Kern- und Teilchenphysik I — SS 2007 — Prof. F. Pauss — Serie 4

Lösungen

1. Wirkungsquerschnitt

Einfallende Rate : $\dot{N}_a = N_a/t$
Fläche des Strahls : A
Einfallender Fluss : $\Phi_a = \dot{N}_a/A$
Avogadro-Konstante : $N_{Avo} = 6.0 \cdot 10^{23} Mol^{-1}$
Molmasse des Targets : $m_{m,T} = 2.0 \cdot 10^{-3} kg\ Mol^{-1}$
Länge des Targets : $l = 0.45m$
Masse der Targetteilchen : $V\varrho = Al\varrho$
Anzahl der Targetteilchen : $N_b = 2Al\varrho N_{Avo}/m_{m,T}$
Wirkungsquerschnitt : σ
Reaktionsrate : $\dot{N} = \Phi_a N_b \sigma = \dot{N}_a 2N_{Avo} l\varrho\sigma/m_{m,T}$

Anteil gestreuter Protonen : $p_s = \frac{\dot{N}}{\dot{N}_a} = \frac{2N_{Avo}l\varrho\sigma}{m_{m,T}}$

$$p_s = \frac{2\cdot 6.0\cdot 10^{23} Mol^{-1}\cdot 0.45m\cdot 70kg\ m^{-3}\cdot 40mb\cdot 10^{-31}m^2mb^{-1}}{2\cdot 10^{-3}kg\ Mol^{-1}} = 0.076 = 7.6\%$$

2. Formfaktoren

$$\frac{(d\sigma/d\Omega)}{(d\sigma/d\Omega)_{Mott}} = \frac{G_E^2(Q^2)+\tau G_M^2(Q^2)}{1+\tau} + 2\tau G_M^2(Q^2)\tan^2\theta/2$$
$$= A + B\tan^2\theta/2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} G_E^2 = (1+\tau)A - \tau G_M^2 \\ G_M^2 = \dfrac{B}{2\tau} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} Q^2 &= 2.92 GeV^2 \\ m_p &= 0.938 GeV/c^2 \\ \tau &= \frac{Q^2}{4m_p^2c^2} = \frac{2.92(GeV/c)^2}{4\cdot 0.938^2(GeV/c^2)^2c^2} = 0.83 \\ A &= 2/3\cdot 0.01 = 0.0066 \\ B &= (0.028-0.0066)/(1.0-0) = 0.021 \end{aligned}$$

$$G_M^2 = \frac{0.021}{2\cdot 0.83} = 0.0127 \quad \Rightarrow G_M = 0.112$$
$$G_E^2 = (1+0.83)\cdot 0.0066 - 0.83\cdot 0.0127 = 1.54\cdot 10^{-3} \quad \Rightarrow G_E = 0.039$$

3. Tiefinelastische Streuung am HERA-Speicherring

a) Die Schwerpunktsenergie der Elektron-Proton-Kollision ergibt sich mit

$$s = (p_pc + p_ec)^2 = m_p^2c^4 + m_e^2c^4 + 2(E_pE_e - \mathbf{p}_p\mathbf{p}_ec^2) \approx 4E_pE_e$$

zu $\sqrt{s} = 314$ GeV,

wenn man die Massen von Proton und Elektron vernachlässigt. Für ein stationäres Protontarget ($E_p = m_pc^2$; $\mathbf{p}_p = \mathbf{0}$) berechnet sich die Schwerpunktsenergie der Elektron-Proton-Kollision zu $s \approx 2E_em_pc^2$.

Damit müsste der Elektronstrahl die Energie $E_e = \frac{s}{2m_pc^2} = 52.5$ TeV besitzen, um eine Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s} = 314$ GeV aufzubringen.

b) Wir betrachten die elementare Elektron-Quark-Streureaktion

$$e(E_e) + q(xE_p) \longrightarrow e(E'_e) + q(E'_q),$$

wobei die Grössen in Klammern die Teilchenenergien angeben. Aus Energie- und Impulserhaltung ergeben sich die folgenden drei Relationen:

$$\begin{aligned} E_e + xE_p &= E'_e + E'_q && \text{Gesamtenergie} && (1) \\ E'_e\sin\Theta/c &= E'_q\sin\phi/c && \text{Transversalimpuls} && (2) \\ (xE_p - E_e)/c &= (E'_q\cos\phi - E'_e\cos\Theta)/c && \text{Longitudinalimpuls} && (3) \end{aligned}$$

Mit den Elektronvariablen E_e, E'_e und Θ berechnet sich Q^2 zu

$$Q^2 = 2E_eE'_e(1-\cos\Theta)/c^2.$$

Aus der Gesamtenergieerhaltung folgt $E'_e = E_e + xE_p - E'_q$. Gleichung (2) nach E'_q und Gleichung (3) nach xE_p aufgelöst und eingesetzt:

$$E'_e = 2E_e + E'_q\cos\phi - E'_e\cos\Theta - \frac{E'_e\sin\Theta}{\sin\phi}$$

und nach erneuter Verwendung von (2): $E'_q = E'_e\sin\Theta/\sin\phi$ ergibt sich daraus

$$\begin{aligned} 2E_e &= E'_e\left[1+\cos\Theta+\frac{\sin\Theta}{\sin\phi}-\frac{\sin\Theta\cos\phi}{\sin\phi}\right] \\ \Rightarrow E'_e &= \frac{2E_e\sin\phi}{\sin\phi+\cos\Theta\sin\phi+\sin\Theta-\sin\Theta\cos\phi} \\ &= \frac{2E_e\sin\phi}{\sin\Theta+\sin\phi-\sin(\Theta-\phi)} \end{aligned}$$

und damit

$$Q^2 = \frac{4E_e^2\sin\phi(1-\cos\Theta)}{[\sin\Theta+\sin\phi-\sin(\Theta-\phi)]c^2}$$

Experimentell kann man den Streuwinkel ϕ des gestreuten Quarks durch den mittleren, mit der Energie gewichteten Winkel der erzeugten Hadronen bestimmen,

$$cos\phi = \frac{\sum_i E_i\cos\phi_i}{\sum_i E_i}.$$

c) Der maximale Wert für Q^2 beträgt $Q^2_{max} = s/c^2$. Er tritt bei Streuung des Elektrons um $\Theta = 180°$ (Rückstreuung) und vollständigem Energieübertrag vom Proton auf das Elektron, $E'_e = E_p$ auf. Bei HERA ist damit $Q^2_{max} = 98400$ GeV$^2/c^2$. Die Auflösung wird durch die de Broglie-Länge bestimmt: $\lambda = \hbar/Q$. Damit ergibt sich für den Collider ein Auflösungsvermögen von $0.63\cdot 10^{-3}$ fm und für das Fix-Target-Experiment, wobei 300 GeV einem Q^2 von ca. 562.8 GeV$^2/c^2$ entspricht, $8.32\cdot 10^{-3}$ fm. Das entspricht ungefähr einem Tausendstel bzw. einem Hundertstel des Protonradius. Messungen sind in der Praxis wegen des mit Q^2 stark abfallenden Wirkungsquerschnittes in der Regel nur bis $Q^2_{max}/2$ möglich.

4. Entdeckung des Antiprotons

a) Minimale kinetische Energie des Proton Strahls:

Mit $E_1 = \sqrt{p_1^2+m_p^2} = E_{kin}+m_p$,

$E_{CM} > 4m_p$ und $E^2_{CM} = (\sum E_i)^2 - (\sum P_i)^2$

da $P_2 = 0$ vereinfacht sich die Gleichung zu $14m_p^2 = E_1^2 + m_p^2 + 2E_1 m_p - P_1^2$ und $7m_p < E_1$ also gilt $E_{kin} > 6m_p = 5.63$ GeV.

b) Welche Detektortypen wurden benutzt?
Szintillationszähler zur Flugzeitmessung und "threshold" Cherenkov Zähler.
Siehe Skript Seite 22 zur dE/dx Messung. Sehr grosse Unterschiede beobachtet man für Impulse unterhalb von 500 MeV.

c) Signal für einen "annihilation process"
Bei der Annihilation eines Antiprotons (in Ruhe) mit einem Proton (oder Neutron) wird eine Energie von $2m_p$, knapp 2 GeV, freigesetzt und auf einige geladene und neutral Pionen wieder verteilt. Man würde also eine Art Stern von Teilchen am Ende der Antiproton Flugbahn erwarten.
Eine andere Möglichkeit wäre eine dE/dx Messung beim Abbremsen in einer Emulsion oder Blasenkammer. Man würde entsprechend eine sehr grosse Dichte von "Blasen" am Ende der Spur beobachten.

d) Warum können negativ geladen Kaonen (und Hyperonen) als Quelle des Signals ausgeschlossen werden?
Sie werden viel seltener als Pionen erzeugt, geben etwa das gleiche Signal und die Lebensdauer ist kurz! ($K^\pm$ haben $c\tau = 370.9$ cm). Bei einem Impuls von etwa 1 GeV sind bei einem Abstand von 12 m schon etwa 90% der Kaonen zerfallen. Zum Beispiel sind nach 7 m ($\beta\gamma c\tau \approx 7.4$ m) nur noch etwa 1/e der ursprünglichen Kaonen übrig. Mit $\beta = P/E = 0.98$ ist die Flugzeit von Pionen und Kaonen aber praktisch gleich und das Signal in den Cherenkov Zählern auch.