

Abgabe: 15. Juni 2007

1. Grenze für die ν_e -Masse aus Supernova-Explosion

Nach der Supernova-Explosion 1987A im Abstand $d = 1.5 \cdot 10^{21}$ m wurden eine Reihe von $\bar{\nu}_e$ -Reaktionen auf der Erde beobachtet. Die Reaktionen fanden in einem Zeitintervall von 7 Sekunden statt und die Neutrinos hatten Energien zwischen 7 MeV und 11 MeV. Leiten Sie unter der Annahme, dass die Neutrinos eine Masse besitzen und die Energiedifferenzen für die Zeitunterschiede verantwortlich sind, eine obere Grenze für die ν_e -Masse ab! Vergleichen Sie mit dem Wert aus dem Particle Data Book!

Hinweis: $1\text{m} = 5.068 \cdot 10^{15} \text{ GeV}^{-1}$, $1\text{s} = 1.519 \cdot 10^{24} \text{ GeV}^{-1}$.

2. Wie lange strahlt die Sonne noch?

In der Sonne (wie auch in anderen Sternen) wird Energie durch Kernfusion erzeugt. Der dabei auftretende Hauptprozess ist der Proton-Proton-Zyklus $4p \rightarrow {}^4\text{He} + 2e^+ + 2\nu_e + \gamma's$.

Die Sonne strahlt mit einer Leistung von ca. $4 \cdot 10^{26}$ W. Nehmen Sie an, die abgestrahlte Energie wird nur durch den Hauptprozess erzeugt. Bestimmen Sie nun die Rate des Protonenverbrauchs in der Sonne. Wie lange ist ein solcher Prozess prinzipiell möglich, wenn die abgestrahlte Leistung konstant bleibt und die Protonen etwa die Hälfte der Sonnenmasse von $2 \cdot 10^{30}$ kg ausmachen? *Hinweis:* Ein Jahr dauert gerundet $3.16 \cdot 10^7$ Sekunden.

3. Extraction of the number of neutrino species from the primordial Helium abundance

The primordial synthesis of light elements in the early Universe (D, ${}^3\text{He}$, ${}^4\text{He}$ and ${}^7\text{Li}$) is a process which is sensitive to many aspects of the physics model that describes it, such as the number of neutrino species in the theory.

The yield of the most stable element ${}^4\text{He}$ is determined by a competition between the expansion rate of the Universe, the rates of the weak interactions that interconvert neutrons and protons, and the rates of the nuclear reactions that build up the ${}^4\text{He}$ nuclei.

- a) At high temperatures ($t < 1\text{s}$, $kT > 1 \text{ MeV}$), neutrons and protons can interconvert via weak interactions: $n + e^+ \leftrightarrow p + \bar{\nu}_e$, $n + \nu_e \leftrightarrow p + e^-$, and $n \leftrightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$. As long as the interconversion rate of neutrons and protons is faster than the expansion rate, the neutron-to-proton ratio tracks its equilibrium value, exponentially decreasing with temperature (Boltzmann factor).

Calculate the n_n/n_p ratio at the end of this period (use $kT = 720 \text{ keV}$).

- b) Once the interconversion rate becomes less than the expansion rate, the n_n/n_p ratio effectively *freezes-out* ($t \sim 1 \text{ s}$, $kT = 720 \text{ keV}$), thereafter decreasing slowly due to free neutron decay $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$. Calculate the n_n/n_p ratio after ~ 100 seconds, the time after which nucleosynthesis can start. (neutron lifetime $\tau_n = 887\text{s}$)

- c) The nucleosynthetic chain, whereby protons and neutrons fuse to D (np), and further to ${}^4\text{He}$ (nnpp), starts as soon as deuterium becomes stable against photo-dissociation ($t \sim$

3 min, $kT \sim 100$ keV). Since there are less neutrons than protons, there will be $n_n/2$ ${}^4\text{He}$ nuclei formed. The mass fraction of helium in the Universe can be written as $Y_P = \frac{m_{He}}{m_{He}+m_H}$ (neglecting the other light elements). Calculate this fraction Y_P at the beginning of nucleosynthesis. *Hint:* calculate $\frac{n_{He}}{n_H}$ using the previously found n_n/n_p ratio.

d) A full calculation of the primordial helium abundance in the Standard Model yields

$$Y_P = 0.246 + 0.013(N_\nu - 3) + 0.18 \frac{\tau_n - 887s}{887s} + 0.01 \ln(\eta/5)$$

where N_ν is the effective number of light neutrino families, and η is the baryon-to-photon ratio in units of 10^{-10} . Given that the observational upper bound on Y_P is 0.248, calculate the upper bound on N_ν for $\eta = 3$. Compare this result to the LEP result from the Z^0 width measurement.