Prof. B. Batlogg WS 2006/07

Übungen zur Festkörperphysik I

Serie 8: Transport in Metallen

Verteilung: 12.12.2006 Abgabe: 20.12.2006 Rückgabe: 3.1.2007

Kurzfragen

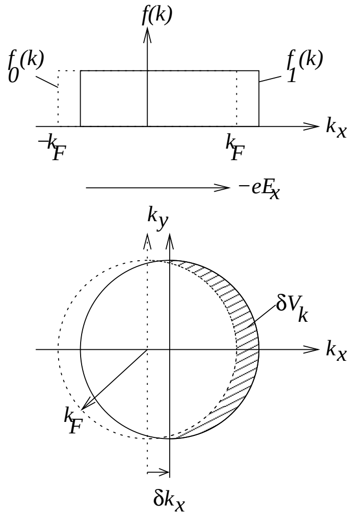
a) Was versteht man unter dem Drude-Modell?

b) Welche Streuprozesse für Elektronen in einem Metall kennen Sie? Wie äussern sich diese Streuprozesse im Temperaturverlauf des elektrischen Widerstandes?

c) Definieren Sie den Wärmeleitkoeffizienten der Metalle in Analogie zur elektrischen Leitfähigkeit. Welchen Zusammenhang zwischen den beiden Grössen gibt es?

d) Wie kann man die Zustandsdichte am Ferminiveau in einem Metall messen?

1 Änderung der Besetzung der Fermikugel durch ein elektrisches Feld



Legt man ein elektrisches Feld E_x an ein Metall an, so ergibt sich im thermischen Gleichgewicht eine neue Verteilungsfunktion $f_1(k)$. Diese ergibt sich unter vernünftigen Voraussetzungen (d.h. nicht allzu grosse E_x) aus dem ursprünglichen Fermikörper $f_0(k)$ durch Verschiebung:

$$f_1(k) = f_0(k - \delta k)$$

Für ein Metall trägt aber nur die Elektronenkonzentration δn nahe der Fermikante zum Stromtransport bei, nicht die gesamte Elektronenkonzentration n_e. Um eine Vorstellung von der Grösse $n_e/\delta n$ zu erhalten, betrachten wir die Fermikugel mit Volumen V_k, die durch das elektrische Feld um δk verschoben wird. Das über die ursprüngliche Fermikugel hinaus verschobene Volumen sei δV_k. Begründen Sie die Relation

$$\frac{n_e}{\delta n} \approx \frac{V_k}{2\delta V_k}$$

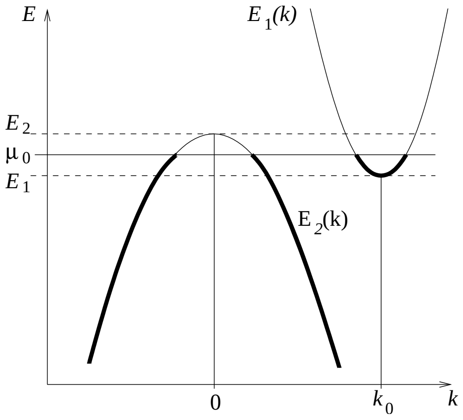
a) Zeigen Sie, dass für kleine Verschiebungen gilt:

$$\frac{V_k}{2\delta V_k} \approx \frac{2}{3}\frac{k_F}{\delta k} = \frac{2}{3}\frac{v_F}{v_D}$$

Hinweis: Eine Kugelkalotte des Radius R und der Höhe $h = (R-x)$ hat für $x << R$ das Volumen $\frac{2}{3}\pi R^3 - \pi x R^2$

b) Ermitteln Sie das Verhältnis $n_e/\delta n$ für Silber ($\tau = 2 \cdot 10^{-13}$ s, $n_e = 5.86 \cdot 10^{28}$ m^{-3}) für ein Feld von $E_x = 0.1$ V/m.

2 Halbmetall



Ein Halbmetall ist durch einen teilweisen Bandüberlapp charakterisiert. Die Leitfähigkeit des typischen Halbmetalls Bi ($\sigma = 8.6 \cdot 10^5$ $(\Omega\text{m})^{-1}$) ist immer noch sehr viel kleiner als die des typischen Metalls Na ($\sigma = 2.1 \cdot 10^7$ $(\Omega\text{m})^{-1}$). Wie beim Halbleiter, entstehen beim Übergang von Elektronen aus Zuständen des unteren in solche des oberen Bandes, Löcher im unteren Band.
Wir benutzen folgendes Modell des Halbmetalls:

$$\begin{aligned}
E_1(k) &= E_1 + \frac{\hbar^2}{2m_1}(k-k_0)^2 \\
E_2(k) &= E_2 - \frac{\hbar^2}{2m_2}k^2 \\
m_1 &= 0.06 m_e \\
m_2 &= 0.18 m_e
\end{aligned}$$

Der Überlapp beträgt $E_1 - E_2 = 0.1$ eV. Hier ist $E_{1,2}$ die Energie des unteren bzw. des oberen Randes von Band 1 bzw. 2. Bestimmen Sie den Abstand $(\mu_0 - E_1)$ des chemischen Potentials vom unteren Rand des Bandes 1 bei $T = 0$ K.
Hinweis: Das chemische Potential ergibt sich aus der Neutralitätsbedingung.

3 Zyklotronresonanz der Leitungselektronen

In einem Magnetfeld $B||z$ ergeben sich die Energieeigenwerte freier Elektronen nach Landau zu

$$E_n = (n+\frac{1}{2})\hbar\omega_c + \frac{\hbar^2}{2m}k_z^2 \tag{1}$$

a) Leiten Sie klassisch einen Ausdruck für die hier auftretende Zyklotronfrequenz ω_c freier Elektronen her.

b) Für den Halbleiter InSb beträgt die effektive Masse der Leitungselektronen $m^* = 0.014 m_e$. Wie gross muss das Magnetfeld B sein, damit die Leitungselektronen durch Einstrahlung von Mikrowellen der Wellenlänge $\lambda = 3 \cdot 10^-2$ m zur Zyklotronresonanz angeregt werden?