

# Übungen zur Festkörperphysik I

## Serie 12: Magnetismus

Verteilung: 23.1.2007

Abgabe: Nach Absprache

Rückgabe: 31.1.2007

### Kurzfragen

- a) Welches sind die fundamentalen Gründe für die Existenz einer Austauschwechselwirkung?
- b) Nennen Sie Beispiele für Ferro- und Antiferromagnete.
- c) In welchen Metallionen findet man typischerweise lokalisierte magnetische Momente, und warum?
- d) Wie kann man den Ferromagnetismus itineranter Elektronen modellieren.

## 1 Sauerstoff

Erklären Sie, weshalb flüssiger Sauerstoff paramagnetisch ist!

## 2 Para- und Diamagnetismus von Isolatoren und Metallen

Ziel der Aufgabe ist es, die paramagnetischen und diamagnetischen Eigenschaften von Isolatoren zu verstehen und die Suszeptibilitäten der Ionenrümpfe  $\chi_d^{\text{core}}$  und  $\chi_p^{\text{core}}$  mit derjenigen von Leitungselektronen bei Metallen zu vergleichen.

- a) Zuerst betrachten wir den Beitrag von Bahndrehimpuls und Spin aller Elektronen eines Atoms in einem externen Magnetfeld  $\vec{B}$  zum atomaren Hamilton:

$$H = \frac{1}{2m} \sum_i \left( \vec{p}_i - e\vec{A}(\vec{r}_i) \right)^2 - B \frac{e\hbar}{2m} \sum_i 2S_{z_i}$$

$$\Rightarrow H_{\text{Atom}} = H_0 - \frac{e}{m} \sum_i [\vec{A}(\vec{r}_i) \vec{p}_i - \frac{e}{2} \vec{A}^2(\vec{r}_i)] - B \frac{e\hbar}{2m} \sum_i 2S_{z_i}$$

Um das externe Magnetfeld  $\vec{B} = (0, 0, B)$  zu beschreiben, können wir das Vektorpotential  $\vec{A} = \frac{B}{2}(-y, x, 0)$  wählen. Schätzen Sie grob den paramagnetischen (Term, der mit  $B$  kleiner wird) und diamagnetischen (Term, der mit  $B$  anwächst) Beitrag zur magnetischen Energie eines Atoms in einem externen Feld von 1 Tesla ab.

Überlegen Sie sich, warum abgeschlossene Orbitale keinen Beitrag zur paramagnetischen Energie eines Festkörpers liefern.

**Hinweis:** Gehen Sie von der Russell-Saunders-Kopplung aus.

- b) Für die diamagnetische Suszeptibilität eines Isolators mit  $N$  Atomen im Volumen  $V$  findet man:

$$\chi_d^{\text{core}} = \left. \frac{\partial M_d}{\partial H} \right|_T = \frac{-N\mu_0 e^2}{V6m} \sum_{\nu=1}^Z \overline{r_\nu^2} < 0,$$

wobei  $Z$  die Anzahl Elektronen im Atom ist und  $\overline{r_\nu^2}$  das mittlere Abstandsquadrat der Wellenfunktionen aller  $Z$  Elektronen bedeutet. Für eine grobe Abschätzung kann man  $\overline{r_\nu^2} \approx a_B^2$  setzen und findet dann:

$$\sum_{\nu=1}^Z \overline{r_\nu^2} = Z a_B^2$$

Die paramagnetische Suszeptibilität eines Isolators im Limes  $\frac{g\mu_B J H}{k_B T} \ll 1$  (also für hohe Temperaturen) lautet:

$$\chi_p^{\text{core}} = \frac{N \mu_0 \mu_B^2 g^2 J(J+1)}{3k_B T} = \frac{C_{\text{Curie}}}{T}$$

Dabei ist  $g = g(J, L, S)$  der Lande-Faktor bei Gesamtspin  $S$ , Gesamtbahndrehimpuls  $L$  und Gesamtdrehimpuls  $J = L + S$ . Dieses  $1/T$  Verhalten der paramagnetischen Suszeptibilität bei hohen Temperaturen nennt man Curie-Gesetz.

Weiter kann man auch die dia- und paramagnetische Suszeptibilität der Leitungselektronen  $\chi_d^{\text{band}}$  und  $\chi_p^{\text{band}}$  herleiten:  $\chi_p^{\text{band}} = \mu_0 \mu_B^2 D(E_F)$  mit  $D(E_F) = \frac{mk_F}{\hbar^2 \pi}$  und  $\chi_d^{\text{band}} = -\frac{1}{3} \chi_p^{\text{band}}$ .

Schätzen Sie die Grössenordnungen dieser vier Beiträge zur Suszeptibilität eines Festkörpers ab!

- c) Welche der folgenden Elemente sind diamagnetisch, welche paramagnetisch und welche ferromagnetisch? Warum? Gold, Kupfer, Silber, Eisen, Natrium, Neon, Erbium, Lithium, Nickel, Cobalt Aluminium, Gadolinium, Dysprosium.

### 3 Lokalisierte $4f$ -Elektronen: Sättigungsmagnetisierung bei EuS

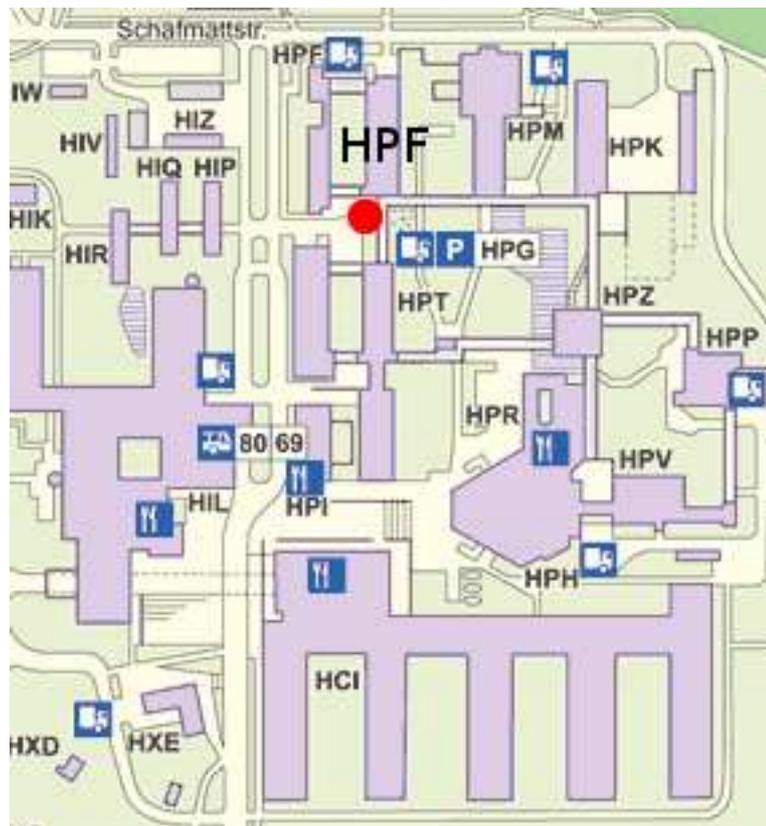
EuS kristallisiert in NaCl-Struktur mit einer Gitterkonstante von  $a = 5.96 \text{ \AA}$ . Die  $z$ -Komponente des magnetischen Moments jedes  $\text{Eu}^{2+}$ -Ions beträgt  $\mu_z = g_J J \mu_B$ .

- Bestimmen Sie  $g_J$ ,  $S$ , und  $J$  mit Hilfe der Hund'schen Regeln für  $\text{Eu}^{2+}$ . Die Elektronenkonfiguration für  $\text{Eu}^{2+}$  entspricht  $[\text{Xe}]4f^7$ . Hinweis: Hilfe zu dieser Aufgabe findet man z.B in Ashcroft-Mermin, Kapitel zu Dia- und Paramagnetismus.
- Berechnen Sie unter Verwendung des Resultats von a) die Sättigungsmagnetisierung  $M_{\text{sat}}$  von EuS unter der Annahme, dass sich in Sättigung alle Momente  $\mu_z$  parallel ausrichten.
- Die Sättigungsmagnetisierung von Eisen (Fe) beträgt  $M_{\text{sat}}(\text{Fe}) = 1.752 \cdot 10^6 \text{ A/m}$ . Bestimmen Sie daraus das mittlere magnetische Moment  $\mu_{\text{exp}}$ . Vergleichen Sie diesen Wert mit den Vorhersagen für ein paramagnetisches Eisenatom in den Elektronenkonfigurationen  $\text{Fe}^{2+}$  resp.  $\text{Fe}^{3+}$  nach den Hund'schen Regeln:  $\mu_J^{\text{calc}} = g_J J \mu_B$ .

Bestimmen Sie die  $g$ -Faktoren für diese beiden Elektronenkonfigurationen von Eisenatomen. Hinweis:  $|\vec{J}| = \hbar\sqrt{J(J+1)}$  resp.  $|\vec{S}| = \hbar\sqrt{S(S+1)}$ . Überlegen Sie, weshalb diese berechneten Werte für  $\mu_J$  nicht mit dem mittleren magnetischen Moment von ferromagnetischem Eisen übereinstimmen!

## Informationen

- Die Übung 12 wird am 1.2.2007 zusammen mit den bisher nicht abgeholt Übungen in der Vorlesungspause zurückgegeben. Später können die Übungen vor dem Büro HPF C21 abgeholt werden. Alle Aufgabenblätter und Lösungen können als Paket bis Ende Februar auf <http://www.pnm.ethz.ch/education/fkp1/> heruntergeladen werden.
- Am 31.1.2006 findet anstelle der Übungsstunde ein Rundgang im Laboratorium für Festkörperphysik statt.  
**Treffpunkt: 14:40 beim Gebäude HPF, Eingang C-Stock, Südseite.** Gehen Sie zu Ihrem Assistenten, welcher Sie an die verschiedenen Posten führen wird. Um 16:35 ist der Rundgang fertig.



Wir wünschen Ihnen eine gute Prüfungssession.

Prof. Bertram Batlogg, Romeo Bianchetti, Martin Goepl, Parisa Fallahi  
Simon Haas, Wolfgang Kalb, Andrea Sacchetti & Matthias Weller