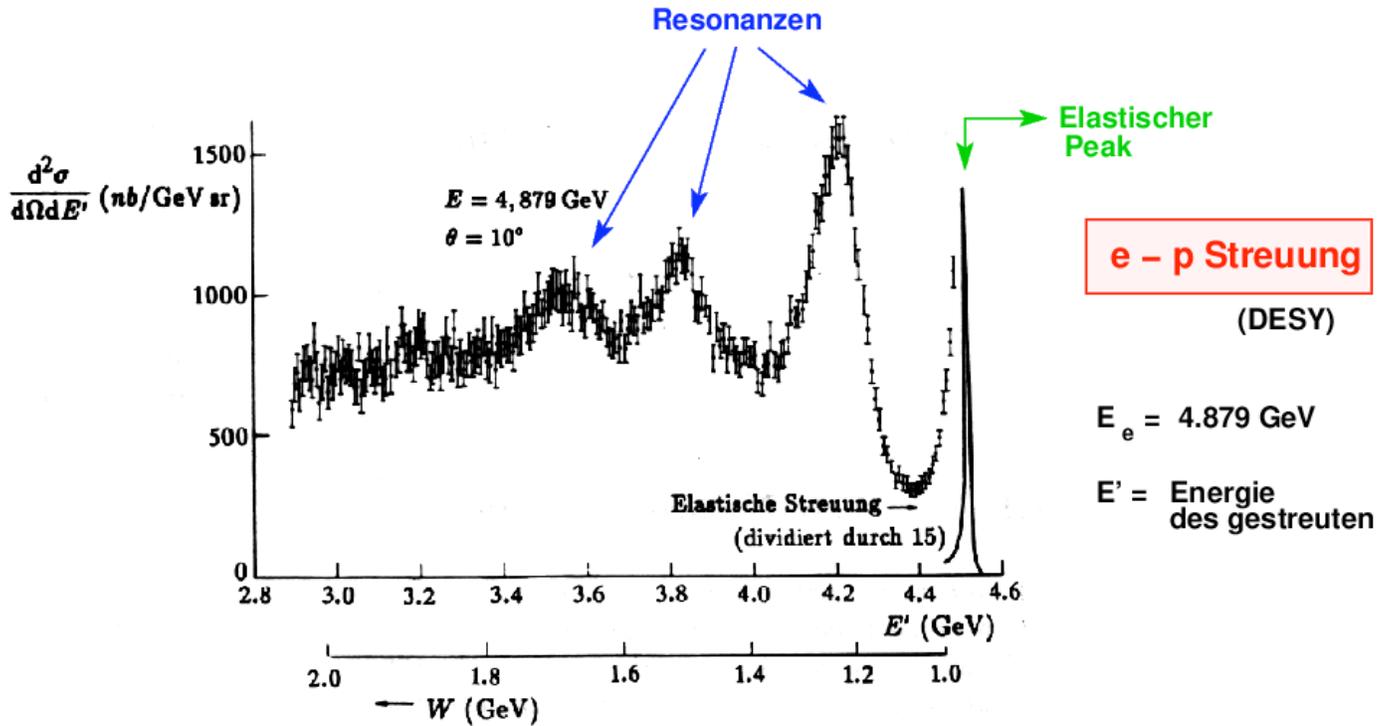


# **KAPITEL 6 :**

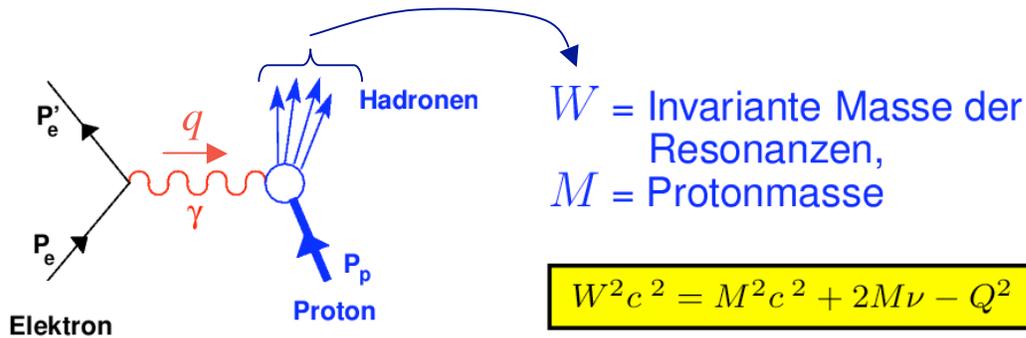
## **Tiefinelastische Streuung**

- 6.1 Angeregte Nukleonzustände**
- 6.2 Strukturfunktionen**
- 6.3 Das Partonmodell**
- 6.4 Interpretation der Strukturfunktion im Partonmodell**
- 6.5 Ladung der Quarks**
- 6.6 Impulsverteilung der Quarks**
- 6.7 Zusammenfassung**

# 6.1 Angeregte Nukleonzustände



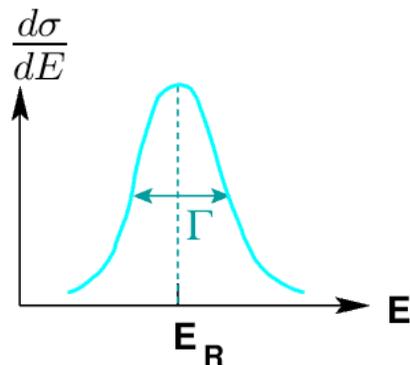
## Resonanzen = Angeregte Nukleonzustände



Definiere:  $\nu := \frac{P_p \cdot q}{M}$  Laborsystem ( $\vec{p}_p = \vec{0}$ ):  $\nu = E - E'$

$\nu = \text{Energie durch virtuelles } \gamma \text{ von } e^- \text{ auf Proton übertragen}$

Resonanzen: **Breit-Wigner** Verteilung:



$$\frac{d\sigma}{dE} \sim \frac{\Gamma^2}{(E - E_R)^2 + (\frac{\Gamma}{2})^2}$$

$$\Delta E \cdot \Delta t = \Gamma \cdot \tau = \hbar \longrightarrow$$

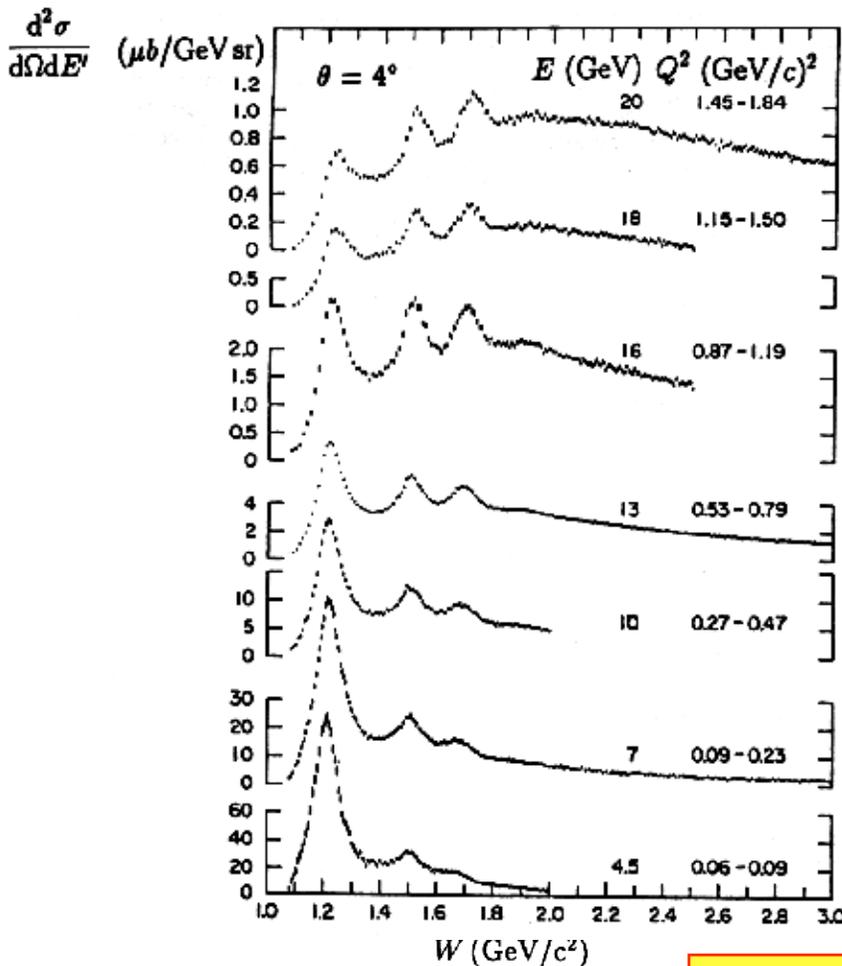
$$\tau = \frac{\hbar}{\Gamma}$$

# 6.2 Strukturfunktionen

Elastische Streuung	Tiefinelastische Streuung
<p>Elektron                      Proton</p>	<p>Elektron                      Proton                      Hadronen</p>
<p>Dynamik durch <u>Formfaktoren</u> (<math>G_M, G_E</math>) beschrieben</p>	<p>Dynamik durch <u>Strukturfunktionen</u> (<math>W_1, W_2</math>) beschrieben</p>
<p>Bei vorgegebener <math>E_e</math> <u>1 freier</u> Parameter:</p> $\sigma = f(\theta)$	<p>Bei vorgegebener <math>E_e</math> <u>2 freie</u> Parameter:</p> $\sigma = f(E', \theta) \text{ oder } f(Q^2, \nu)$
$\underline{W = M}: 2M\nu - Q^2 = 0$	$\underline{W > M}: 2M\nu - Q^2 > 0$
<p>Rosenbluth-Formel:</p> $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} \times \left(a + b \tan^2 \frac{\theta}{2}\right)$	<p>Wirkungsquerschnitt:</p> $\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} \times \left(W_2(Q^2, \nu) + 2W_1(Q^2, \nu) \tan^2 \frac{\theta}{2}\right)$

# Streuexperimente am SLAC

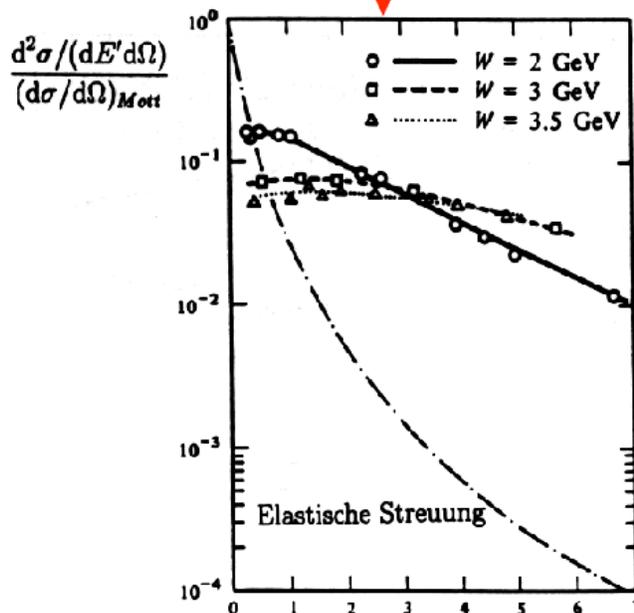
Erste tiefinelastische Streuexperimente:  
 Ende der 60er Jahre am SLAC:  $E_e^{\max} \sim 25 \text{ GeV}$



Wirkungsquerschnitt  
 im Bereich  
 der Nukleonresonanzen  
 fällt mit  $Q^2$  ab

Die Stärke des  
 Abfalls nimmt mit  
 wachsendem  $W$  ab

**Überraschendes Ergebnis  
 oberhalb  
 des Resonanzbereiches**



**Für  $W > 2 \text{ GeV}/c^2$ :**

**Bei tiefinelastischer  
 Streuung:**

**Strukturfunktionen  
 ~ unabhängig von  $Q^2$   
 für feste Werte von  $W$  !!!**

# Bjorken'sche Skalenvariable $x$

Bjorken'sche Skalenvariable  $x$ :  $x := \frac{Q^2}{2P \cdot q} = \frac{Q^2}{2M\nu}$

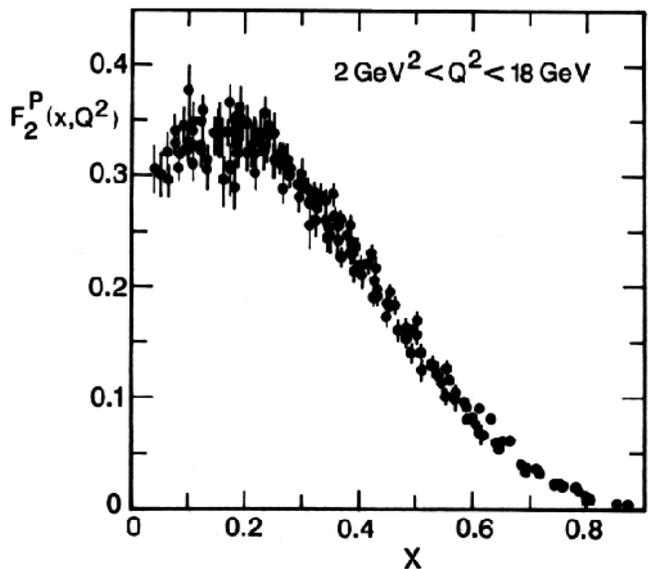
$x$  ... Mass für die Inelastizität des Prozesses

Definiere dimensionslose Strukturfunktionen:

$$F_1(x, Q^2) = M c^2 W_1(Q^2, \nu)$$

$$F_2(x, Q^2) = \nu W_2(Q^2, \nu)$$

$F_1(x, Q^2), F_2(x, Q^2)$  aus Daten bestimmt:



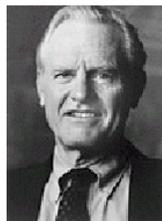
Beobachte für feste  $x$ -Werte  
keine oder sehr schwache  
 $Q^2$  Abhängigkeit



Konstanter Formfaktor  
entspricht Streuung an  
**punktförmiger**  
Ladungsverteilung

Nukleon besitzt eine Unterstruktur  
aus punktförmigen Konstituenten aufgebaut

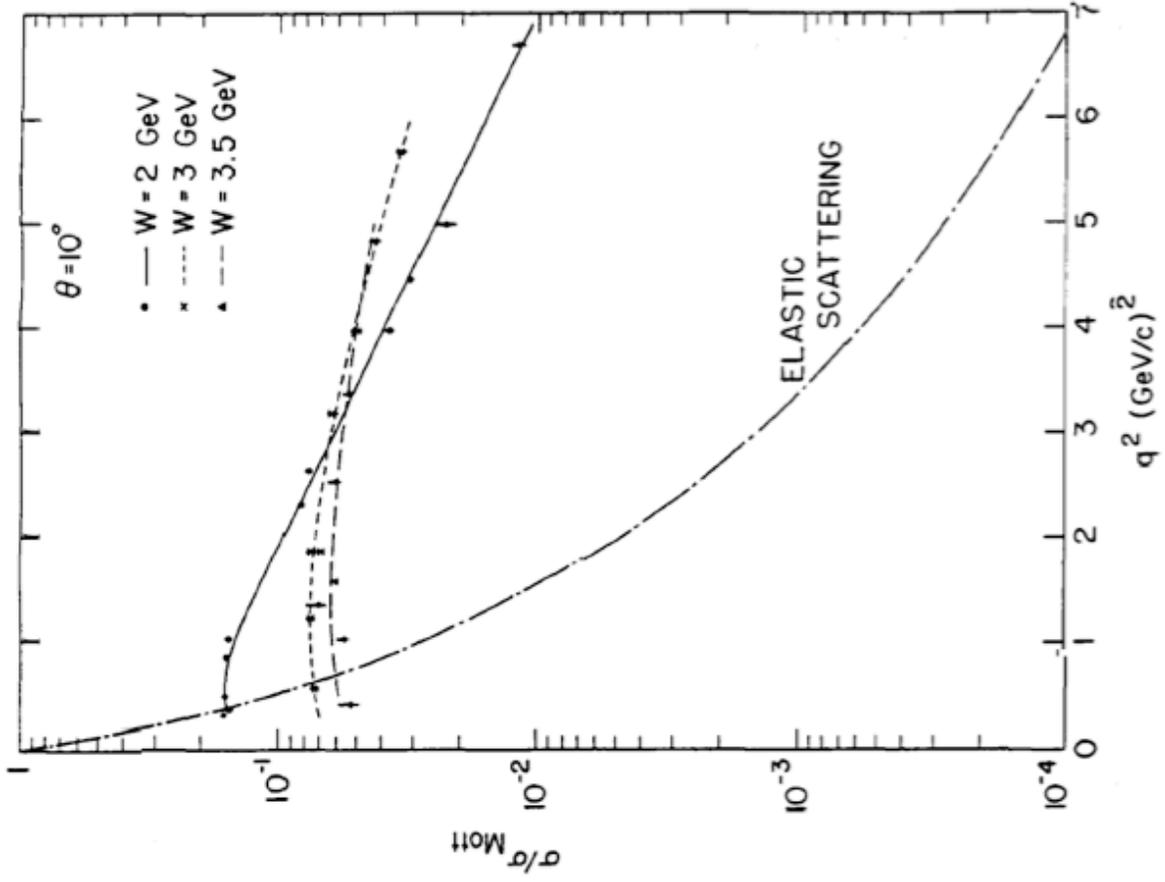
Experimente:  
(1967)



J.I.Friedman H.W.Kendall R.E.Taylor

Nobelpreis 1990 für "Struktur des Protons"

# Ergebnisse SLAC-Experimente



$F_2$  at fixed  $x=0.25$

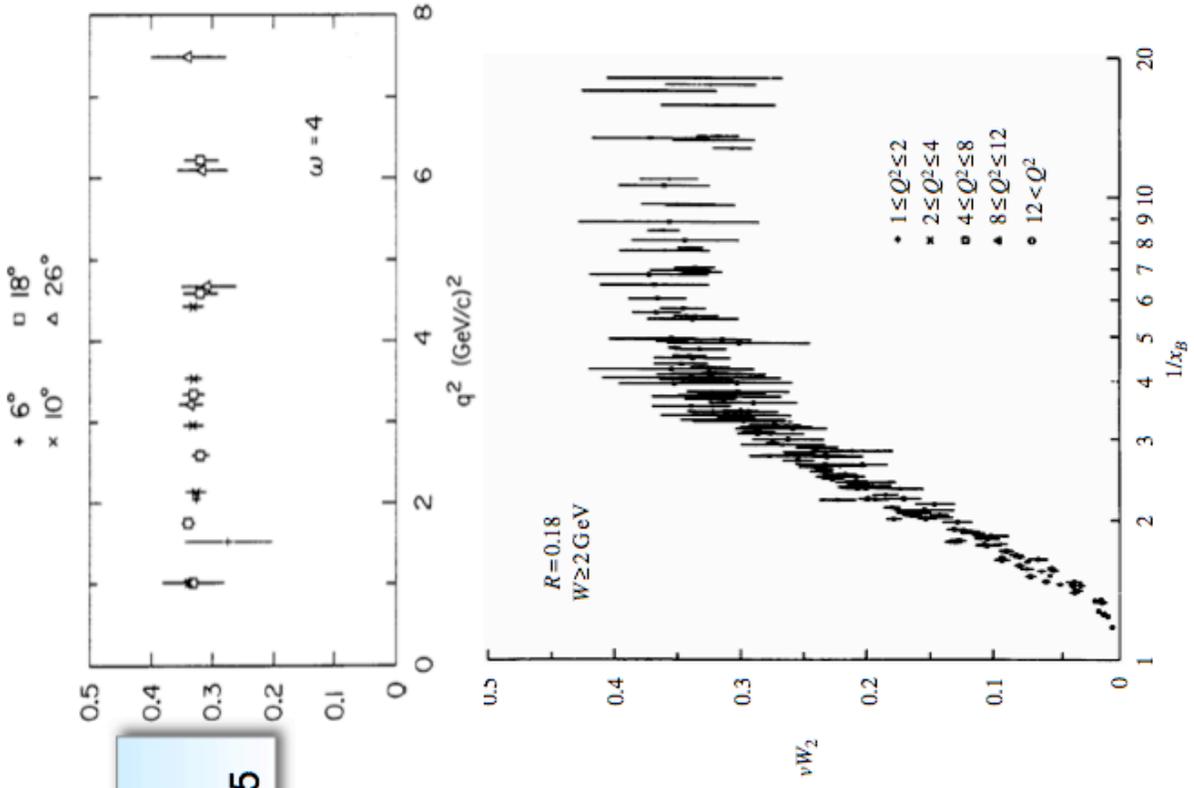


FIG. 2.2. Scaling behaviour of  $\nu W_2(\omega) = F_2(\omega)$ ,  $\omega = 1/x_B$ , for various  $Q^2$  ranges. Figure from MIT-SLAC Collab.(1970).

# Callan – Gross Beziehung (1)

Zusammenhang zwischen  $F_1(x, Q^2)$  und  $F_2(x, Q^2)$  für Dirac-Teilchen mit Spin = 1/2:

- Annahme: Streuung an punktförmigen Konstituenten mit Spin = 1/2
  1.  $\sigma$  für elastische Streuung an punktförmigen Objekten:  

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{pkt, spin}=\frac{1}{2}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} \cdot [1 + 2\tau \tan^2 \frac{\theta}{2}]$$

mit  $\tau = \frac{Q^2}{4m^2c^2}$  und  $m$  .. Masse des Streuzentrums
  2.  $\sigma$  für tiefinelastische ep Streuung:  

$$\left(\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'}\right) = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} \cdot [W_2(Q^2, \nu) + 2W_1(Q^2, \nu) \tan^2 \frac{\theta}{2}]$$
  3.  $F_1(x, Q^2) = F_1(x) = Mc^2W_1(Q^2, \nu)$
  4.  $F_2(x, Q^2) = F_2(x) = \nu W_2(Q^2, \nu)$
- Vergleich Koeffizienten (1) und (2)  $\implies \frac{W_1}{W_2} = \frac{Q^2}{4m^2c^2}$   
 $m$  ... Masse des Streuzentrums
- aus (3) und (4)  $\implies \frac{F_1}{F_2} = \frac{Mc^2}{\nu} \frac{Q^2}{4m^2c^2}$ , mit  $m = x \cdot M$   
 $M$  ... Protonmasse

$\implies$  für punktförmige Teilchen mit Spin = 1/2 (Dirac Teilchen):

$$2xF_1(x) = F_2(x) \quad \text{Callan – Gross Beziehung}$$



Callan

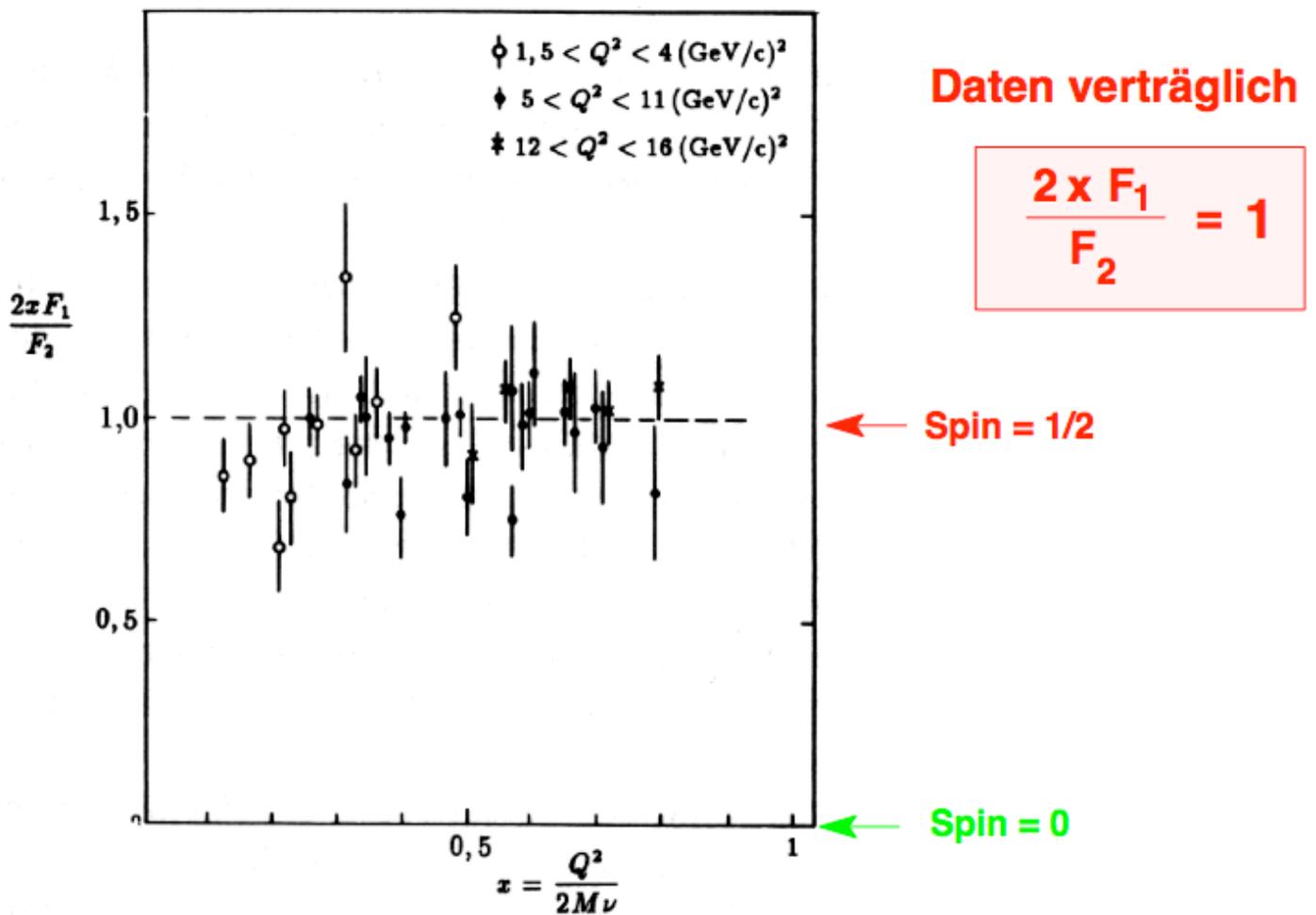


Gross

# Callan – Gross Beziehung (2)

Zusammenhang zwischen  $F_1(x)$  und  $F_2(x)$  für Dirac-Teilchen mit Spin = 1/2:

$$2xF_1(x) = F_2(x) \quad \text{Callan – Gross Beziehung}$$



Punktförmigen Konstituenten des Nukleons haben Spin = 1/2

## 6.3 Das Partonmodell

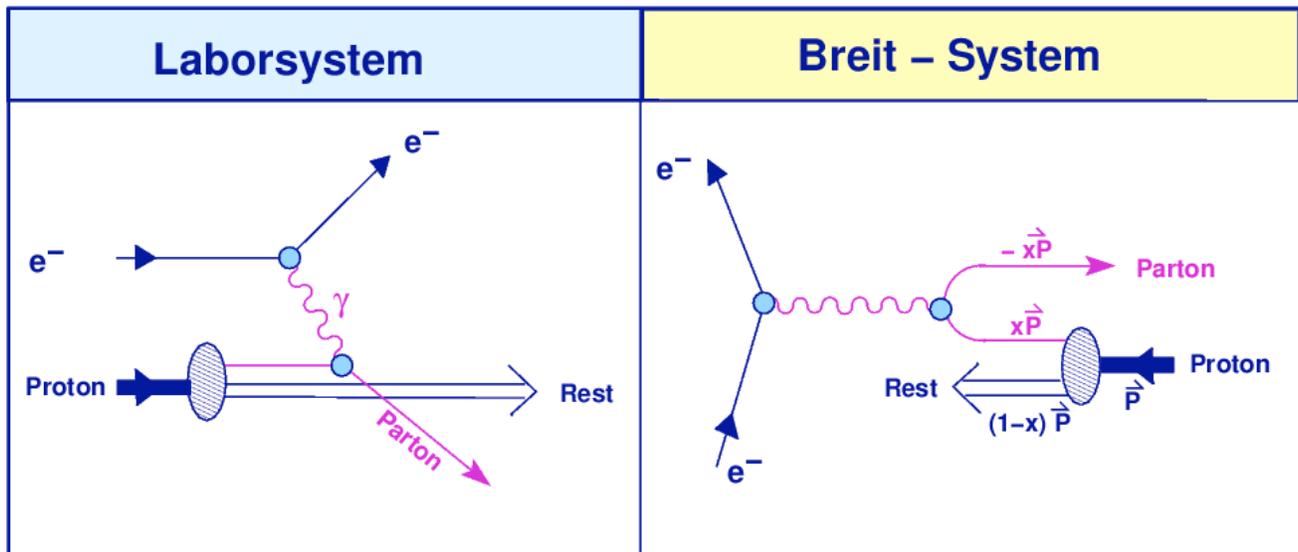
Feynman und Bjorken: **Konstituenten des Protons  $\equiv$  Partonen**

geladenen Partonen  $\equiv$  Quarks (Spin = 1/2)

neutrale Partonen  $\equiv$  Gluonen (Spin = 1),  
Feldquanten der starken WW

**WW der  $e^-$  mit Partonen = inkohärente Summe der WW  
(= elastischer Streuprozess) mit individuellen Partonen**

Schematische Darstellung der tiefinelastischen e-p Streuung:



### Breit System:

- Partonmassen vernachlässigbar
- $Q^2 \gg M^2 c^2$ : Ruhemassen des Protons vernachlässigbar
- elastische Streuung: Photon überträgt keine Energie ( $q_0 = 0$ )
- Stossnäherung: während WW von  $\gamma$  und Parton keine WW zwischen Partonen

$\implies$  Bjorken'sche Skalenvariable  $x$ :

$x$  .. Bruchteil des Protonimpulses, der von einem Parton getragen wird

Im Laborsystem: Photon  $q = (\frac{\nu}{c}, \vec{q})$  wechselwirkt mit Parton,  
welches den Viererimpuls  $xP$  trägt

( $P$  = Viererimpuls des Protons)

## 6.4 Strukturfunktion im Partonmodell

Annahme: Nukleon aufgebaut aus verschiedenen Quarktypen  $f$  mit Ladung  $z_f \cdot e$

Valenz-Quarks: für Quantenzahlen des Nukleons verantwortlich

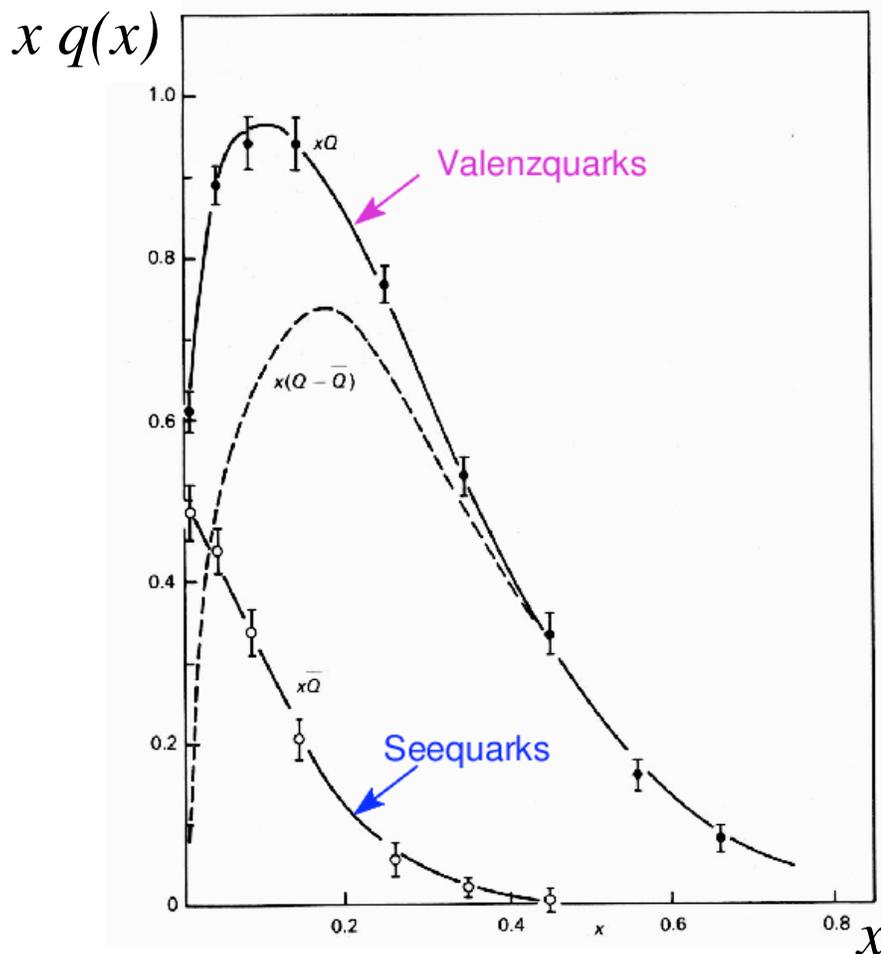
See-Quarks: im Inneren des Nukleons existieren virtuelle  $q\bar{q}$ -Paare

Impulsverteilung der Quarks:  $q_f(x) = \frac{dp_f}{dx}$

Antiquarks:  $\bar{q}_f(x)$

$$F_2(x) = x \cdot \sum_f z_f^2 (q_f(x) + \bar{q}_f(x))$$

$x$ -Abhängigkeit der Strukturfunktion:



$\implies F_2$  ist klein bei grossem  $x$ : sehr unwahrscheinlich, dass ein Quark alleine einen Grossteil des Nukleonimpulses trägt,  $x_v^{\max} \sim 0.17$ ,  $\langle x_v \rangle \sim 0.12$ ,  $\langle x_s \rangle \sim 0.04$

# 6.5 Ladung der Quarks

Annahme: berücksichtige nur  $u$  und  $d$  Quarks: Ladungszahl  $z_f = +2/3$  für  $u$ -Quarks  
 $z_f = -1/3$  für  $d$ -Quarks

$u_V^{p,n}(x), d_V^{p,n}(x) \dots$  Verteilung der Valenzquarks  $u, d$  im  $p, n$   
 $u_S(x), d_S(x) \dots$  Verteilung der  $u$ - und  $d$ -Seequarks

$$F_2^{ep}(x) = x \cdot \left[ \frac{1}{9}(d_V^p + d_S + \bar{d}_S) + \frac{4}{9}(u_V^p + u_S + \bar{u}_S) \right]$$

$$F_2^{en}(x) = x \cdot \left[ \frac{1}{9}(d_V^n + d_S + \bar{d}_S) + \frac{4}{9}(u_V^n + u_S + \bar{u}_S) \right]$$

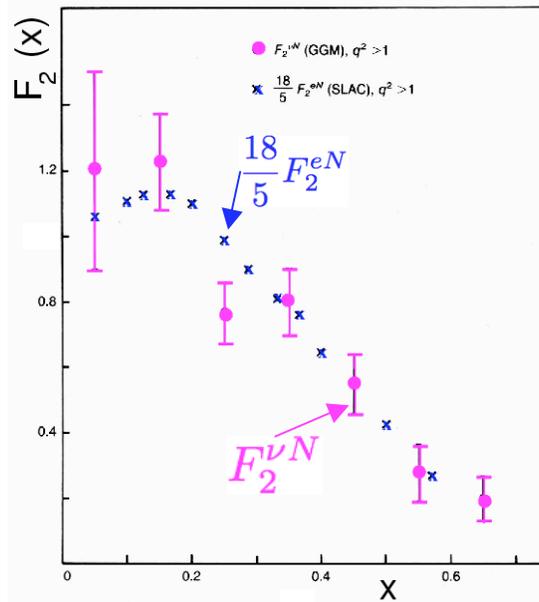
Aus Isospinsymmetrie:  $u_V^p(x) = d_V^n(x)$   
 $d_V^p(x) = u_V^n(x)$   
 $u_S^p(x) = d_S^n(x) = d_S^p(x) = u_S^n(x)$

Strukturfunktion eines "gemittelten" Nukleons:

$$F_2^{eN}(x) = \frac{5}{18} \cdot x \cdot \sum_{q=u,d} (q(x) + \bar{q}(x))$$

Tiefinelastische  $\nu$ -Streuung (Neutrino ( $\nu$ ) ist ungeladen):

$$F_2^{\nu N}(x) = x \cdot \sum_f (q_f(x) + \bar{q}_f(x))$$



$\implies$  damit  $F_2^{\nu N}(x)$  und  $F_2^{eN}(x)$  bis auf Faktor  $\frac{5}{18}$  gleich  
 $\implies$  Ladung  $u = \frac{2}{3}$  und  $d = -\frac{1}{3}$  richtig zugeordnet

Quarks haben drittelzahlige Ladung

## 6.6 Impulsverteilung der Quarks

$\int_0^1 F_2^{\nu N}(x) dx$  .. entspricht Anteil am Impuls des Nukleons, der von Quarks getragen wird

Aus Daten:  $\int_0^1 F_2^{\nu N}(x) dx = \frac{18}{5} \int_0^1 F_2^{eN}(x) dx \sim 0.5$

⇒ Nur  $\sim 50\%$  des Impulses von Quarks getragen.  
Andere Hälfte von Teilchen, die weder elektromagnetisch (e–N) noch schwach ( $\nu$ –N) wechselwirken  
⇒ **erster Hinweis auf Gluonen (QCD)**

### Konstituentenquarks

- Spektroskopische Eigenschaften der Nukleonen: brauche Seequarks und Gluonen nicht explizit zu behandeln  
⇒ 3 Valenzquarks mit unveränderten Quantenzahlen, jedoch grösserer Masse  
**“effektive” Valenzquarks = Konstituentenquarks**

Spektroskopie:  $m_{u,d} \sim 300 \text{ MeV}/c^2$

- In tiefinelastischer Streuung: Ruhemassen der “nackten” Quarks vernachlässigt  
**Massen der Stromquarks (current quarks):**

$$m_u = 2 \text{ bis } 8 \text{ MeV}/c^2 \quad m_d = 5 \text{ bis } 15 \text{ MeV}/c^2$$

$m_n > m_p$  da  $m_d > m_u$ :

p(uud) und n(udd) sind isospin-symmetrisch → gehen auseinander hervor, wenn man u und d Quarks miteinander vertauscht.

Massenunterschied von p und n aufgrund des Massenunterschiedes der u und d Quarks, sowie der elektromagnetischen WW (potentielle Energie).

# Zusammenfassung: Nukleonen

1. Nukleonen bestehen aus **punktförmigen Konstituenten = Quarks**

Evidenz: näherungsweise erfüllte Skaleninvarianz der Strukturfunktion:  $F_2(x, Q^2) \simeq F_2(x)$

2. Konstituenten haben **Spin =  $\frac{1}{2}$**  : aus  $\frac{2xF_1(x)}{F_2(x)} = 1$

3.  $F_2^{\nu N}(x)$  und  $F_2^{eN}(x)$  sind gleich bis auf Faktor  $\frac{5}{18}$   
 $\Rightarrow$  Quarks haben **drittelzahlige Ladung**

4. Aus  $\int_0^1 F_2(x) dx$ : Quarks tragen nur  $\sim 50\%$  des Nukleonenimpulses, Rest wird von Gluonen getragen  
 $\Rightarrow$  **Gluonen** als wesentliche Konstituenten der Materie innerhalb des Nukleons postuliert

5. Eigenschaften der Nukleonen aus Eigenschaften der Quarks erklärbar:

$$p = (u u d), \quad n = (u d d) \quad u, d \dots \text{Quarkflavour}$$

Konstituentenquarks:  $m_{u,d} \sim 300 \text{ MeV}/c^2$

Stromquarks:  $m_u = 2 - 8 \text{ MeV}/c^2$ ,  $m_d = 5 - 15 \text{ MeV}/c^2$

**Quantenzahl (QZ)** der Nukleonen durch QZ der **Valenzquarks** festgelegt

# Zusammenfassung: Streuexperimente

