

# Übungen zur Festkörperphysik I

## Serie 11: Supraleitung

Verteilung: 16.1.2007

Abgabe: 24.1.2007

Rückgabe: 31.1.2007

### Kurzfragen

- a) Welches sind die typischen makroskopischen Eigenschaften eines Supraleiters und wie können sie gemessen werden?
- b) Ist ein idealer Leiter ein Supraleiter?
- c) Was sind Cooperpaare und welche Wechselwirkung hält diese in konventionellen Supraleitern zusammen?
- d) Was verstehen Sie unter dem Isotopeneffekt?

## 1 Idealer Leiter und Supraleiter

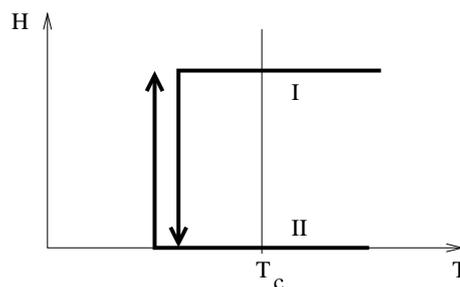
- a) Wir gehen aus vom Ohm'schen Gesetz und betrachten einen idealen Leiter.

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad (1)$$

Für einen idealen Leiter gilt  $\sigma = \infty$  oder  $\rho = 0$ . Leiten Sie mit Hilfe der Maxwellgleichungen her, dass

$$\dot{\vec{B}} = 0 \quad (2)$$

Welche Konsequenzen hat dies, wenn man einen idealen Leiter auf 2 verschiedene Arten abkühlt (siehe Abbildung)?



Machen Sie eine Skizze einer ellipsoiden Probe und zeichnen Sie die Magnetfeldlinien für beide Kühlprozesse (I und II) ein.

- b) Bei Hg, Al, Pb, In oder Sn beispielsweise findet man unterhalb  $T_c$ , dass innerhalb des Materials

$$\vec{B} = 0 \quad (3)$$

gilt, was man als idealen Diamagnetismus des Supraleiters bezeichnet (Meissner-Ochsenfeld, 1933) und eine strengere Bedingung als die in Aufgabe a) gefundene

Beziehung  $\dot{\vec{B}} = 0$ . Dies gilt jedoch nur tief im Inneren des Supraleiters und bei nicht allzu hohen äusseren Feldern. Leiten Sie aus den London'schen Gleichungen

$$\vec{j}_s = \frac{n_s e^2}{m} \vec{E} \quad (4)$$

$$\nabla \times \vec{j}_s = -\frac{n_s e^2}{mc} \vec{B} \quad (5)$$

und den Maxwell-Gleichungen eine Beziehung her, welche das Eindringen des Magnetfeldes am Rand des Supraleiters beschreibt und bestimmen Sie die dazugehörige charakteristische Länge  $\lambda_L$ , welche als London'sche Eindringtiefe bezeichnet wird. Hinweise: Reduzieren Sie das Problem auf eine Dimension:  $x < 0$ : Vakuum,  $x > 0$ : SL. In  $y$ - und  $z$ -Richtung seien Vakuum und Supraleiter unendlich ausgedehnt.

## 2 Kritischer Strom in einem supraleitenden Draht: Silsbee-Effekt

In einem Tieftemperatur-Experiment ( $T \approx 10$  mK) schickt man Strom durch einen Draht aus Blei ( $T_C = 7.19$  K). Der Durchmesser des Drahtes beträgt 0.2 mm, und es wird angenommen, dass die Stromdichte homogen ist. Bei welchem Wert des Stromes (in Ampères) wird der Draht normalleitend? Das kritische Feld von Blei bei  $T = 0$  K,  $B_C(0) = \mu_0 H_C(0)$  beträgt 0.080 Tesla. ( $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Vs/Am).

## 3 Obere Grenze für den Widerstand in einem Supraleitenden Draht

Aus einem supraleitenden Draht mit 4 mm Durchmesser wird ein supraleitender Ring mit 7 cm Durchmesser geformt. Ein Suprastrom in diesem Ring fliesst unverändert ( $\Delta I/I < 10^{-6}$ ) über 12 Jahre. Wie gross ist die obere Grenze für den spezifischen Widerstand des Rings? Vergleichen Sie bitte diesen Wert mit dem für Kupfer bei 4 K und bei Zimmertemperatur.

## 4 Supraleitende Spule

Betrachten Sie eine lange supraleitende Spule (Länge 30 cm, 10.000 Windungen, mittlerer Durchmesser 10 cm), die sich in flüssigem Helium bei 4.2 K befindet. Um das spezifische Magnetfeld zu erreichen, muss ein Strom von 100 A durch die Spule fließen. Nehmen Sie an, dass der Draht einen Normalwiderstand von 1 m $\Omega$ /m hat. Der Draht für supraleitende Magnete besteht in industrieller Ausführung aus vielen dünnen supraleitenden Filamenten, eingebettet in einer Kupfermatrix.

- Schätzen Sie die Induktivität der Spule und die magnetische Flussdichte ab.
- Wie lange dauert es, die Spule bis zu diesem Feld mit einer 1 V Spannungsquelle aufzuladen?
- Nach dem Aufladen auf 100 A wird die Spule in den "persistent-mode" geschaltet und die externe Stromversorgung entfernt. Wieviel Energie ist in dem Magneten gespeichert?
- Wie schnell würde sich die Spule entladen, falls der Supraleiter plötzlich normalleitend wird?