Prof. B. Batlogg WS 2006/07

Übungen zur Festkörperphysik I

Serie 4: Spezifische Wärme, Phononen

Verteilung: 14.11.2006 Abgabe: 22.11.2006 Rückgabe: 29.11.2006

Kurzfragen

a) Was ist ein Quasiteilchen?

b) Welche experimentellen Methoden geben Aufschluss über die Gitterdynamik?

c) Weshalb dehnen sich Festkörper aus?

d) Was ist der Unterschied zwischen dem Einstein- und dem Debyemodell?

1 Lineare Kette

Man betrachte eine lineare Kette mit Federkonstante f_1 zwischen nächsten Nachbarn und f_2 zwischen übernächsten Nachbarn. Die Gitterkonstante sei a.

a) Berechnen Sie die Dispersionsrelation $\omega(k)$ der Schwingungen solchen Kette.

b) Welche Bedingung müssen f_1 und f_2 erfüllen, damit $\omega(k)$ ein Maximum innerhalb der ersten Brillouinzone ($-\frac{\pi}{a} \leq k \leq \frac{\pi}{a}$) aufweist?

2 Das Debye-Modell in $D = 1, 2, 3$ Dimensionen

Gitterschwingungen besitzen eine Dispersion $\omega(\vec{k})$, welche eine komplizierte Strukturen besitzen kann. Debye schlug ein einfaches Modell für die Gitterschwingungen im Festkörper vor, bei welchem die Gitterschwingungen dispersionslose Schallwellen sind. Für letztere gilt in allen Dimensionen die Relation:

$$\omega_{l,t} = c_{l,t} k, \qquad k = |\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda}$$

zwischen Frequenz ω und Wellenzahl k, wobei die Phasen- (Gruppen-) geschwindigkeiten $c_{l,t}$ der longitudinalen bzw. transversalen Wellen Konstanten sind. (Anmerkung: für $D = 1$ existieren nur longitudinale Wellen.) Wir richten nun den Blick auf ein Teilvolumen im Festkörper mit periodischen Randbedingungen: In einem "Würfel" L^D als Grundgebiet werden die erlaubten k-Werte eingeschränkt:

$$\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda}(n_1, ..., n_D); n_i \in \mathbb{Z}$$

was für jeden Punkt im k-Raum ein Volumen von $\left(\frac{2\pi}{L}\right)^D$ ergibt.
Man berechne für $D = 1, 2, 3$:

a) die Frequenzdichte (Phononenzustandsdichte) $\rho(\omega)$ und stelle sie graphisch dar.

b) den Grenzwert $\omega_{\max}$, der im Debye'schen Integral als die maximale anregbare Frequenz erscheint. Hinweis: Berücksichtige, dass in D Dimensionen genau D verschiedene Polarisationen möglich sind.

c) einen allgemeinen Ausdruck für die totale Anregungsenergie $U(T)$ und für die spezifische Wärme $c_V(T)$.

d) die qualitative Temperaturabhängigkeit für $c_V(T)$ für $T \to 0$.

e) den Hochtemperaturwert von $c_V(T)$ ($T \to \infty$) und vergleiche ihn mit dem Äquipartitionswert.

3 Wärmekapazität von Graphit

Untenstehende Figur zeigt die experimentell bestimmte Wärmekapazität von Graphit. Man beobachtet, dass für kleine Temperaturen die Wärmekapazität mit T^2 variert und nicht, wie man es aufgrund der Debye-Theorie für einen 3D-Kristall erwarten würde (siehe Aufgabe 2). Wie können Sie sich das erklären?

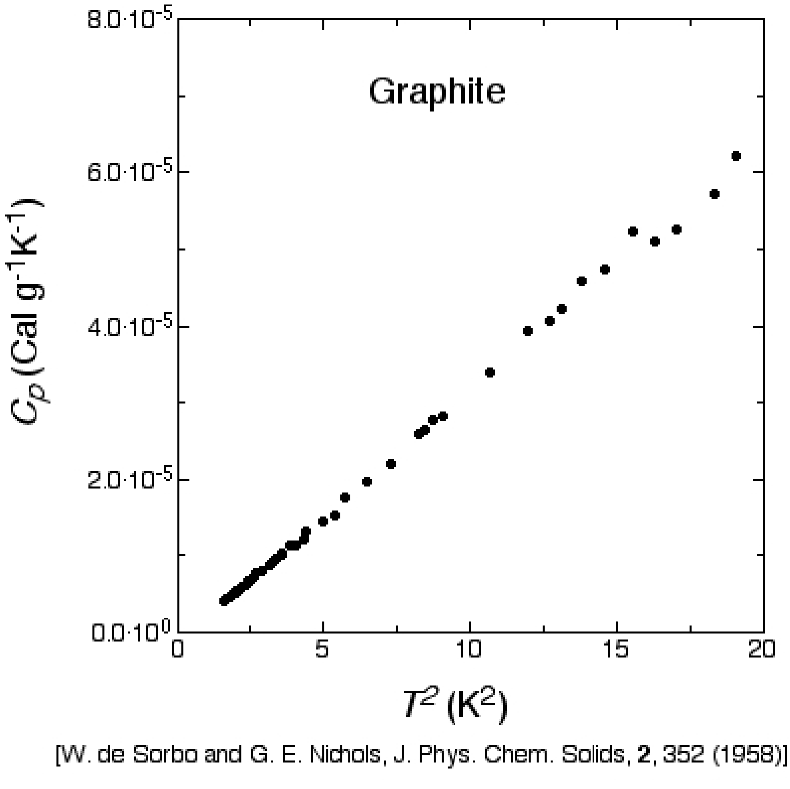

Figure 1: Spezifische Wärme von Graphit bei tiefen Temperaturen.