KAPITEL 7 : Quarks in Hadronen

7.1 Quarkstruktur der Nukleonen
7.2 Mesonen und Baryonen
7.3 Mesonen aus leichten Quarks (u,d,s)
7.4 Baryonen aus leichten Quarks (u,d,s)
7.5 Vektormesonproduktion in e^+e^- Kollisionen
7.6 Mesonen aus schweren Quarks (c,b)
7.7 Breite und Lebensdauer hadronischer Zustände
7.8 Das Top Quark

7.1 Quarkstruktur der Nukleonen

- Tiefinelastische Streuung:
  Information über Struktur und Zusammensetzung der Nukleonen

  Aus Strukturfunktion $\longrightarrow$ Nukleonen bestehen aus punktförmigen Teilchen (Partonen)

  Aus Verhältnis des elektrischen zum magnetischen Anteil der Strukturfunktion $\longrightarrow$ Konstituenten haben Spin = 1/2

- Komplementäre Information aus Hadronspektroskopie:
  Aussage über Eigenschaften der starken Wechselwirkung

  Feldquanten = Gluonen: beschreiben innere Dynamik der Hadronen und Kräfte zwischen ihnen

  Hadronen: stark wechselwirkende Teilchen (z.B.: p, n, ..)

- 1963: Gell–Mann führte Quarks ein zur Deutung und Systematisierung aller bekannten Hadronen
  Zweig entwickelte diese Idee unabhängig
  Es gab einen 'Teilchenzoo': p, n, π, K, Δ, Σ, ..

  u, d, s Quarks vorhergesagt

  Schönheit des Quarkmodells liegt in der Einfachheit
  Eigenschaften der Hadronen gegeben durch Quantenzahlen der Quarks
  Ω^-(sss) vorhergesagt, 1964 entdeckt $\Rightarrow$ Erfolg des Quarkmodells

  Geladene Partonen von Feynman und Bjorken entsprechen Quarks von Gell–Mann

  Elektrisch neutrale Partonen entsprechen Gluonen

Isospin der Nukleonen

$$m_{\mathrm{p}} = 938.27231\,\mathrm{MeV}/c^2 \qquad m_{\mathrm{n}} = 939.56563\,\mathrm{MeV}/c^2$$

$$m_{\mathrm{n}} - m_{\mathrm{p}} = 1.29332\,\mathrm{MeV}/c^2$$

Unterschied aufgrund der elektromagnetischen Wechselwirkung

Aus Streuexperimenten: Kräfte pp $\equiv$ nn
wenn elm Effekte abgezogen
$\longrightarrow$ Starke Kraft $\neq$ f(Ladung der Nukleonen)

Existiert nur starke Kraft: p und n sind ununterscheidbar
damit: p, n als 2 Zustände ein und desselben Teilchens
interpretieren $\equiv$ Nukleon

Zur Beschreibung der beiden Zustände: Isospin I
I ist Vektor im abstrakten Isospinraum ($\vec{I} = I_1, I_2, I_3$)
Orientierung dieses Vektors gibt Ladungzustand an

	Spin 1/2 Teilchen im Ortsraum	Nukleon im Isopin–Raum
Orientierung	nach oben: $\uparrow$	nach oben: p $\Rightarrow I_3 = +\frac{1}{2}$
	nach unten: $\downarrow$	nach unten: n $\Rightarrow I_3 = -\frac{1}{2}$

In Dirac Bra-Ket Notation: Zustand $|I, I_3>$: p = $|\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}>$

n = $|\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}>$

Starke WW: Rotationsinvariant im Isospin–Raum

$\longrightarrow$ Isospin-Erhaltung

Symmetrie durch Anwesenheit von elm und schwacher Kraft gebrochen $\longrightarrow m_{\mathrm{p}} \neq m_{\mathrm{n}}$
kann zwischen n und p unterscheiden

7.2 Mesonen und Baryonen

Hadronen → Baryonen: halbzahliger Spin, Fermionen
Hadronen → Mesonen: ganzzahliger Spin, Bosonen

Spin – Statistik – Theorem (Pauli 1940):

Grundlegendes Konzept bei der Analyse der Wechselwirkung von Teilchen und Feldern

- Teilchen mit halbzahligem Spin $(\frac{1}{2}\hbar, \frac{3}{2}\hbar, ..)$ gehorchen der Fermi – Dirac Statistik $\longrightarrow$ Fermionen
- Teilchen mit ganzzahligem Spin $(0, \hbar, 2\hbar, \ldots)$ gehorchen der Bose – Einstein Statistik $\longrightarrow$ Bosonen

Statistik bestimmt Symmetrie der Wellenfunktion Ψ für Paar von identischen Teilchen (1 und 2) bei Vertauschung beider Teilchen

Sind Teilchen identisch: $|\Psi|^2$ nicht geändert: $\Psi \xrightarrow{1\leftrightarrow 2} \pm\Psi$

Es gilt folgende Regel:

Für identische Bosonen: $\Psi(1,2) \xrightarrow{1\leftrightarrow 2} +\Psi(2,1)$ symmetrisch

Für identische Fermionen: $\Psi(1,2) \xrightarrow{1\leftrightarrow 2} -\Psi(2,1)$ antisymmetrisch

Pauli–Prinzip: Die Wellenfunktion eines Zustandes, welcher zwei (oder mehrere) identische Teilchen mit halbzahligem Spin beschreibt, ist antisymmetrisch unter Vertauschung zweier Teilchen.

7.3 Mesonen aus leichten Quarks

- Pionen sind leichteste Mesonen: $m_\pi \sim 140$ MeV/c^2
- Spin der Pionen = 0 $\longrightarrow$ bestehen aus $q\bar{q}$–Paar
- Pion: 3 Ladungszustände: $|\pi^+ >= |u\bar{d}>$
  $|\pi^- >= |\bar{u}d>$
  $|\pi^0 >= \frac{1}{\sqrt{2}}[|u\bar{u}> - |d\bar{d}>]$
- Allgemein: Mesonen bestehen aus $q\bar{q}$–Paaren,
  Spin der Mesonen : ganzzahlig
- Keine Mesonzahlerhaltung: da Mesonen = $|q\bar{q}>$
  d.h. Zahl der q - Zahl der $\bar{q}$ = 0

Mesonmultipletts: $J^P = 0^-$, $J^P = 1^-$

Betrachten Mesonen aus 3 leichten Quarks (u, d, s) aufgebaut:
Erwarte aus Kombination von 3 q + 3 $\bar{q}$: 9 Mesonen (Nonett)

Quantenzahlen der Mesonen: (Betrachte nur $L = 0$ Zustände)

- Parität: $P = (-1)^{L+1} = -1$
- Spin: $S = J$, da $L = 0$:
  $J^P = 0^-$: Pseudoskalare Mesonen: z.B.: $\pi^\pm, \pi^0, K^\pm, K^0$
  $J^P = 1^-$: Vektormesonen: z.B.: $\rho^\pm, \rho^0, \omega$
- Isospin: betrachte u, d: u: $I_3 = +\frac{1}{2}$ d: $I_3 = -\frac{1}{2}$
  $\longrightarrow$ 2×2 Kombinationen aus $u, \bar{u}, d, \bar{d}$
  $\longrightarrow$ Für s-Quarks: $I_3 = 0$
- Strangeness: S erhalten bei der starken Wechselwirkung
  $S = -1$ für s-Quark
  $S = +1$ für $\bar{s}$-Quark

7.4 Baryonen aus leichten Quarks

- p, n... Baryonen mit kleinster Masse ('Grundzustände')
  es existieren auch angeregte Zustände
- Bestehen aus 3 Quarks $\longrightarrow$ Spin der Baryonen ist halbzahlig
- Baryonzahl B: additive Quantenzahl
  $B = +1$ für Baryonen $\longrightarrow$ für Quarks: $B = +\frac{1}{3}$
  $B = -1$ für Antibaryonen $\longrightarrow$ für Anti–Quarks: $B = -\frac{1}{3}$
  alle andere Teilchen haben $B = 0$

  Bis heute: B ist Erhaltungsgrösse !
  z.B.: $\mathrm{p} \not\longrightarrow \pi^0 + \mathrm{e}^+$: Damit $\tau_\mathrm{p} > 5.5 \cdot 10^{32}$ Jahre

Baryonen aus u, d Quarks: $\mathrm{p}, \mathrm{n}, \Delta$
$\mathrm{u}, \mathrm{d}, \mathrm{s}$ Quarks: Hyperonen: $\Lambda, \Sigma, \Xi, \Omega$

Beispiel: Δ^{++}: $|\mathrm{u}^\uparrow \mathrm{u}^\uparrow \mathrm{u}^\uparrow >$ $J^P = \frac{3}{2}^+$
Symmetrische Ortswellenfunktion ($L = 0$)
Symmetrische Spinwellenfunktion
Symmetrische Flavourwellenfunktion
$\longrightarrow$ Gesamtwellenfunktion ist symmetrisch
Widerspruch zum Pauli–Prinzip

Lösung des Problems:

Führe neue Quantenzahl Farbe ein:

rot
blau } **für Quarks**
grün

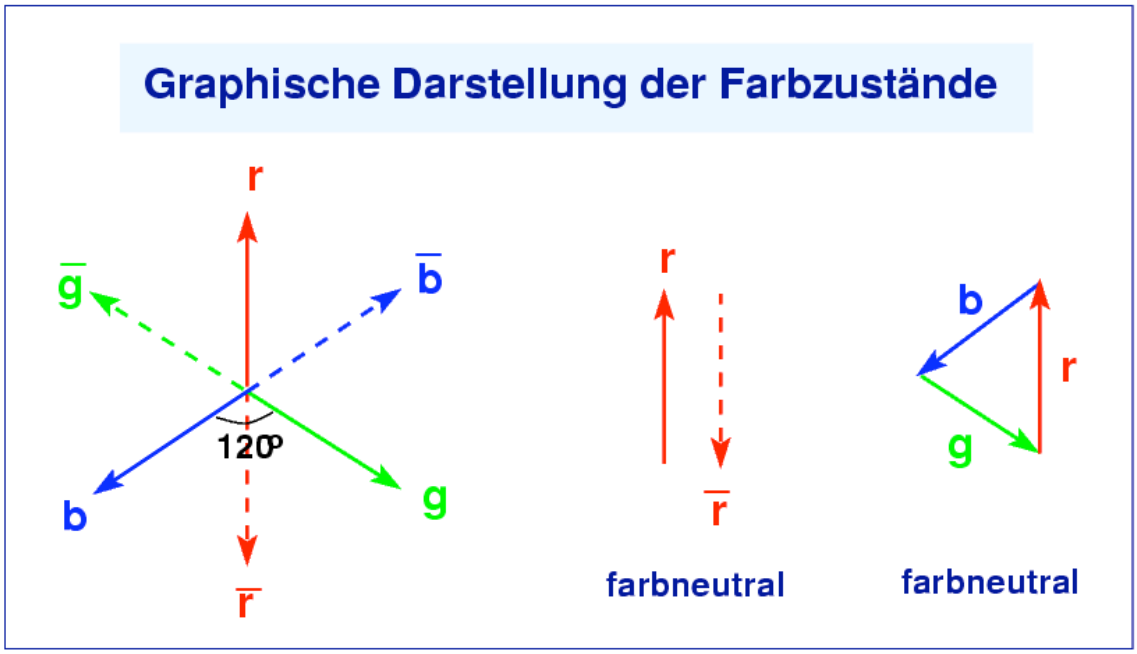
Antiquarks tragen entsprechende Antifarbe

Bemerkung: Baryonen und Mesonen sind jedoch farbneutral!

Hadronen als farbneutrale Objekte

Daten: es existiert nur eine Sorte von Teilchen: $\mathrm{p}, \mathrm{n}, \pi$, ...
$\longrightarrow$ freie Teilchen tragen keine Nettofarbe
$\longrightarrow$ Quarks können nicht als freie Teilchen beobachtet werden

Quanten-Chromodynamik (QCD):
es können nur farbneutrale ('weisse') Zustände gebildet werden. Bsp.: $r\bar{r}$, $(b + r + g)$ sind farbneutral



Beispiel:

$$\left.\begin{aligned} |\pi^+ >= |\mathrm{u}_r\bar{\mathrm{d}}_r > \\ |\pi^+ >= |\mathrm{u}_b\bar{\mathrm{d}}_b > \\ |\pi^+ >= |\mathrm{u}_g\bar{\mathrm{d}}_g > \end{aligned}\right\}$$

physikalisches (=messbares) π ist Mischung aus 3 Farbzuständen
$\longrightarrow$ Nettofarbe ist weiss

Bemerkung: es gibt keine Hadronen mit $|\mathrm{qq} >$ oder $|\mathrm{qq}\bar{\mathrm{q}} >$
$\longrightarrow$ wären nicht farbneutral

Baryon-Multiplets

Betrachte: Baryonen aus u, d, s Quarks
$L = 0$ und keine radiale Anregungen
d.h. Baryonen mit niedrigsten Massen

Gesamtwellenfunktion $\Psi_{\rm tot}$ muss antisymmetrisch sein:

$$\Psi_{\rm tot} = \zeta_{\rm Ort} \cdot \xi_{\rm Flavor} \cdot \chi_{\rm Spin} \cdot \phi_{\rm Farbe}$$

Baryon-Dekuplet: $J^P = \frac{3}{2}^+$

- $J = S = \frac{3}{2}$: Spin $\uparrow\uparrow\uparrow$ $\Longrightarrow$ $\chi_{\rm Spin}$ symmetrisch
- $L = 0$: $\zeta_{\rm Ort}$ symmetrisch
- für $|{\rm uuu}>$: $\xi_{\rm Flavor}$ symmetrisch
  $\longrightarrow$ $\phi_{\rm Farbe}$ muss antisymmetrisch sein:
  $\phi_{\rm Farbe} = \frac{1}{\sqrt{6}} \sum_\alpha \sum_\beta \sum_\gamma \epsilon_{\alpha\beta\gamma} |{\rm q}_\alpha {\rm q}_\beta {\rm q}_\gamma>$
  mit $\alpha, \beta, \gamma = r, b, g$ und $\epsilon_{\alpha\beta\gamma}$ ... total antisymmetrischer Tensor

- Für Zustände mit verschiedenen Quarks: mehrere Terme für $\xi_{\rm Flavor}$ symmetrisch
  z.B.: $|\Delta> = \frac{1}{\sqrt{3}}[|{\rm uud}> + |{\rm udu}> + |{\rm duu}>]$

- $\Longrightarrow$ 10 verschiedene 3–Quarkzustände mit $J^P = \frac{3}{2}^+$ und $\Psi_{\rm tot}$ antisymmetrisch

Baryon-Oktett: $J^P = \frac{1}{2}^+$

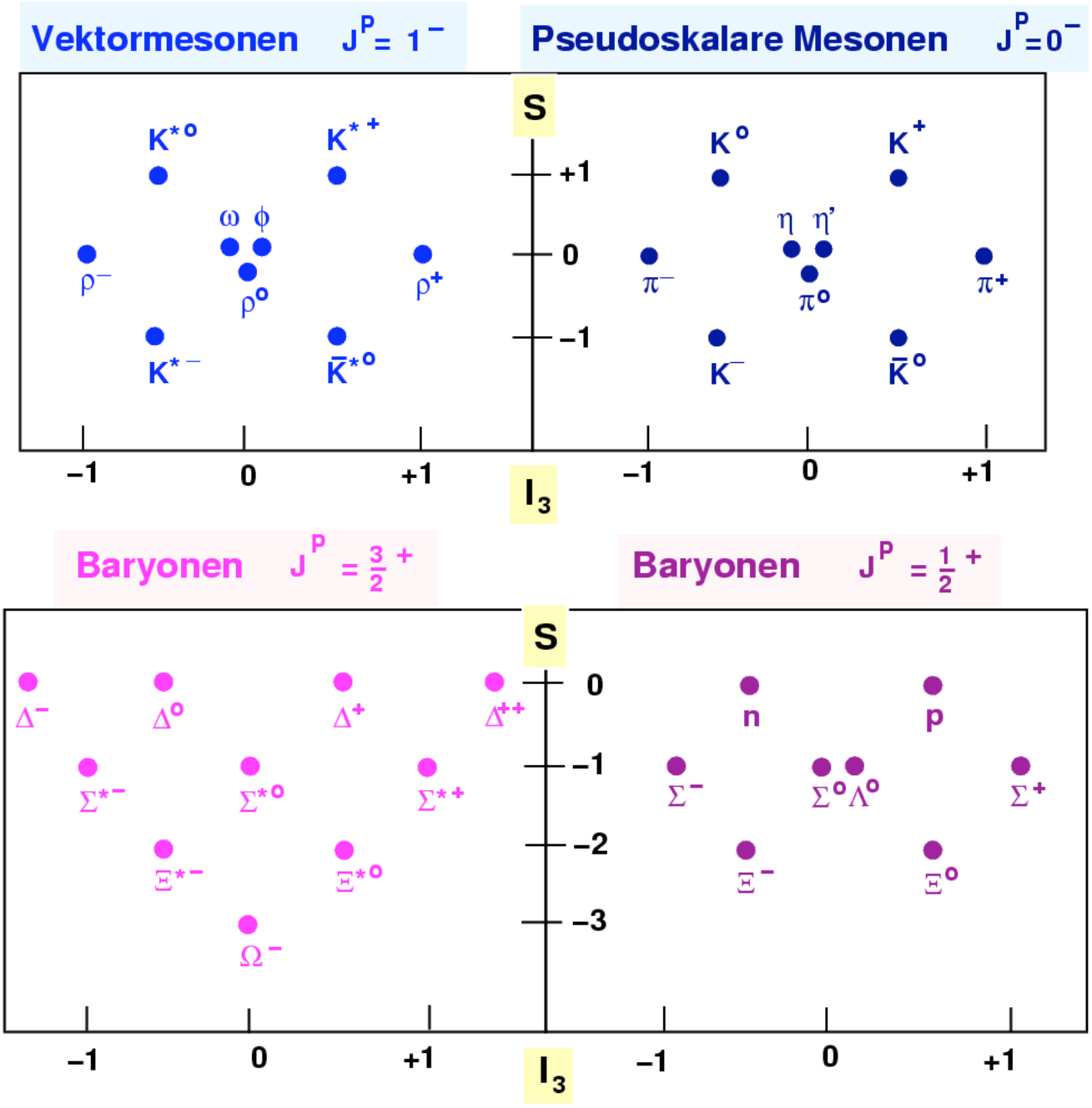
- Für $S = J = \frac{1}{2}$: 1 Spin muss antiparallel sein: z.B.: $\uparrow\uparrow\downarrow$
  dieser Spinanteil hat gemischte Symmetrie, damit muss $\xi_{\rm Flavor}$ ebenfalls gemischte Symmetrie haben $\Longrightarrow$ nicht möglich für ${\rm uuu}, {\rm ddd}, {\rm sss}$

- ${\rm uds}$ – Kombination: 2 verschiedene Teilchen durch verschiedene Spineinstellung:
  $\Sigma^0 = |{\rm u}^\uparrow {\rm d}^\uparrow {\rm s}^\downarrow>$ $\Lambda^0 = |{\rm u}^\uparrow {\rm d}^\downarrow {\rm s}^\uparrow>$

- Für korrekt symmetrisierte Form der Wellenfunktion: mehrere Terme

- $\Longrightarrow$ 8 verschiedene 3–Quarkzustände mit $J^P = \frac{1}{2}^+$ und $\Psi_{\rm tot}$ antisymmetrisch

Zusammenfassung Multipletts



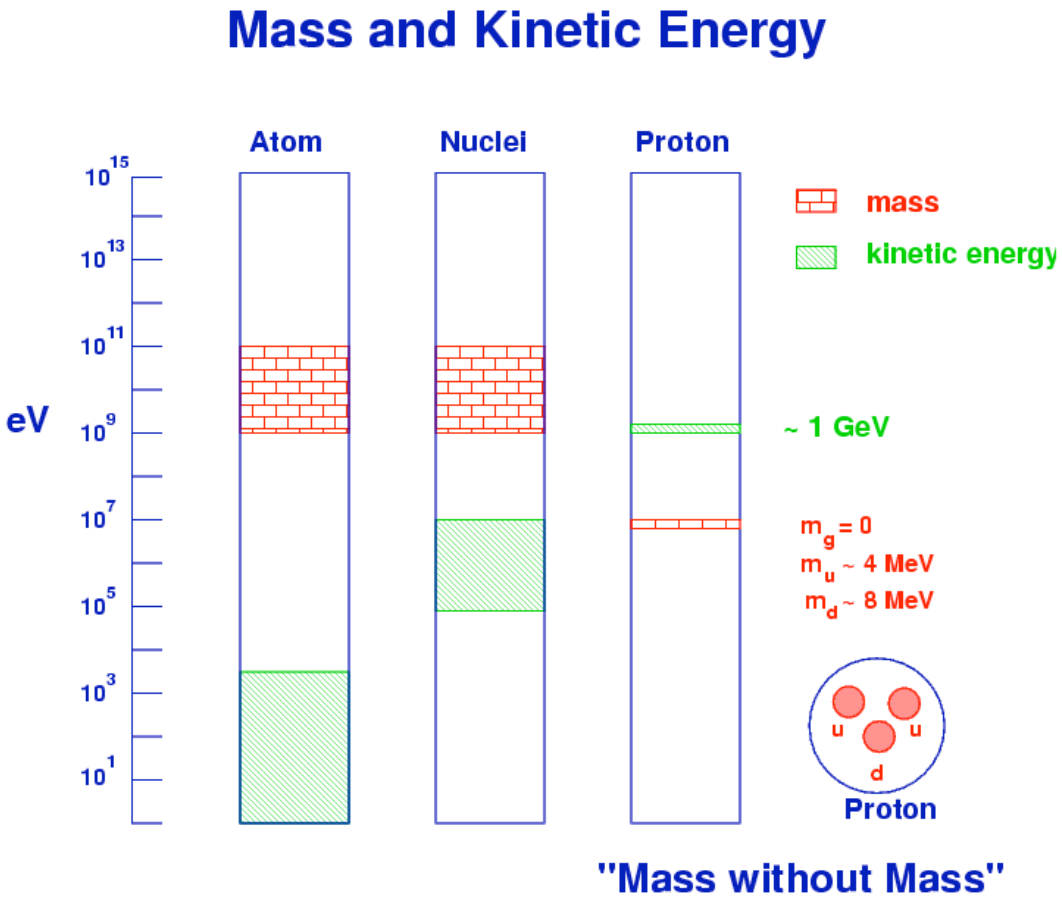
S ... Strangeness: $S = -1$ für s - Quark
$S = +1$ für $\bar{\text{s}}$ - Quark

I_3 ... 3. Komponente des Isospins: $\text{u} : I_3 = \frac{1}{2}, \text{d} : I_3 = -\frac{1}{2}$,
$\text{s} : I_3 = 0$

$\Omega^- = |\text{s}^\uparrow\text{s}^\uparrow\text{s}^\uparrow>$ vorhergesagt; 1964 entdeckt

Masse und Kinetische Energie

Zur Erinnerung (siehe Einleitung)



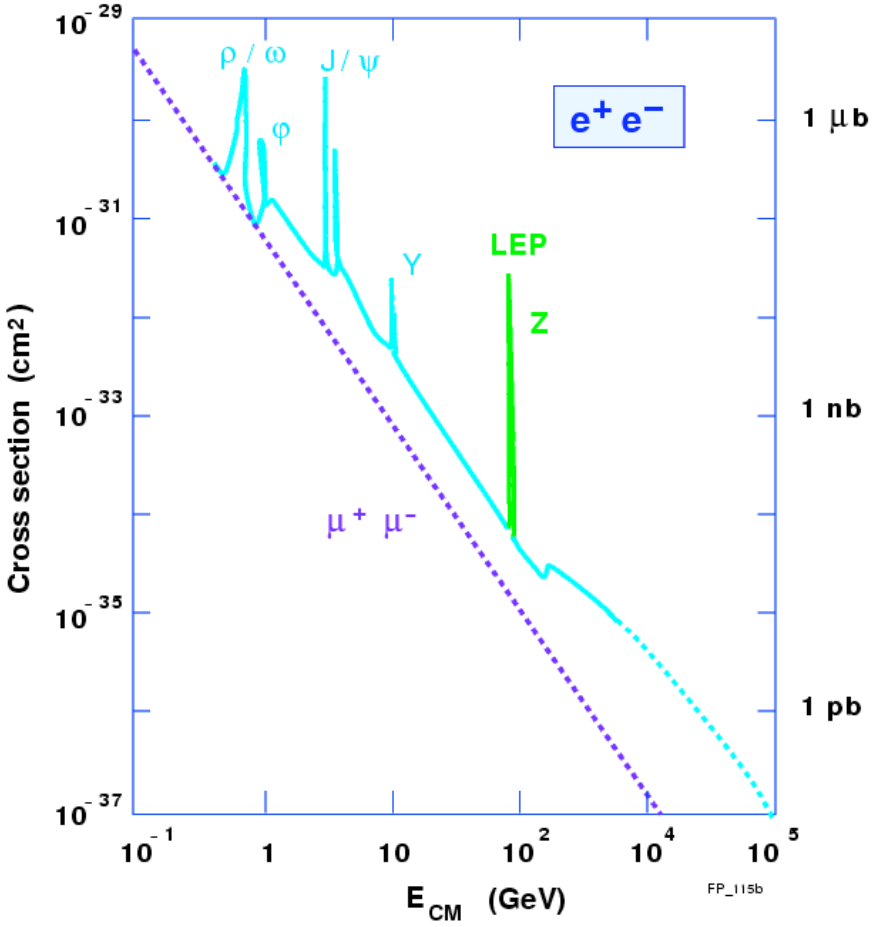
Aus gemessenen Mesonen/Baryonen Massen
$\longrightarrow$ Konstituentenmassen

$$\left.\begin{array}{l} m_{\mathrm{u,d}} \sim 310 \ \mathrm{MeV}/c^2 \\ m_{\mathrm{s}} \ \sim 480 \ \mathrm{MeV}/c^2 \end{array}\right\}$$ wesentlich aus Wolke von g und $\mathrm{q\bar{q}}$ Paaren

$$\left.\begin{array}{l} m_{\mathrm{u,d}} \sim 4-10 \ \mathrm{MeV}/c^2 \\ m_{\mathrm{s}} \ \sim 150 \ \mathrm{MeV}/c^2 \end{array}\right\}$$ intrinsische Massen

7.5 $J^P = 1^-$ – Produktion

in e^+e^- Annihilation



Vektormesonen ($J^P = 1^-$) als Resonanzen in e^+e^- Kollisionen

Resonanzen: kurzlebige Zustände, denen man Masse und wohldefinierte QZ zuschreiben kann

Gebundene $q\bar{q}$ – Zustände: $m_{q\bar{q}} = \sqrt{s} = 2 \cdot E_{Strahl}$ in e^+e^-

- ρ, ω Resonanzen: Mischungszustände aus $u\bar{u}$ und $d\bar{d}$
  m_ρ = 768.5 MeV/c^2, Γ_ρ = 150.7 MeV
  m_ω = 781.9 MeV/c^2, Γ_ω = 8.4 MeV
- ϕ = $s\bar{s}$ Resonanz: m_ϕ = 1019.4 MeV/c^2 Γ_ϕ = 4.4 MeV
- J/ψ = $c\bar{c}$ Resonanz: $m_{J/\psi}$ = 3096.9 MeV/c^2, $\Gamma_{J/\psi}$ = 87 keV
- Υ = $b\bar{b}$ Resonanz: m_Υ = 9460.4 MeV/c^2 , Γ_Υ = 52 keV

Bemerkung: Z–Resonanz: m_Z = 91.18 GeV/c^2 , Γ_Z = 2.49 GeV
Trägerteilchen der (neutralen) schwachen Wechselwirkung: siehe Kapitel 9

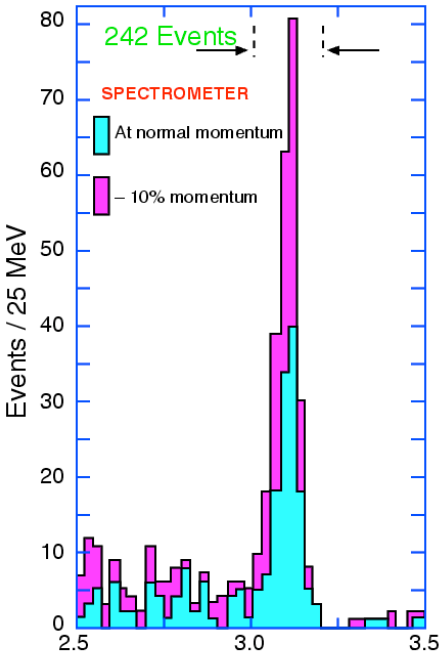
J/Ψ – Resonanz

J/Ψ = $c\bar{c}$ Zustand $(J^P = 1^-)$

$m_{J/\Psi}$ = 3.097 GeV/c^2

$\Gamma_{J/\Psi}$ = 87 keV

'Novemberrevolution' 1974



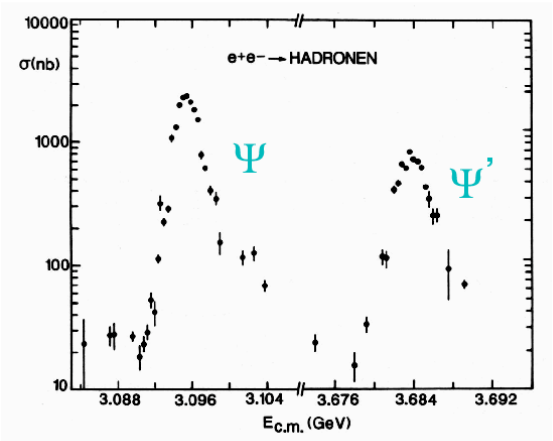
1974: Brookhaven (E_p = 28 GeV)

$p + Be \rightarrow J + X$, $J \rightarrow e^+e^-$

Beobachtete Breite durch experimentelle Auflösung gegeben

Ting

Nobelpreis 1976: S. Ting und B. Richter für J/Ψ



1974: SLAC (e^+e^- : $E_{CM} \sim 3$ GeV)

$e^+e^- \rightarrow \Psi \rightarrow$ Hadronen, e^+e^-, $\mu^+\mu^-$

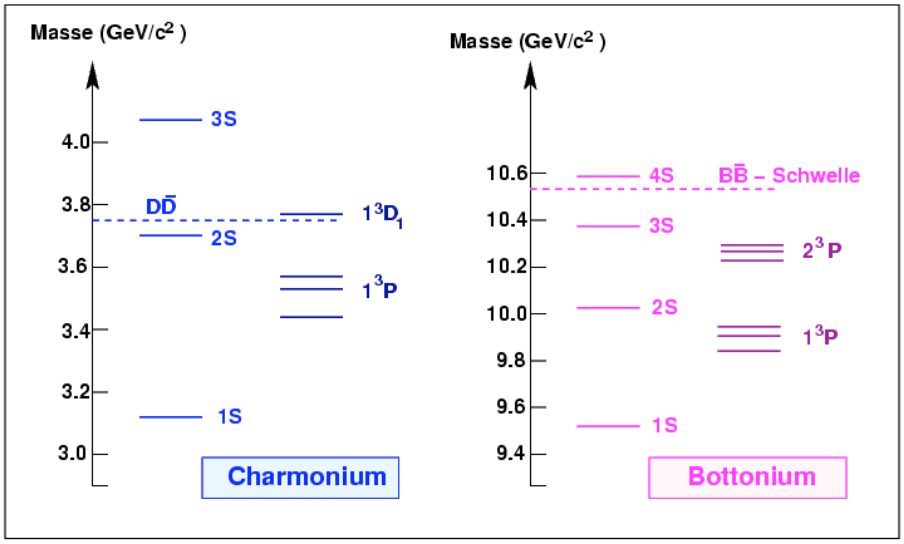
Richter

Beobachtete Breite durch Energieunschärfe der kollidierenden Strahlen gegeben

Später Ψ' und Ψ'' gefunden

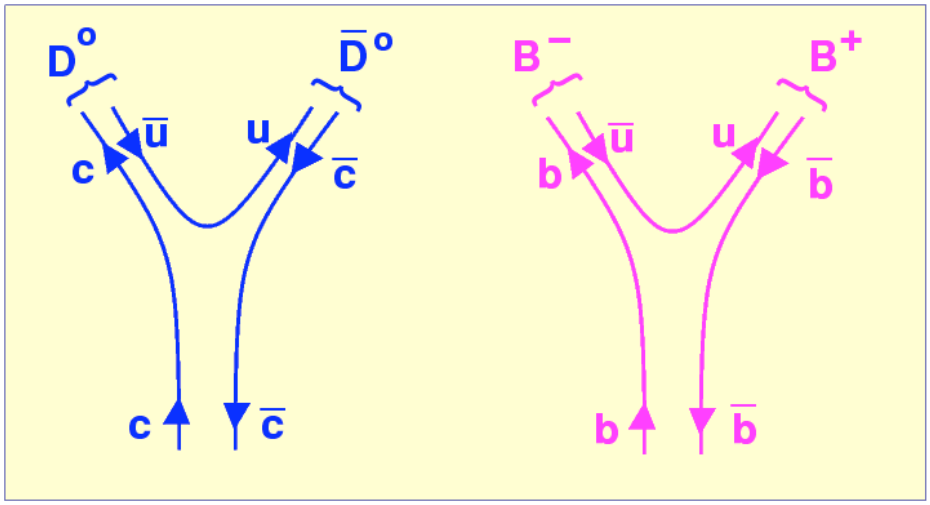
7.6 Mesonen aus schweren Quarks (c, b)

- $e^+e^- \longrightarrow c\bar{c}$ oder $b\bar{b}$: Oberhalb einer Energieschwelle Produktion von Mesonen



- $q\bar{q}$ – Paare aus Anregungsenergie der Quarkonia

  Quarkonium = gebundenes hadronisches System aus schweren Quarks



$m_{D^0} = 1864.4\ \mathrm{MeV}/c^2$ $\quad$ $m_{B^\pm} = 5278.7\ \mathrm{MeV}/c^2$

$\Psi(1^3D_1)$: Erster Zustand oberhalb $D\bar{D}$ Schwelle

$m = 3770\ \mathrm{MeV}/c^2$

$\Upsilon(4^3S_1)$: Erster Zustand oberhalb $B\bar{B}$ Schwelle

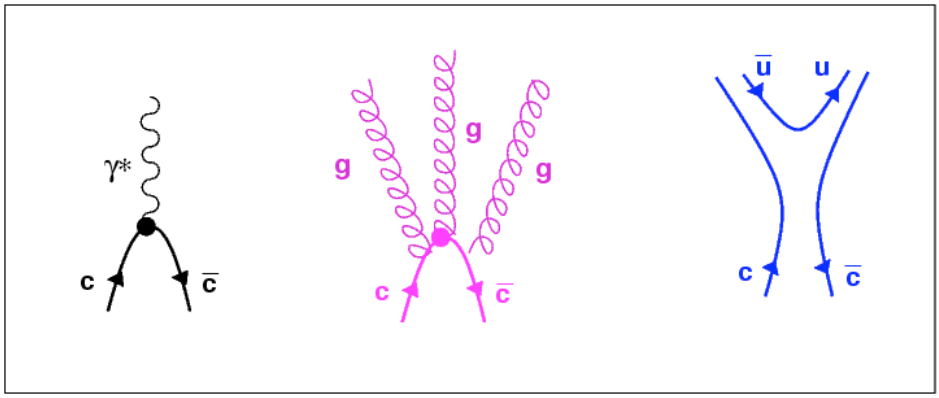
$m = 10580\ \mathrm{MeV}/c^2$

Höhere Anregungsenergien $\longrightarrow$ Mesonen mit s-Quarks

Zweig – Regel: Teilchenzerfälle

Zweig –Regel: $q\bar{q}$ Annihilation und 3-Gluon Austausch unterdrückt im Vergleich zum Zerfall mit durchgehenden Quarklinien

Beispiele: J/ψ– Zerfälle



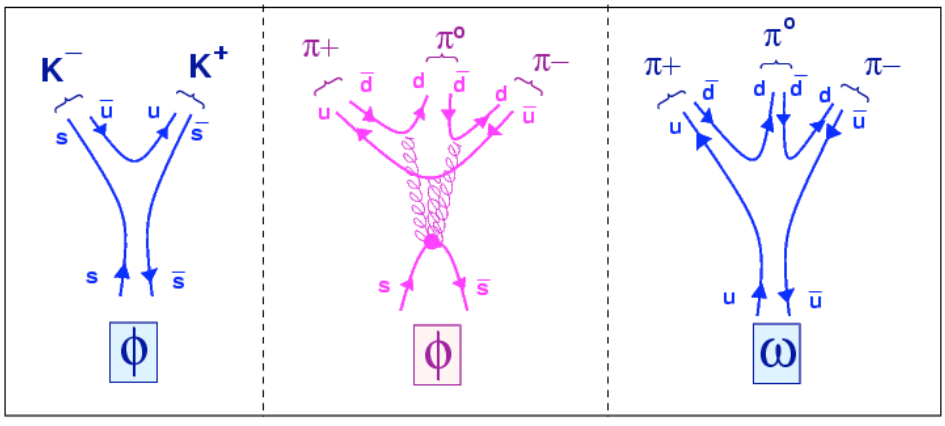
$J/\psi \rightarrow \gamma^* \rightarrow$ Hadronen
$\rightarrow$ Leptonen
BR = 30%

$J/\psi \rightarrow ggg \rightarrow$ Hadronen
BR = 70%

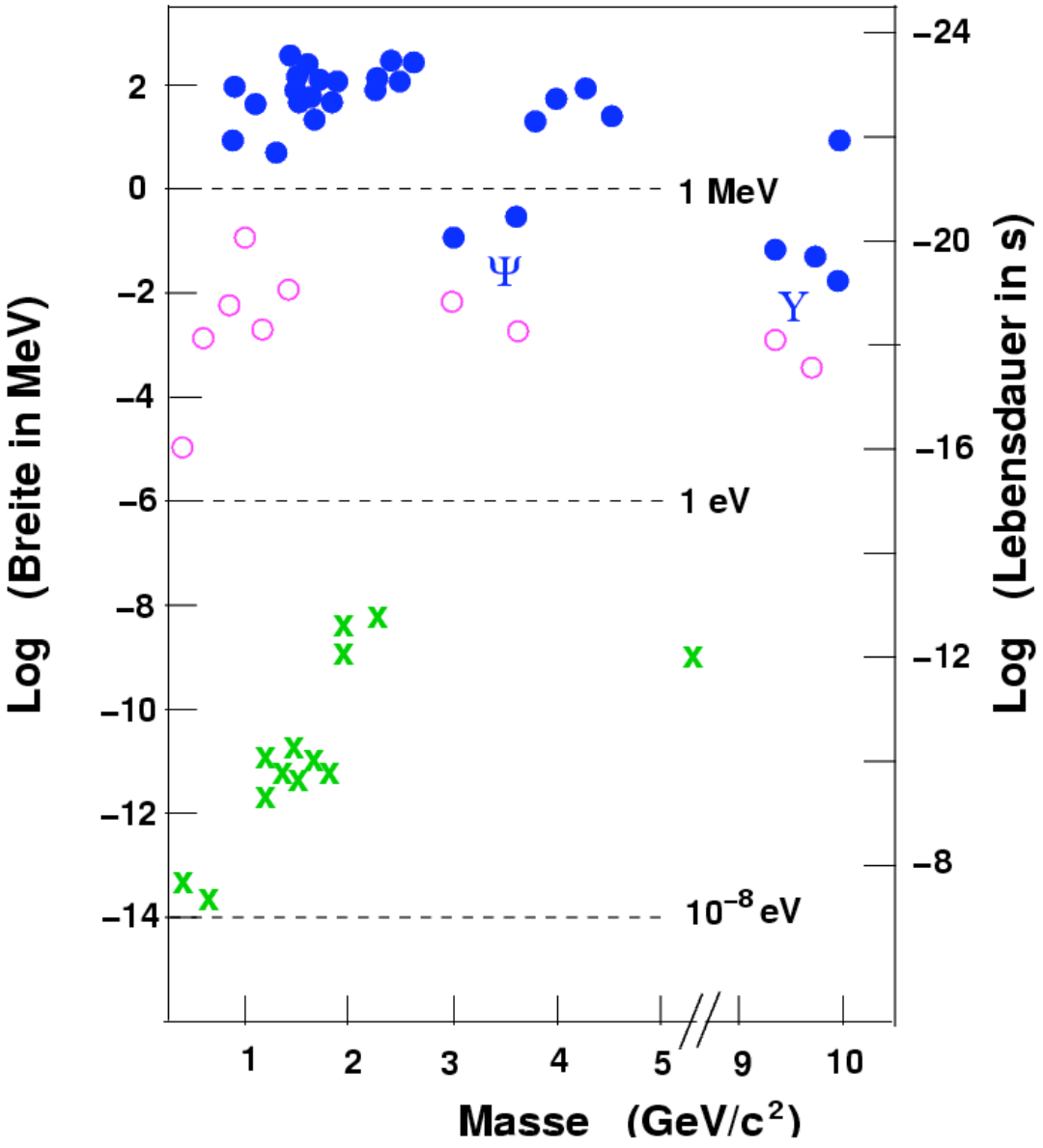
obwohl α ($7 \cdot 10^{-3}$) < $\alpha_s (\sim 0.2)$: $J/\psi \rightarrow \gamma^* \sim 30\%$

$J/\psi \rightarrow ggg$ (starke WW) wegen Erhaltung der Farbladung
3 Gluonen notwendig
$\Gamma_{ggg} \sim \alpha_s^3 \Longrightarrow \Gamma_{J/\psi}$ = 88 keV: klein unterhalb Schwelle

Bemerkung: Zweig – Regel erklärt auch: $\phi \rightarrow 3\pi \sim 15\%$
$\omega \rightarrow 3\pi \sim 90\%$ ..... dominant



7.7 Γ und τ hadronischer Zustände



- ● Zerfall via starker WW in Hadronen: $\Gamma > 10$ MeV
  Ausnahme: $\Psi, \Psi', \Upsilon, \Upsilon', \Upsilon''$:
  starker Zerfall via 3–Gluon Austausch
- ○ Zerfall via elektromagnetischer WW
  Isospin nicht erhalten
- × Zerfall via schwacher WW
  Isospin, Strangeness nicht erhalten

Für $\tau < 10^{-16}$ s: Lebensdauer aus Breite bestimmen:

$$\tau = \hbar/\Gamma$$

7.8 Das Top – Quark

Seit Entdeckung des b-Quarks: intensive Suche nach dem t-Quark

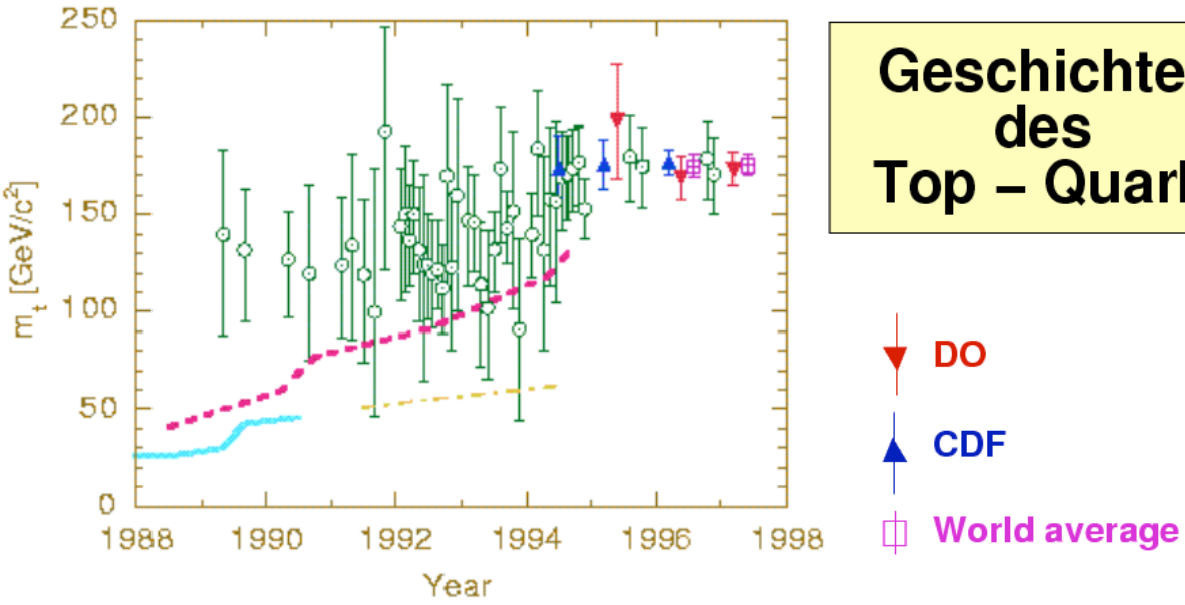
Es gibt keine theoretische Vorhersage für die t-Quark Masse

1994: Erste direkte Evidenz für Top: CDF (Tevatron)

2006: $M_t = (172.5 \pm 2.3)\ \mathrm{GeV}/c^2$ CDF, D0

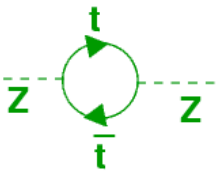
Bemerkung: Masse vom Top entspricht der des Goldatoms
jedoch: Goldatom besteht aus
79 p, 79 e^- und 118 n
Top–Quark $< 10^{-18}$ m, τ_t = 0.4·10^{-24} s

Für $e^+e^- \longrightarrow t\bar{t}$: brauche Maschine mit $\sqrt{s} \geq 350$ GeV
$\Longrightarrow$ Linear Collider Projekt



Geschichte des Top – Quarks

Indirekte Bestimmung am LEP :



Direkte Suche an $e^+ e^-$ Speicherringen

$p\bar{p} \longrightarrow t\bar{t}$ Indirekte Bestimmung aus Γ_W