

1. Stationäres Target vs. Speicherring-Experiment

a) Im Schwerpunktsystem ist $\mathbf{p}_1^{CM} + \mathbf{p}_2^{CM} = \vec{0}$ und somit ist

$$\mathcal{P}_1 + \mathcal{P}_2 = \left(\frac{E_1 + E_2}{c}, \vec{0} \right).$$

$$\text{Daraus folgt } s = (\mathcal{P}_1 + \mathcal{P}_2)^2 = (E_1 + E_2)^2/c^2 = (E^{CM})^2/c^2 \implies E^{CM} = c\sqrt{s}.$$

b) Bei einem Experiment mit stationärem Target hat man

$$\mathcal{P}_1 = (E_1/c, \mathbf{p}_1) \text{ und } \mathcal{P}_2 = (m_2c, 0). \text{ Für } s = (E^{CM})^2/c^2 \text{ hat man dann:}$$

$$\begin{aligned} s &= (\mathcal{P}_1 + \mathcal{P}_2)^2 = \left(\frac{E_1}{c} + m_2c \right)^2 - (\mathbf{p}_1)^2 = \\ &= \underbrace{\left(\frac{E_1}{c} \right)^2 - (p_1)^2}_{m_1^2c^2} + 2m_2E_1 + m_2^2c^2 = 2m_2E_1 + m_1^2c^2 + m_2^2c^2 \end{aligned}$$

Für $E_1 \gg m_1c^2, m_2c^2$ bekommt man

$$\sqrt{s} = \sqrt{2E_1m_2}. \quad (1)$$

Dagegen gilt in einem Speicherring mit $\mathcal{P}_1 = (E_1/c, \mathbf{p}_1)$ und $\mathcal{P}_2 = (E_2/c, \mathbf{p}_2)$:

$$\begin{aligned} s &= (\mathcal{P}_1 + \mathcal{P}_2)^2 = \left(\frac{E_1 + E_2}{c} \right)^2 - (\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)^2 = \underbrace{\frac{E_1^2}{c^2} - p_1^2}_{m_1^2c^2} + \underbrace{\frac{E_2^2}{c^2} - p_2^2}_{m_2^2c^2} + 2\frac{E_1E_2}{c^2} - 2\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2 = \\ &= m_1^2c^2 + m_2^2c^2 + 2\left(\frac{E_1E_2}{c^2} - \mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2 \right) = m_1^2c^2 + m_2^2c^2 + 2\left(\frac{E_1E_2}{c^2} + p_1p_2 \right), \end{aligned}$$

wobei $\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2 = -p_1p_2$ ($\cos \theta = -1$).

Für $E_{1,2} \gg m_{1,2}c^2$ gilt $p_i \approx E_i/c$ und somit

$$\sqrt{s} = \frac{\sqrt{4E_1E_2}}{c}. \quad (2)$$

c) Um dieselbe E^{CM} zu erreichen, bekommt man aus (1) und (2) ($E_i \gg m_{1,2}c^2$):

$$E_1^{\text{Fix Target}} = \frac{2E_1^{\text{SR}}E_2^{\text{SR}}}{m_2c^2}$$

wegen $2E_2^{\text{SR}}/m_2c^2 \gg 1$ wird die notwendige Strahlenergie in einem Experiment mit stationärem Target viel höher als bei einem Speicherring-Experiment sein! Mit anderen Worten, im Speicherring hat man eine effizientere Nutzung der Strahlenergie.

Dagegen kann bei stationären Target-Experimenten wegen der Targetdichte eine grössere

Anzahl Ereignisse pro Zeiteinheit erreicht werden. Weiterhin gibt es eine grössere Auswahl an Reaktionen: $\pi p, Kp, \pi d, \dots$. Ausserdem braucht man Detektoren, die nur einen kleinen Raumwinkel abdecken müssen und deswegen billiger sind.

2. Proton-Proton Streuung

Das Proton hat eine Masse $m = 0.938$ GeV. Für die Reaktion $p_1 + p_2 \rightarrow p_3 + p_4$ hat man im Laborsystem ($c=1$):

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_1 &= (E_1^{lab}, \mathbf{p}_1^{lab}) = (\sqrt{p_1^{lab2} + m^2}, \mathbf{p}_1^{lab}) = (25.02 \text{ GeV}, 25 \text{ GeV}, 0, 0), \\ \mathcal{P}_2 &= (E_2^{lab}, \mathbf{p}_2^{lab}) = (m, \mathbf{0}). \end{aligned}$$

Die totale Schwerpunktsenergie wird dann:

$$s = (E^{CM})^2 = (\mathcal{P}_1 + \mathcal{P}_2)^2 = (E_1^{lab} + m)^2 - (\mathbf{p}_1^{lab})^2 \implies E^{CM} = 6.98 \text{ GeV}.$$

Im Schwerpunktsystem kann man die 4^{er}-Vektoren so beschreiben ($E = E^{CM}/2, \mathbf{p}_i \equiv \mathbf{p}_i^{CM}$):

$$\mathcal{P}_1 = (E, \mathbf{p}_1), \quad \mathcal{P}_2 = (E, -\mathbf{p}_1), \quad \mathcal{P}_3 = (E, \mathbf{p}_3), \quad \mathcal{P}_4 = (E, -\mathbf{p}_3),$$

wobei

$$|\mathbf{p}_1| = |\mathbf{p}_3| \equiv p = (E^2 - m^2)^{1/2} = 3.36 \text{ GeV}$$

und

$$\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_3 = p^2 \cos \theta = p^2/2 \quad (\cos 60^\circ = 0.5).$$

a) Ausgehend vom Schwerpunktsystem bekommt man mit einem Boost zurück ins Laborsystem:

$$p_{i\parallel}^{lab} = \gamma p_{i\parallel} + \gamma \beta E_i, \quad ,$$

wobei $p_{3\parallel} = p \cdot \cos \theta = 1.680$ GeV, $\gamma = E/m = 3.720$, $\beta = p/E = 0.963$.

$$\implies p_{3\parallel}^{lab} = 18.8 \text{ GeV}.$$

Die senkrechte Komponente des Impulses ist dieselbe in beiden Bezugssystemen:

$$p_{3\perp}^{lab} = p_{3\perp} = p \cdot \sin \theta = 2.91 \text{ GeV}.$$

Daraus folgt für den gesuchten Winkel:

$$\tan \theta^{lab} = \frac{p_{3\perp}^{lab}}{p_{3\parallel}^{lab}} = 0.155 \implies \theta^{lab} = 8.8^\circ.$$

3. Zerfall im Flug

- a) $E = m_0c^2 + E_{kin} = m_0c^2 + 1500 \text{ MeV} = 1.635 \text{ GeV}$ bzw. 50.135 GeV ,
 $cp = \sqrt{E^2 - (m_0c^2)^2} = 1.629 \text{ GeV}$ bzw. 50.1348 GeV
 $\Rightarrow p = 1.629 \text{ GeV}/c$ bzw. $50.1348 \text{ GeV}/c$
 $\gamma = E/m_0c^2 = 12.1$ bzw. 371.4 , $\beta = v/c = \sqrt{1 - 1/\gamma^2} = 0.9966$ bzw. 1
 $\Rightarrow v = 0.9966c$ bzw. $1c$

- b) mittlere Lebensdauer im Labor (Zeitdilatation!): $\tau_{lab} = \gamma\tau$
 \Rightarrow mittlere Flugstrecke im Labor: $L = v\tau_{lab} = \beta c\gamma\tau = 0.304\mu\text{m}$ bzw. $9.359\mu\text{m}$



Energieerhaltung: $E_\pi = 2E_\gamma$

Impulserhaltung: $|\vec{p}_\pi| = 2|\vec{p}_\gamma|\cos\theta \Rightarrow \boxed{\cos\theta = \frac{|\vec{p}_\pi|}{2|\vec{p}_\gamma|}}$

Gegeben sind die kinetische Energie $E_{kin,\pi} = 1.5 \text{ GeV}$ bzw. 50 GeV und die Masse $m_\pi = 135 \text{ MeV}/c^2$ des Pions. Für die Energie des Pions ergibt sich aus a):

$$E_\pi = 1.635 \text{ GeV} \text{ bzw. } 50.135 \text{ GeV}.$$

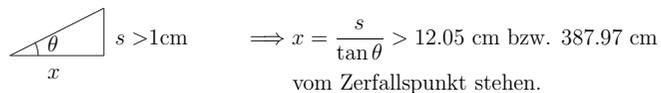
Der Impuls des Pions kann man mit Hilfe der relativistischen Energie-Erhaltung berechnen:

$$|\vec{p}_\pi|c = \sqrt{E_\pi^2 - m_\pi^2c^4} = 1.6294 \text{ GeV} \text{ bzw. } 50.1348 \text{ GeV}.$$

Da die Photonen masselos sind ist ihre gesamte Energie kinetische Energie:

$$E_\gamma = E_{kin,\gamma} = |\vec{p}_\gamma|c = \frac{1}{2}E_\pi = 0.8175 \text{ GeV} \text{ bzw. } 25.0675 \text{ GeV}.$$

Damit erhält man für den halben Öffnungswinkel: $\theta = 4.7^\circ$ bzw. 0.16° .
 Der Detektor muss also mindestens in einer Entfernung von



4. Feynman-Diagramme

	Zeitachse horizontal Raumachse vertikal	Zeitachse vertikal Raumachse horizontal
a)	z.B. Elektron-Bremsstrahlung $e^+ \rightarrow e^+ + \gamma$ oder $e^- \rightarrow e^- + \gamma$	nicht möglich, da das Elektron zur gleichen Zeit an verschiedenen Orten sein müsste
b)	Miion-Paar-Produktion an einem e^+e^- -Beschleuniger $e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-$	Elektron-Miion-Streuung *) $e^+ + \mu^- \rightarrow e^+ + \mu^-$, $e^- + \mu^+ \rightarrow e^- + \mu^+$, $e^+ + \mu^+ \rightarrow e^+ + \mu^+$ oder $e^- + \mu^- \rightarrow e^- + \mu^-$
c)	nicht möglich, da das e zur gleichen Zeit an mehreren Orten sein müsste	z.B. Energie-Fluktuation des e e^+ oder e^-
d)	Pinguin-Diagramm *) alle Ladungsvorzeichen sind erlaubt aber q' und q'' müssen die gleiche Ladung haben	Nicht möglich, da das Quark q zur gleichen Zeit an mehreren Orten sein müsste

*) Interne Linien (wie z.B. das virtuelle Photon in b)) werden oft parallel zur Raumachse gezeichnet (Das Photon würde sich also zur gleichen Zeit an verschiedenen Orten befinden.), externe Linien jedoch nie.