

Übungen zur Festkörperphysik I

Lösungen zu Serie 1

1 Kugelpackungen

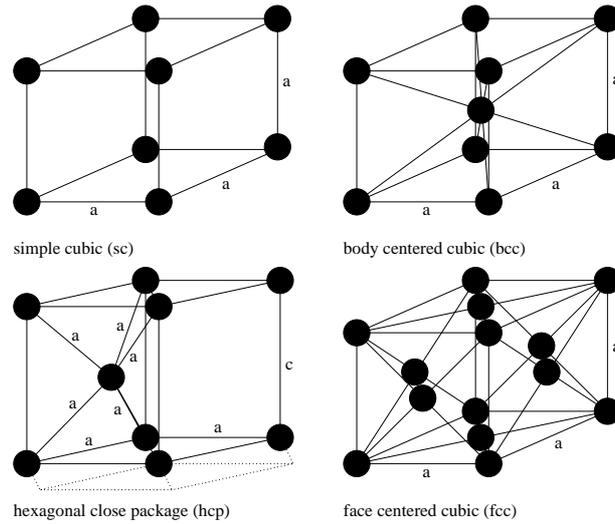


Abbildung 1: Die kubischen Einheitszellen der vier Gitter sc, bcc, hcp und fcc.

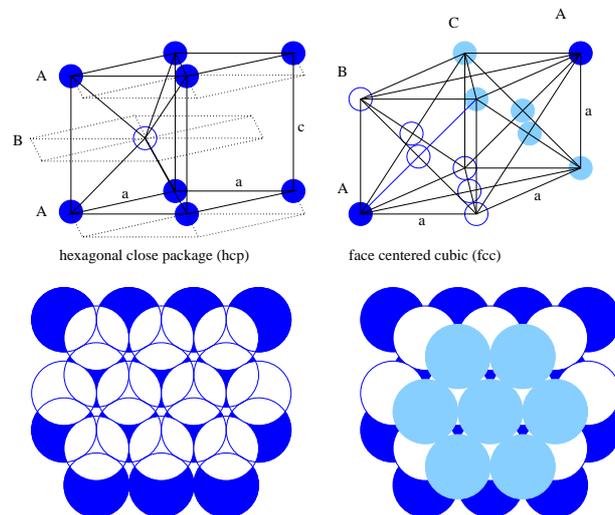


Abbildung 2: Illustration der Schichtfolgen der 2 dichtesten Kugelpackungen (hcp und fcc)

| Struktur | Kantenlänge(n) | Vol. EZ | Kugeln/EZ | Kugelradius | Vol./Kugel | Füllfaktor |
|----------|------------------------------|-------------------------|-----------|-----------------------|---|--------------------------------------|
| sc | a | a^3 | 1 | $\frac{a}{2}$ | $\frac{4\pi}{3} \frac{a^3}{8}$ | $\frac{\pi}{6} \approx 0.52$ |
| fcc | a | a^3 | 4 | $\frac{a}{2\sqrt{2}}$ | $\frac{4\pi}{3} \left(\frac{a}{2\sqrt{2}}\right)^3$ | $\frac{\pi\sqrt{2}}{6} \approx 0.74$ |
| hcp | $a, c = \sqrt{\frac{8}{3}}a$ | $\frac{\sqrt{8}a^3}{2}$ | 2 | $\frac{a}{2}$ | $\frac{4\pi}{3} \frac{a^3}{8}$ | $\frac{\pi\sqrt{2}}{6} \approx 0.74$ |

Dichtgepackte Kugeleneben können auf 2 verschiedene Arten aufeinander geschichtet werden: ABCABC ergibt eine fcc-Struktur, ABABAB ergibt eine hcp-Struktur. Abweichungen vom Idealwert c/a bei hexagonalen Strukturen sind z.B. zurückzuführen auf anisotrope Ausdehnungskoeffizienten oder der Anisotropie der Ladungsverteilung auf den Atomen (Gerichtete Bindungen).

2 Kubische Bravais-Gitter

| Struktur | Vol. kub. EZ | Vol. p. EZ | Gitterpl. pro kub. EZ | Gitterpl. pro Vol.einheit | Abstand n. Nachbarn | Anzahl n. Nachbarn |
|----------|--------------|------------|-----------------------|---------------------------|-----------------------|--------------------|
| sc | a^3 | a^3 | 1 | a^{-3} | a | 6 |
| fcc | a^3 | $a^3/4$ | 4 | $4a^{-3}$ | $\frac{\sqrt{2}a}{2}$ | 12 |
| bcc | a^3 | $a^3/2$ | 2 | $2a^{-3}$ | $\frac{\sqrt{3}a}{2}$ | 8 |

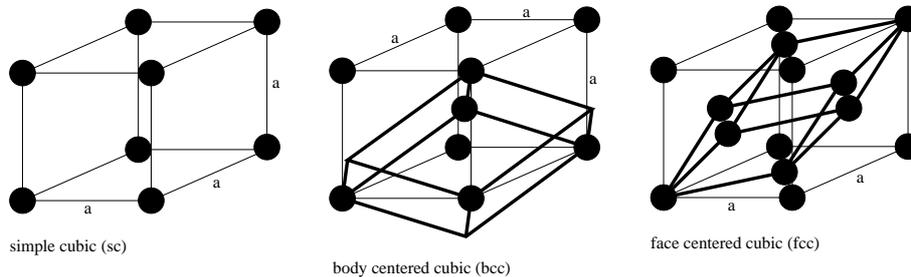
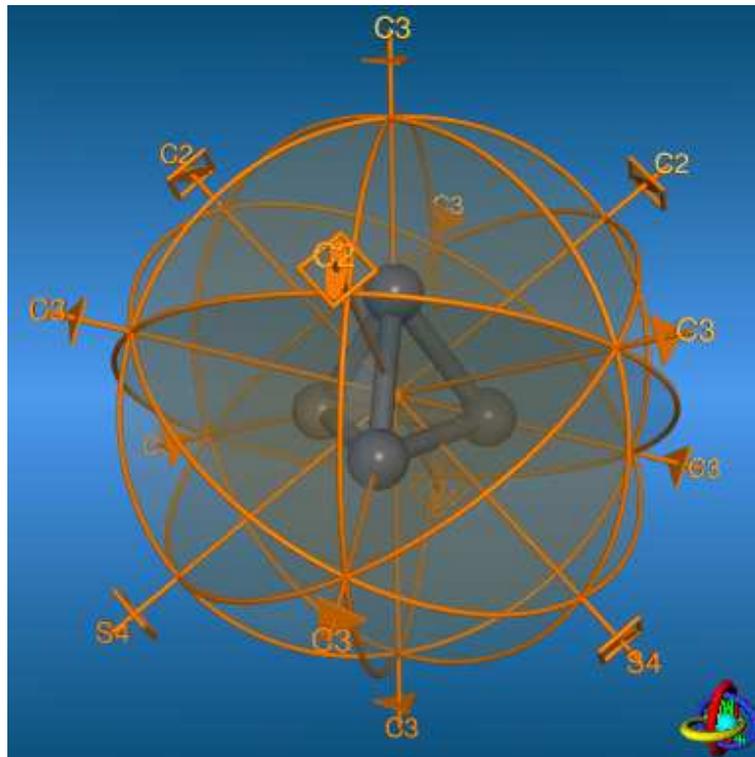


Abbildung 3: Wahl von primitiven Einheitszellen beim sc, fcc- und bcc-Gitter.

3 Symmetrien

a) Symmetriegruppen von Tetraeder und Oktaeder



Tetraeder:

- Einheit (1 Element)
- 4 dreizählige Drehachsen (8)
- 3 zweizählige Drehachsen (3)
- 6 Spiegelebenen (6)
- 3 vierzählige Drehspiegelungen (6)

Die Symmetriegruppe des Tetraeders enthält 24 Elemente.



Oktaeder:

- Einheit (1)
- Inversion (1)
- 4 dreizählige Drehachsen (8)
- 3 vierzählige Drehachsen (9)
- 6 zweizählige Drehachsen (6)
- 9 Spiegelebenen (9)
- 4 sechszählige Drehspiegelungen (8)
- 3 vierzählige Drehspiegelungen (6)

Die Symmetriegruppe des Oktaeders enthält 48 Elemente.

b) Eindimensionale (1D) Strukturen:

... |A B C|A B C|A B C|A B C|A B C ...

... |A B C B|A B C B|A B C B|A B C ... , Spiegelachsen auf A und C

... |A B C C B|A B C C B|A B C C B ... , Spiegelachsen auf A und zwischen den C's

... |A B C C B A|A B C C B A|A B C ... , Spiegelachsen zwischen den A's und C's

... |A B|A B|A B|B|A B|A B|A B|A B ... , Gitterfehler in der Mitte. Sonst: Spiegelebenen auf den A's und B's.