungsterm. Diskutieren Sie die Ausbreitung von elektromagnetischen Wellen im Plasma. Zeigen Sie, dass die Ausbreitung für Frequenzen oberhalb und unterhalb der Plasmafrequenz qualitativ unterschiedlich erfolgt. Tritt für Frequenzen unterhalb der Plasmafrequenz Absorption auf? Diskutieren Sie die Tatsache, dass für Rundfunk mit Kurzwellen die Reflexion an der Ionosphäre ausgenutzt werden kann, nicht aber für Ultrakurzwellen.