Prof. B. Batlogg WS 2006/07

Übungen zur Festkörperphysik I

Lösungen zu Serie 8

---

1 Änderung der Besetzung der Fermikugel durch ein elektrisches Feld

a) Da die Verschiebung δk des Fermikörpers klein ist, macht man keinen grossen Fehler, wenn man statt δV_k das Volumen $\delta V_k'$ betrachtet, dass sich aus der Differenz einer Halbkugel mit Radius k_F und einer Kugelkalotte der Höhe $h = k_F - \delta k$ ergibt:

$$\delta V_k' \approx \frac{2\pi}{3}k_F^3 - (\frac{2\pi}{3}k_F^3 - \pi\delta k\ k_F^2) = \pi k_F^2 \delta k$$

Damit wird:

$$\frac{V_k}{2\delta V_k'} = \frac{\left(\frac{4\pi}{3}k_F^3\right)}{2\pi k_F^2 \delta k} = \frac{2}{3}\frac{k_F}{\delta k}$$

Mit $v_F = \hbar k_F/m$, $|\delta k| = |\frac{e}{\hbar}E\Delta t|$, $\Delta t = \tau$ und $< \Delta v >= v_D = \frac{e}{m}E\tau$ ergibt sich:

$$k_F = v_F\frac{m}{\hbar} = (3\pi^2 n)^{\frac{1}{3}}$$

Nach der Verschiebung der Fermikugel um δk tragen alle Zustände zum Strom bei, die zwischen $k_F - \delta k$ und $k_F + \delta k$ liegen. Da die Zustände im k-Raum gleichmässig verteilt sind, ist $\delta n = 2\delta V_k$ und damit $\frac{n_e}{\delta n} \approx \frac{V_k}{2\delta V_k}$. Damit ergibt sich schliesslich :

$$\frac{n_e}{\delta n} \approx \frac{V_k}{2\delta V_K} \approx \frac{V_K}{\delta V_k'} \approx \frac{2}{3}\frac{k_F}{\delta k} = \frac{2}{3}\frac{v_F}{v_D} = \frac{2}{3}\frac{(3\pi^2 n)^{\frac{1}{3}}}{(e/\hbar)E\tau}$$

b) Für Silber gilt: $n = 5.86 \cdot 10^{28}$ m^{-3}, $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C, $E = 0.1$ V/m, $\tau = 2 \cdot 10^{-13}$ s

$$\Rightarrow \frac{n_e}{\delta n} = 2.6 \cdot 10^8$$

2 Halbmetall

Beide Dispersionsrelationen $E_{1,2}(k)$ sind quadratisch in k. Man kann also die Zustandsdichte freier Elektronen (mit angepassten effektiven Massen und Energienullpunkten) verwenden.

$$\begin{aligned}
D_1(E) &= \frac{V}{(2\pi)^2}\left(\frac{2m_1}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}}\sqrt{E-E_1} = c(m_1)^{\frac{3}{2}}\sqrt{E-E_1} \\
D_2(E) &= \frac{V}{(2\pi)^2}\left(\frac{2m_2}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}}\sqrt{E_2-E} = c(m_2)^{\frac{3}{2}}\sqrt{E_2-E}
\end{aligned}$$

Die gesamte Anzahl der Elektronen (Löcher) in Band 1(2) ergibt sich durch Integration der Zustandsdichte mit der Fermiverteilung $f(E)$

$$\begin{aligned}
n &= 2\int_{E_1}^{\infty} D_1(E) f(E)\mathrm{d}E \\
p &= 2\int_{-\infty}^{E_2} D_2(E)(1-f(E))\mathrm{d}E
\end{aligned}$$

Der Faktor 2 vor dem Integral kommt von der doppelten Besetzung jedes Zustandes (Spin). Im Falle $T = 0$ K ist die Fermiverteilung nur bis $E = \mu_0$ von Null verschieden und dort konstant gleich 1.

$$\begin{aligned}
n &= 2\int_{E_1}^{\mu_0} D_1(E)\mathrm{d}E \\
&= c(m_1)^{\frac{3}{2}}(\mu_0 - E_1)^{\frac{3}{2}} \\
p &= 2\int_{\mu_0}^{E_2} D_2(E)\mathrm{d}E \\
&= c(m_2)^{\frac{3}{2}}(E_2 - \mu_0)^{\frac{3}{2}}
\end{aligned}$$

Die Neutralitätsbedingung (alle Löcher sind durch Elektronen entstanden, die das Band wechselten) p=n liefert

$$\begin{aligned}
\mu_0 &= \frac{m_1E_1 + m_2E_2}{m_1 + m_2} \\
&= E_1 + \frac{m_2}{m_1+m_2}(E_2 - E_1) \\
&= E_1 + \frac{3}{4}(E_2 - E_1) \\
&= E_1 + 0.075\text{eV}
\end{aligned}$$

Wie beim Halbleiter ist das chemische Potential bei gleichen effektiven Massen in der Mitte zwischen E_1 und E_2 und bei ungleichen effektiven Massen zum "leichteren" Band hin verschoben. Anders ausgedrückt: Beim Halbmetall ist das chemische Potential zur Bandkante des "schwereren" Bandes hin verschoben.

3 Zyklotronresonanz der Leitungselektronen

a) Klassisch: Aufgrund der Lorentz-Kraft $F_L = e(v \times B)$ bewegt sich ein Elektron in einem homogenen Magnetfeld auf einer Kreisbahn, erfährt also die Zentrifugalkraft: $F_Z = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r$. Im Kräftegleichgewicht gilt:

$$\begin{aligned} |F_L| &= |F_Z| \\ evB &= mv^2/r \\ \Rightarrow \omega_c &= \left(\frac{e}{m}\right) B \end{aligned}$$

b)

$$\omega_c = \left(\frac{e}{m}\right) B \Rightarrow B = \omega_c(m/e)$$

In InSb können nach Voraussetzung die Leitungselektronen als freie Elektronen mit reduzierter Masse m^* beschrieben werden: $B = \omega_c \frac{m^*}{e}$ mit $\omega_c = \frac{2\pi c}{\lambda}$

$$\Rightarrow B = \frac{2\pi c}{\lambda} \frac{m^*}{e}$$

Mit den angegebenen Zahlen ergibt sich ein Magnetfeld $B = 5.0 \cdot 10^{-3}$ T.