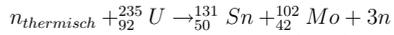


### 1. Kernspaltung



Mit der Weizsäcker Formel  $M(A, Z) = NM_n + Z(M_p + m_e) - B(Z, A)$  erhält man die folgenden Bindungsenergien:

$$B(92, 235) = 1775.83 \text{ MeV}, \quad B(50, 131) = 1076.12 \text{ MeV}, \quad B(42, 102) = 872.05 \text{ MeV}$$

Der Q-Wert ist also:

$$Q = M(92, 235) - M(50, 131) - M(42, 102) - 2m_n = \\ = B(50, 131) + B(42, 102) - B(92, 235) = 172.3 \text{ MeV}$$

### 2. Radioaktive Zerfallsreihe

Die Anzahl Kerne gehorchen folgenden Differentialgleichungen:

$$\frac{dN_A}{dt} = -\lambda_1 N_A \\ \frac{dN_B}{dt} = +\lambda_1 N_A - \lambda_2 N_B,$$

wobei  $\lambda_i = 1/\tau_i = \ln 2/t_{1/2,i}$  die Zerfallskonstanten der beiden Kerne sind. Integrieren der ersten Gleichung liefert

$$N_A(t) = N_A(0)e^{-\lambda_1 t}.$$

Zur Lösung der zweiten Differentialgleichung verwenden wir den Ansatz

$$N_B(t) = Ae^{-\lambda_1 t} + Be^{-\lambda_2 t}.$$

Die Anfangsbedingung  $N_B(0) = 0$  liefert  $A = -B$ . Einsetzen des Ansatzes in die Differentialgleichung und Umformen ergeben

$$A = \frac{\lambda_1 N_A(0)}{\lambda_2 - \lambda_1},$$

womit wir das Resultat

$$N_B(t) = \frac{\lambda_1 N_A(0)}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$$

erhalten. Nach hundert Tagen sind noch folgende Anzahl Kerne übrig:

$$N_A(100\text{d}) \approx e^{-6.9} N_A(0) \approx 9.8 * 10^{-4} N_A(0) \\ N_B(100\text{d}) \approx (e^{-6.9} - e^{-13.8}) N_A(0) \approx 9.8 * 10^{-4} N_A(0).$$

### 3. $\beta$ -Zerfall I

- Der Übergang ist möglich, weil die beim  $\beta$ -Zerfall frei werdende Energie  $E = m_n - m_p - m_e$  grösser ist als die Differenz der Bindungsenergien.
- $E_0 = E_{\text{kin}}(e^-) + E_{\text{kin}}(\bar{\nu}_e) = M({}_1^3\text{H}) - M({}_2^3\text{He}) - m_e = (m_n - m_p - m_e) - (E_B({}_1^3\text{H}) - E_B({}_2^3\text{He})) = 18.6 \text{ keV}$

### 4. $\beta$ -Zerfall II

- Die kinetische Energie des Elektrons ist maximal, wenn die Energie des Neutrinos gegen Null geht:

$$E_{\text{kin}}^{\text{max}}(e^-) = \Delta M - m_e \approx (3 - 0.5) \text{ MeV} = 2.5 \text{ MeV}.$$

- Die kinetische Rückstossenergie des Kerns beträgt

$$E_{\text{kin}}(M_2) = \frac{p_{M_2}^2}{2M_2} = \frac{p_e^2}{2M_2}.$$

Wegen  $E_{\text{kin}}(e^-) > m_e$  muss für das Elektron die relativistische Energie-Impuls-Beziehung verwendet werden.

$$E_{\text{kin}}(e^-) = \sqrt{p_e^2 + m_e^2} - m_e \\ \Rightarrow p_e^2 = (E_{\text{kin}}(e^-) + m_e)^2 - m_e^2 = E_{\text{kin}}^2(e^-) + 2E_{\text{kin}}(e^-)m_e \\ \Rightarrow E_{\text{kin}}(M_2) = \frac{1}{2M_2} (E_{\text{kin}}^2(e^-) + 2E_{\text{kin}}(e^-)m_e).$$

Ersetzen von  $E_{\text{kin}}(M_2)$  durch  $E_{\text{kin}}(e^-)$  mittels  $E_{\text{kin}}(e^-) + E_{\text{kin}}(M_2) = 2.5 \text{ MeV}$  und Auflösen nach  $E_{\text{kin}}(e^-)$  führen zum Resultat

$$E_{\text{kin}}(e^-) \approx 2.499'966 \text{ MeV}.$$

Die Korrektur durch die Berücksichtigung der Rückstossenergie ist also sehr klein.