

Lösungen: Übungsblatt 10 zur Quantenelektronik I

Aufgabe 1 Erbium-Faserverstärker und –Faserlaser

- a) Nur die Niveaus 1 und 2 können erheblich bevölkert werden. Wir haben also Dichten N_1 und N_2 mit $N_1 + N_2 = N_d$. Mit $\tilde{I}_{p,L} = \frac{I_{p,L}}{h\nu_{p,L}}$ erhalten wir dann die Ratengleichung

$$\frac{dN_2}{dt} = \sigma_{13}\tilde{I}_p N_1 + \sigma_{12}\tilde{I}_L N_1 - \sigma_{21}\tilde{I}_L N_2 - N_2/\tau_2.$$

Wir setzen $N_1 = N_d - N_2$ ein und erhalten im stationären Fall ($\frac{dN_2}{dt} = 0$) das Resultat $N_2 = \frac{\sigma_{13}\tilde{I}_p + \sigma_{12}\tilde{I}_L}{\sigma_{13}\tilde{I}_p + (\sigma_{12} + \sigma_{21})\tilde{I}_L + 1/\tau_2} \cdot N_d$.

- b) Wir haben einen Term für Verstärkung durch stimulierte Emission und einen für Absorption: $2g = N_2\sigma_{21} - N_1\sigma_{12} = N_2(\sigma_{21} + \sigma_{12}) - N_d\sigma_{12}$.

Für kleine Pumpintensitäten steigt N_2 zunächst linear mit I_p , um dann auf den Wert N_d zu sättigen. Entsprechend steigt g zunächst linear an, und zwar von $g = -N_d\sigma_{12}/2$ für $I_p = 0$ ausgehend, um dann auf den Wert $+N_d\sigma_{21}/2$ zu sättigen.

- c) Da für grosses I_p praktisch alle Ionen angeregt sind, tritt die höchste Verstärkung dort auf, wo der Emissionswirkungsquerschnitt σ_{21} am grössten ist, also bei etwa 1530 nm.

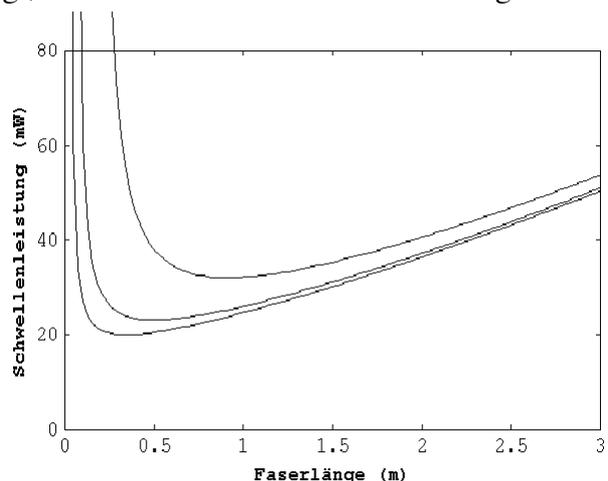
"Grosses I_p " bedeutet hier, dass $I_p \gg I_{p,sat} = h\nu_p / (\sigma_{13}\tau_2)$.

Für weniger starke Anregung ist auch die Absorption wichtig, die bei zunehmender Wellenlänge schneller abnimmt als die Emission, so dass sich das Verstärkungsmaximum zu längeren Wellenlängen hin verschiebt. Typischerweise arbeiten Erbium-Faserlaser bei Wellenlängen zwischen 1.53 μm und 1.58 μm . Ein grösserer Bereich wird zugänglich, wenn man wellenlängenselektive Komponenten im Resonator verwendet (z. B. als Endspiegel).

Wenn die Resonatorverluste erhöht werden, muss die Anregungsdichte steigen, damit die entsprechend höhere Verstärkung erreicht wird. Dies verschiebt das Verstärkungsmaximum, so dass die Laserwellenlänge kürzer wird.

Die Pumpleistung hat dagegen keinen Einfluss auf die Laserwellenlänge, da unabhängig von ihr ein bestimmter Wert von N_2 benötigt wird, um die Resonatorverluste zu kompensieren. Für grössere Pumpleistung wird N_2 nicht grösser, sondern im Gleichgewicht durch zunehmende stimulierte Emission auf einem konstanten Wert stabilisiert. Da das Verstärkungsspektrum allein von N_2 abhängt, ändert sich also die Laserwellenlänge nicht.

- d) Für sehr kurze Faserlängen kann selbst mit beliebig viel Pumpleistung (d. h. vollständiger Inversion) nicht genügend Verstärkung erzeugt werden. Für zunehmende Faserlänge nimmt die Schwellenleistung dann zunächst stark ab, weil eine weniger starke Inversion und damit weniger Pumpintensität benötigt wird. Für weiter zunehmende Faserlänge nehmen dann allerdings die



Verluste durch Reabsorption zu, so dass die Schwelle wieder ansteigt, und zwar für grosse Faserlängen linear. Die Abbildung zeigt ein typisches Beispiel (numerisch berechnet) für 10 %, 20 % und 50 % Auskoppeltransmission.

- e) Bei solchen Absorptionsprozessen wird ein Er^{3+} -Ion angeregt, so dass die Energie für den Laser nicht verloren ist. Der Effekt der Reabsorption vergrössert also zunächst nur die Schwellenleistung, ohne aber die differentielle Effizienz zu reduzieren. Allerdings wird dadurch die effektive Effizienz (Quotient von Laserleistung und Pumpleistung) reduziert. Zusätzlich zwingt die Reabsorption dazu, die Kristalllänge begrenzt zu halten, was bei endgepumpten Lasern wiederum die Effizienz der Pumpabsorption begrenzt.

Aufgabe 2 Thermische Linse

- a) In zylindrischen Koordinaten haben wir $\Delta T = \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} = -Q/K = \text{const}$. Diese Gleichung können wir erfüllen mit dem Ansatz $T(r) = -ar^2 + b$, welcher uns auf die Beziehung $4a = Q/K$ und damit $a = Q/4K = \frac{P}{4\pi R^2 LK}$ führt. (Es ist leicht ersichtlich, dass ein linearer Term in r als Ansatz nicht geeignet ist.) Mit der Konstanten $b = T_0 + aR^2$ erfüllen wir schliesslich die Randbedingung $T(R) = T_0$.
- b) Zunächst stellen wir für eine Linse den Zusammenhang zwischen der Brennweite und der r -abhängigen Phasenverschiebung her. Dazu betrachten wir eine Kugelwelle, die von einem Punkt im Abstand f von der Linse ausgeht. Beim Radius r tritt gegenüber dem Strahl bei $r = 0$ ein Wegunterschied $\sqrt{f^2 + r^2} - f \approx r^2 / (2f)$ (für $r \ll f$) auf. Dem entspricht eine Phasenverschiebung $\varphi(r) = kr^2 / (2f)$ (mit $k = 2\pi / \lambda = \text{Wellenzahl des Lichts}$). Die Linse muss die gegensätzliche Phasenverschiebung erzeugen, um den Strahl zu kollimieren.

Bei dem Laserkristall haben wir dagegen $\varphi(r) = k \frac{\partial n}{\partial T} (T(r) - T(0)) \cdot L = -k \frac{\partial n}{\partial T} \cdot ar^2 \cdot L$.

Durch Vergleich der beiden Formeln erhalten wir $\frac{\partial n}{\partial T} \cdot a \cdot L = \frac{1}{2f}$. Die Brechkraft ist also

$$f^{-1} = 2 \frac{\partial n}{\partial T} a L = \frac{\partial n}{\partial T} \frac{P}{2\pi R^2 K}.$$

Bem.: Wir sehen, dass die Brechkraft unabhängig von der Länge L ist und bei grösserem R abnimmt. In der Praxis nützt eine Vergrösserung von R jedoch nichts, weil (ohne Beweis) eine grössere Lasermode entsprechend "empfindlicher" auf die Linse reagiert, so dass der Einfluss auf den Laser insgesamt wieder unverändert stark wäre. Dagegen lässt sich die thermische Linse reduzieren durch Verwendung von Verstärkungsmedien, die möglichst wenig Verlustwärme erzeugen und ein kleines $\partial n / \partial T$ besitzen. Hilfreich sind weiterhin andere Geometrien, insbesondere solche mit Wärmeableitung in Richtung des Strahls bei Verwendung einer dünnen Scheibe, deren eine Endfläche auf einen Kühlkörper aufgebracht wird ("thin-disk-Geometrie").

- c) Die thermische Linse hat Einfluss auf den Verlauf des Strahldurchmessers im Laserresonator; ausserhalb gewisser Bereiche (typischerweise zweier Zonen bei einem Stehwellenresonator) ist der Resonator nicht einmal stabil. Störend ist in diesem Zusammenhang, dass die thermische Linse leistungsabhängig ist. Deswegen funktionieren Laser hoher Leistung oft nur in einem kleinen Bereich von Pumpleistungen. Ein weiteres Problem ist, dass die thermische Linse häufig starke Aberrationen (Linsenfehler) hat (z. B.

aufgrund inhomogener Verteilung der Pumpintensität), was die Strahlqualität des Laser sehr negativ beeinflussen kann.