

# **KAPITEL 12 :**

## **Kernkraft**

- 12.1 Globale Eigenschaften der Kerne**
- 12.2 Nukleon–Nukleon Potential**
- 12.3 Charakter der Kernkraft**

## 12.1 Globale Eigenschaften der Kerne

Bindungszustand und Stabilität durch Bindungsenergie bestimmt

Bindungsenergie =  $-(\text{Masse des Systems} - \sum \text{Massen der Konstituenten})$

Ladungszahl :  $Z = \text{Zahl der Protonen im Kern}$

Massenzahl :  $A = Z + N$        $N \dots \text{Zahl der Neutronen}$

Bindungsenergie: über Masse der Atome definiert

$$B(Z, A) = [Z \cdot M(^1\text{H}) + (A - Z)M_n - M(A, Z)] \cdot c^2$$

### 1. Massenbestimmung durch Massenspektrometrie:

Methode: gleichzeitige Messung von  $p$  und  $E$  eines Ions der Ladung  $Q$  durch Ablenkung in elektrischen und magnetischen Feldern ( $p \ll m$ )

### 2. Massenbestimmung durch Kernreaktionen:

z.B.: Einfang von therm. Neutronen:  $n + ^1\text{H} \longrightarrow ^2\text{H} + \gamma$

$$B = (M_n + M_{^1\text{H}} - M_{^2\text{H}})c^2 = E_\gamma + \underbrace{\frac{E_\gamma^2}{2M_{^2\text{H}}c^2}}_{\text{Rückstoss-Energie}}$$
$$= 2.225 \text{ MeV} \equiv E_\gamma$$

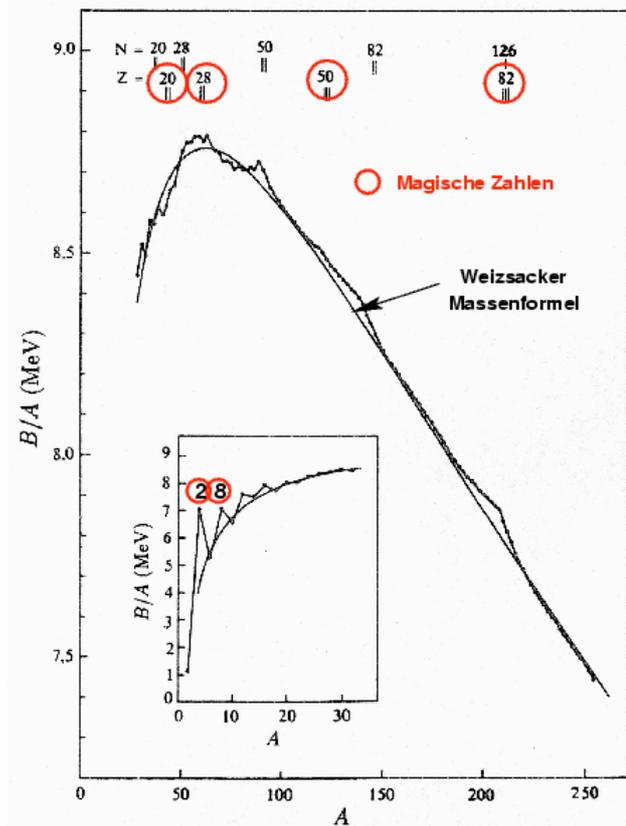
Atomare Masseneinheit:

$$1u = \frac{1}{12}M_{^{12}\text{C}} = 931,481 \text{ MeV}/c^2 = 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

# Bindungsenergie pro Nukleon

Weizsäcker Massenformel (empirische Formel):

$$M(A, Z) = NM_n + ZM_p + ZM_e - a_v A + a_s A^{2/3} + a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} + a_a \frac{(N-Z)^2}{4A} + \frac{\delta}{A^{1/2}}$$



$N = A - Z$  ( $A$  .. Massenzahl,  $Z$  .. Zahl der Protonen,  $N$  ... Zahl der Neutronen)  
Werte von  $a_v$ ,  $a_s$ ,  $a_c$ ,  $a_a$  und  $\delta$  vom Massenbereich abhängig,  
in dem man Parameter optimiert

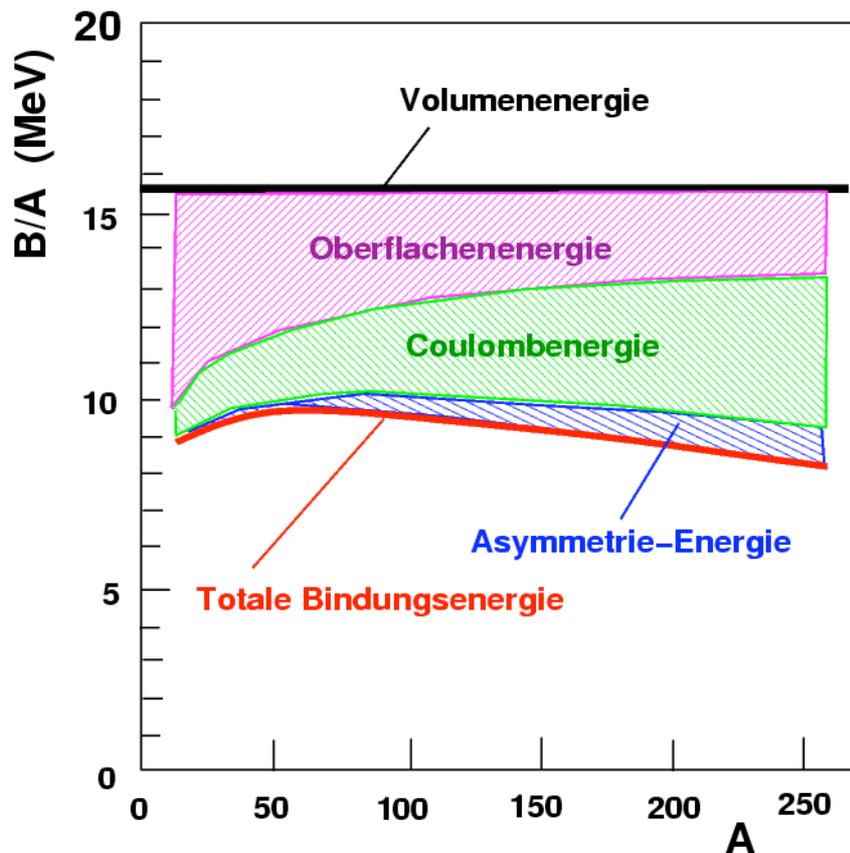
Parametrisierung der Bindungsenergie:  
für die meisten Kerne:  $B/N \sim 7 - 8$  MeV

Bindungsenergie pro Nukleon für Kerne mit gerader  
Nukleonenzahl: besonders stabil (*magische Kerne*)

## Bemerkungen:

- Hauptanteil zur Masse des Atoms:  $M_n + M_p + M_e$
- Globale Eigenschaften der Kerne gut beschrieben
- Einzelheiten der Kernstruktur nicht berücksichtigt

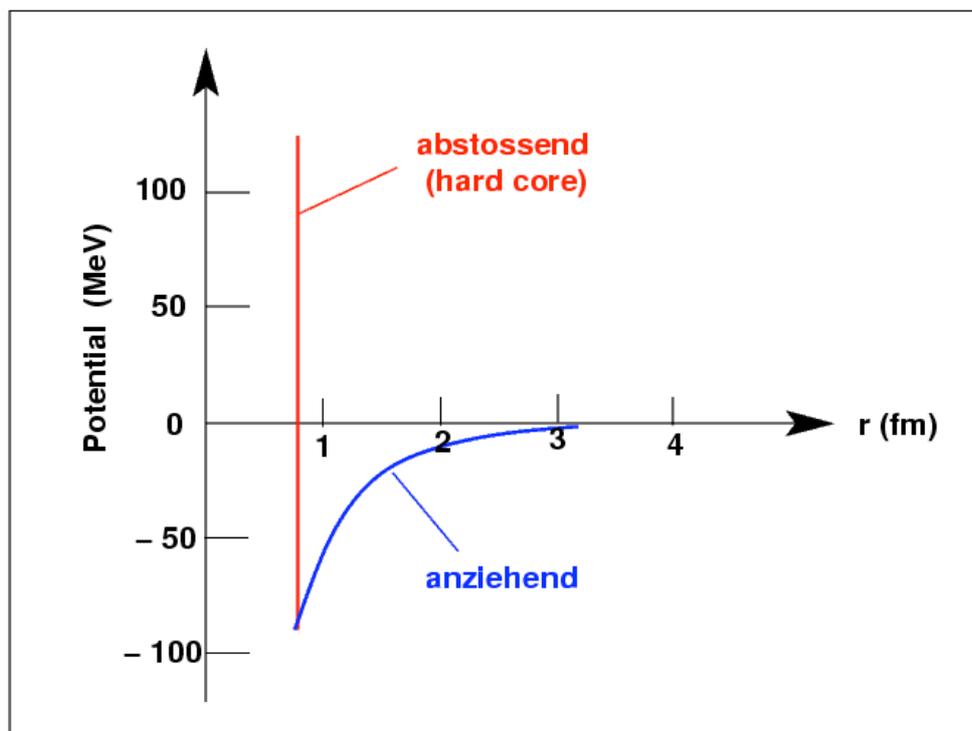
# Weizsäcker Massenformel: einzelne Beiträge



- **Volumen-Term:** Proportional zur Zahl der Nukleonen  
Reichweite der Kernkraft ist klein  $\rightarrow$  Sättigung  
 $\rho_N \sim 0.17$  Nukleonen/ $\text{fm}^3 = 3 \cdot 10^{17}$   $\text{kg}/\text{m}^3$   
mittlerer Abstand der Nukleonen im Kern  $\sim 1.8$  fm
- **Oberflächen-Term:** proportional  $R^2$  bzw.  $A^{2/3}$   
( $R \sim A^{1/3}$ )
- **Coulomb-Term:** proportional zu  $\frac{Z^2}{A^{1/3}}$
- **Asymmetrie-Term:**  
Bei kleinem  $A$ : Kerne mit  $N = Z$  bevorzugt  
Bei schweren Kernen:  $N \neq Z \rightarrow$  teilweises  
Kompensieren der Coulomb-Abstoßung  
proportional zu  $\frac{(N-Z)^2}{4A}$ : Symmetrie nimmt mit wachsender  
Kernmasse ab
- **Paarungs-Term:** proportional zu  $\delta A^{-1/2}$   
(nicht in Figur oben eingezeichnet)

## 12.2 Nukleon – Nukleon Potential

- Kernkraft ist für Aufbau der Kerne verantwortlich:  
Kerne: *“freie” Nukleonen in einem Potentialtopf*
- Information über N – N Potential:
  - N – N Streuung
  - gebundener n – p Zustand: Deuteron
- N – N Streuung bei kleinen Energien: nichtrelat. QM  
Nukleon: punktförmiges, strukturloses Objekt mit Spin und Isospin
- Schematische Darstellung der radialen Abhängigkeit des N – N Potentials für  $l = 0$ :



Bemerkung: Spin- und Isospin Abhängigkeit des N – N Potentials nicht dargestellt

# Nukleon – Nukleon Potential

Innere Struktur der Nukleonen vernachlässigt: gültig nur für niederenergetische N – N Streuung und N – N Bindungszustände

$$V(r) = V_0(r) \quad (1)$$

$$+ V_{ss}(r) \frac{1}{\hbar^2} \vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2 \quad (2)$$

$$+ V_T(r) \frac{1}{\hbar^2} \left[ 3(\vec{s}_1 \cdot \vec{x})(\vec{s}_2 \cdot \vec{x}) \frac{1}{r^2} \right] - \vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2 \quad (3)$$

$$+ V_{Ls}(r) \frac{1}{\hbar^2} \left[ (\vec{s}_1 + \vec{s}_2) \cdot \vec{L} \right] \quad (4)$$

$$+ V_{Ls}(r) \frac{1}{\hbar^4} \left[ (\vec{s}_1 \cdot \vec{L})(\vec{s}_2 \cdot \vec{L}) \right] \quad (5)$$

$$+ V_{ps}(r) \frac{1}{\hbar^2 m^2 c^2} \left[ (\vec{s}_2 \cdot \vec{p})(\vec{s}_1 \cdot \vec{p}) \right] \quad (6)$$

- (1) gewöhnliches Zentralpotential
- (2) Spin – Spin WW
- (3) Tensorpotential: nichtzentrale Kraft  
→ Mischung von Bahndrehimpuls Zuständen
- (4) Spin – Bahn WW durch starke Kraft
- (5),(6) quadratisch im Impuls → vernachlässigbar

Durch Anpassen der Potentialterme an Daten  
→ verschiedene Parametrisierungen möglich

Will man Kernverbände beschreiben: brauche zusätzliche Mehrkörperkräfte

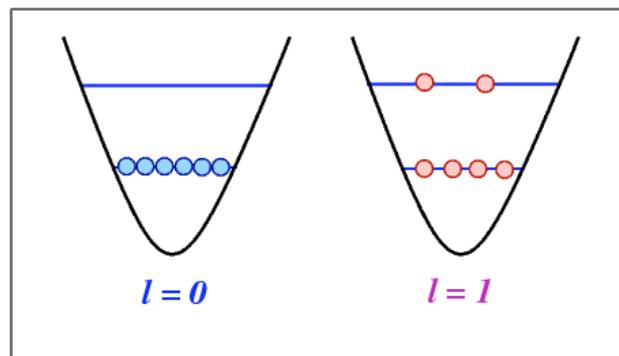
## 12.3 Charakter der Kernkraft

Konsistente Theorie der Kernkraft, die auf WW zwischen Quarks und Gluonen aufbaut, existiert bislang nicht (Vielkörperproblem)  $\implies$  qualitative Behandlung

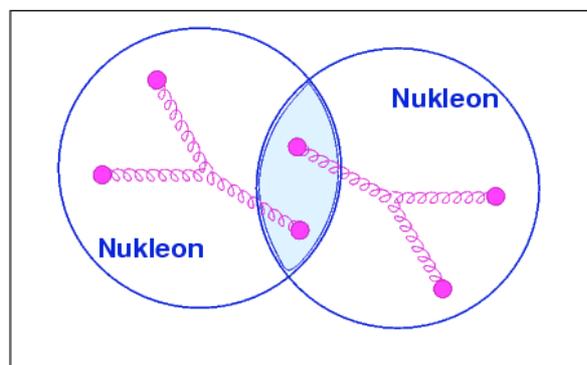
- Abstossung bei kleinen Abständen: durch Spin–Spin WW der Quarks

effektive Abstossung durch:  
Zunahme der farbmagnetischen Energie  
Zunahme der Anregungsenergie

Quarkzustand bei überlappenden Nukleonen:



- Anziehung: kovalente Bindung entspricht Austausch des "Einzelquarks"



u+d Quark sind zu Diquark gekoppelt

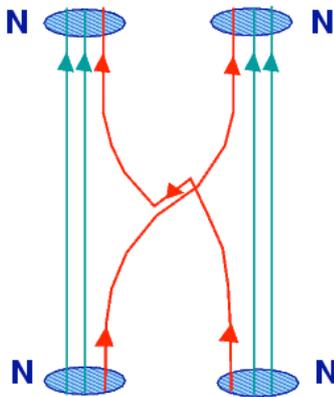
Wenn Nukleonen überlappen:  
beide Nukleonen als Diquark – Quark System auffassen

Max. Anziehung der Kernkraft bei Abständen von 1 fm

# Mesonaustausch

Im Nukleon existieren Seequarks ( $q\bar{q}$ -Paare)

Effektiver Quark – Quark Austausch durch farbneutrale  $q\bar{q}$  – Paare vermittelt:



Grösserer Beitrag als der direkte Quark – Quark Austausch

Dominiert bei allen Abständen



Yukawa:  $\pi$  postuliert (1935) (Nobelpreis 1949)

WW zwischen Nukleonen durch Austausch von Pionen (Mesonen) beschrieben

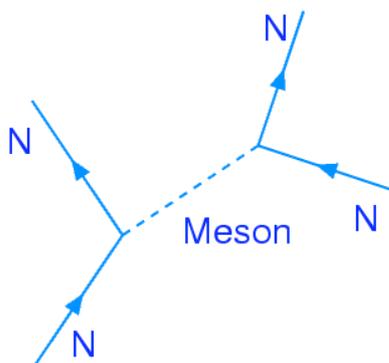
$$V = g \frac{e^{-\frac{mc}{\hbar} r}}{r}$$

Yukawa – Potential

$m$  ... Mesonmasse

$g$  ... Konstante, spielt Rolle einer Ladung

Bemerkung: Modellrechnungen vernachlässigen innere Struktur der N und Mesonen ( $\rightarrow$  punktförmige Nukleonen)



bei grossen Abständen:

$1-\pi$ -Austausch liefert gute Beschreibung der Daten

# Zusammenfassung: Kernkraft

- Konzeptionell kann man Kernkraft auf fundamentale Konstituenten und deren WW zurückführen  
—→ ist für theoretisches Verständnis befriedigend
- Quantitative Beschreibung durch QCD undurchführbar  
 $\alpha_s$  sehr gross bei kleinen Impulsüberträgen  
—→ perturbative QCD nicht anwendbar
- Verwende auch heute noch phänomenologische Mesonaustausch-Modelle zur quantitativen Beschreibung der Kernkraft