

KAPITEL 10 :

Elektroschwache Theorie

- 10.1 Der schwache Isospin**
- 10.2 Der Weinberg Winkel**
- 10.3 Das Verhältnis von m_W/m_Z**
- 10.4 Das Weinberg–Salam Modell:
Theoretische Ergänzungen**
- 10.5 Spontane Symmetriebrechung
und Higgs Mechanismus**
- 10.6 SM Higgs Suche am LEP**
- 10.7 SM Higgs Suche am LHC**

10 Die elektroschwache Theorie

1960 - 1970 : verschiedene Aspekte der Theorie der schwachen WW aus experimentellen Daten hergeleitet

1967 / 68 : Theorie der elektroschwachen WW:
elm + schwache WW: 2 Aspekte einer einzigen WW
Glashow, Salam, Weinberg (Nobelpreis 1979)

1971: 't Hooft: Beweis für die Renormierbarkeit
(Nobelpreis 1999)

10.1 Der schwache Isospin

- Jede Familie von LH Quarks und Leptonen bilden Isospin-Duplett von Fermionen mit $T = 1/2, T_3 = \pm 1/2$

RH Fermionen koppeln nicht an W^\pm :

Isospin-Singlett mit $T = T_3 = 0$

→ $SU(2)_L$ Gruppe des schwachen Isospins

- Schwache Hyperladung Y : $U(1)_Y$ – Gruppe koppelt an LH Dupletts und RH Singletts

Gell-Mann und Nishijima: $Q = T_3 + \frac{1}{2}Y$

- Elektroschwache WW beschrieben durch:

$$SU(2)_L \times U(1)_Y$$

koppelt nur an
Dupletts von LH
Fermionen
schwacher Isospin

koppelt nur an LH Dupletts
und RH Singletts
 Y : es kommen beide
Chiralitäten vor

Multipletts der elektroschwachen WW

	Fermionmultipletts	T	T ₃	Y	Q	
Leptonen	$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L$	$\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	-1	0	
	$\begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L$		$-\frac{1}{2}$		-1	
	$\begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L$					
	e_R μ_R τ_R	0	0	-2	-1	
Quarks	$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}_L$	$\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{3}$	$+\frac{2}{3}$	
	$\begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}_L$		$-\frac{1}{2}$		$-\frac{1}{3}$	
	$\begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix}_L$					
	u_R c_R t_R		0	0	$+\frac{4}{3}$	$+\frac{2}{3}$
	d_R s_R b_R		0	0	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$

d', s', b' gehen durch verallgemeinerte Cabibbo Rotation (CKM-Matrix) aus den Massen-Eigenzuständen hervor

Elektrische Ladung der zwei Zustände im Duplett unterscheidet sich jeweils um eine Einheit

Gell-Mann + Nishijima Beziehung: $Q = T_3 + \frac{1}{2}Y$

10.2 Der Weinberg Winkel

- Bei Reaktionen mit geladenen Strömen: T_3 bleibt erhalten

$$\longrightarrow T_3(W^-) = -1$$

$$T_3(W^+) = +1$$

\Rightarrow es sollte 3. Zustand existieren := W^0 mit $T = 1$
 $T_3 = 0$

W^0 koppelt mit Stärke g an Fermionen (wie W^\pm)

$\longrightarrow W^0, W^+, W^-$: Triplet des schwachen Isospins

Postuliere weiteren Zustand := B^0 mit $T = 0, T_3 = 0$

$\longrightarrow B^0$: Singlett des schwachen Isospins

dazugehörige schwache Ladung: g'

- Grundidee der elektroschwachen Vereinheitlichung:
 beschreibe γ und Z als zueinander orthogonale
 Linearkombinationen von B^0 und W^0 :
 Mischungswinkel: θ_W . . . Weinberg Winkel

$$\begin{aligned} |\gamma\rangle &= \cos\theta_W |B^0\rangle + \sin\theta_W |W^0\rangle \\ |Z\rangle &= -\sin\theta_W |B^0\rangle + \cos\theta_W |W^0\rangle \end{aligned}$$

- Zusammenhang zwischen θ_W, g, g' :

$$\tan\theta_W = \frac{g'}{g}, \quad \sin\theta_W = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}},$$

$$\cos\theta_W = \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}}$$

für elektrische Ladung: $e = g \sin\theta_W$

Bemerkung: θ_W nicht vom SM vorhersagbar

Bestimmung des Weinberg Winkels:

- $\nu - e$ Streuung
- e^+e^- Kollisionen
- $\Gamma(Z)$
- m_W/m_Z
- \vdots

$$\sin^2 \theta_W(Z) = 0.23120 \pm 0.00015$$

Schwache Kopplungskonstante: $\alpha_{\text{schwach}} \sim g \cdot g$

Elm. Kopplungskonst.: $\alpha_{\text{elm}} \sim e \cdot e = g \cdot g \cdot \underbrace{\sin^2 \theta_W}_{\sim 1/4}$

$$\longrightarrow \alpha_{\text{schw.}} \approx 4 \cdot \alpha_{\text{elm}}$$

Propagatorterm in M_{fi} führt zur geringen effektiven Stärke der schwachen WW bei kleinen Energien

W $^\pm$: koppelt universell an Quarks und Leptonen
koppelt jeweils an einen Chiralitätszustand
 \rightarrow maximale Paritätsverletzung

Z: auch elektrische Ladung der Fermionen spielt eine Rolle
Kopplungsstärke des Z an Fermionen f :

$$g_Z(f) = \frac{g}{\cos \theta_W} \hat{g}(f) \quad \text{mit} \quad \hat{g}(f) = T_3 - z_f \sin^2 \theta_W$$

10.3 Das Verhältnis von m_W/m_Z

Aus elektroschwacher Theorie: Vorhersage von m_W, m_Z
wenn $\sin^2 \theta_W$ gemessen

$$\left. \begin{aligned} \frac{G_F}{\sqrt{2}} &= \frac{\pi \alpha g^2 (\hbar c)^3}{2 e^2 m_W^2 c^4} \\ e &= g \sin \theta_W \end{aligned} \right\} \longrightarrow m_W$$

Bemerkung: α und $\sin^2 \theta_W$ hängen vom betrachteten
Energiebereich ab

Zusammenhang m_W und m_Z :

$$\frac{m_W}{m_Z} = \cos \theta_W \quad \text{bzw.}$$

$$\sin^2 \theta_W = 1 - \frac{m_W^2}{m_Z^2}$$

10.4 Das Weinberg-Salam Modell: theoretische Ergänzungen

Fordern: elektroschwache WW lokal eichinvariant
unter $U(1)$ und $SU(2)$ Transformationen

Linkshändige Felder ψ_L nehmen an allen WW teil

→ Invarianz unter $SU(2) \times U(1)$ Transformation

$$\psi_L \longrightarrow \psi'_L = e^{i\vec{\alpha}(x)\vec{T} + i\beta(x)Y/2} \psi_L$$

Rechtshändige Felder ψ_R unterliegen nur $U(1)$ Invarianz

$$\psi_R \longrightarrow \psi'_R = e^{i\beta(x)Y/2} \psi_R$$

Operatoren: $\vec{T} \dots$ Generatoren von $SU(2)$ (schwacher Isospin)

$Y \dots$ Generatoren von $U(1)$ (Hyperladung)

mit $Q = T_3 + Y/2$

$\psi_L = \begin{pmatrix} \psi_{\nu_e} \\ \psi_{e^-} \end{pmatrix}_L \dots$ Dupletts des schwachen Isospins

$\psi_R = \psi_{e^-_R} \dots$ Singletts des schwachen Isospins

Invarianz der \mathcal{L} -Dichte: Substitution einer kovarianten Ableitung

$$i\partial_\mu \longrightarrow i\partial_\mu - c G\phi_\mu$$

$c \dots$ Kopplungskonstante

$G \dots$ Generator der Eichgruppe

$\phi_\mu \dots$ Eichfeld

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = -ig\vec{J}_\mu \vec{W}^\mu - i\frac{g'}{2}j_\mu^Y B^\mu$$

\vec{J}_μ ... schwacher Isospin Strom der Fermionen

j_μ^Y ... Hyperladungstrom der Fermionen

\vec{W}^μ, B^μ ... Bosonfelder

$$j_\mu^{\text{em}} = J_\mu^3 + \frac{1}{2}j_\mu^Y$$

Photon koppelt an diese Linearkombination aus 3. Komp. des Isospinstroms und dem Hyperladungstrom

Physikalische Bosonen bestehen aus

geladenen Teilchen: W_μ^\pm

neutralen Teilchen: $Z_\mu, \gamma \hat{=} A_\mu$

→ müssen W_μ^3 und B_μ so linear kombinieren,
dass Photonfeld A_μ entsteht
⇒ Mischungswinkel θ_W

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = -ig(J_\mu^- W^{-\mu} + J_\mu^+ W^{+\mu}) \quad (1)$$

$$-iej_\mu^{\text{em}} A^\mu \quad (2)$$

$$-\frac{ie}{\sin\theta_W \cos\theta_W} (J_\mu^3 - \sin^2\theta_W j_\mu^{\text{em}}) Z^\mu \quad (3)$$

(1) schwacher geladener Strom

(2) elektromag. neutraler Strom

(3) schwacher neutraler Strom

Beachte: bisher sind W, Z und die Fermionen masselos!

10.5 Spontane Symmetriebrechung und Higgs Mechanismus

Theorie der elektroschwachen Vereinheitlichung hat ein Problem:

$SU(2)_L \times U(1)_Y$... Eichtheorie
→ masselose Vektorfelder
 $m_\gamma = 0$, jedoch $m_W = 80 \text{ GeV}/c^2$
 $m_Z = 91 \text{ GeV}/c^2$

Massen der Vektorbosonen W^\pm, Z durch Konzept der spontanen Symmetriebrechung eingeführt:

→ Duplett von skalaren Teilchen (Higgs), die über ihre Selbstwechselwirkung eine Masse für die W und Z Bosonen erzeugen
→ $m_W \neq 0, m_Z \neq 0$

m_W, m_Z : unabhängig von Ort und Orientierung

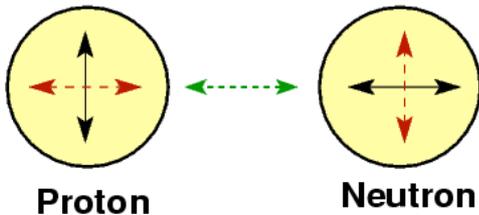
→ Higgs-Feld $\hat{=}$ Skalar

Existenz des Higgs Feldes ist fundamental für Interpretation der heutigen Teilchenphysik !!

Symmetrien in der Physik

Symmetrien in Naturgesetzen spielen grosse Rolle bei der Entwicklung physikalischer Theorien

Globale Symmetrie: gleichzeitig überall wirkende Transformation
z.B.: Transformation des Isospins



$p \simeq n$, ausser Ladung
Rotaton zur gleichen Zeit um gleichen Winkel
bei 90° : $p \rightarrow n, n \rightarrow p$
starke WW ändert sich nicht: $p \leftrightarrow n$
 $p \simeq n$, ausser Ladung

Lokale Symmetrie: Transformation kann an jedem Ort und zu jedem Zeitpunkt anders gewählt werden

⇒ für diese Freiheit muss man einen Preis zahlen

QED		um die Phase beliebig in jedem Raum-Zeit Punkt zu definieren → muss γ einführen (Vektor Teilchen) Änderung der Phase entspricht Rotation im 1-dim. Raum: $U(1)$
schwacher Isospin		um e^- in ν_e zu verwandeln in jedem Raum-Zeit Punkt → muss W^- einführen (Vektor Teilchen) Rotation im 2-dim. Raum $SU(2)$
QCD		um die q -Farbe in jedem Raum-Zeit Punkt zu ändern: ($i, j \dots$ Farbindex) → muss Gluonen einführen (Oktett von bi-farbigen Vektor Bosonen) Rotation im 3-dim. Raum $SU(3)$

Unterschied zwischen QED und QCD:

- γ trägt keine elektrische Ladung
- g trägt Farbladung ⇒ Ursprung von Quark Confinement: keine freien Quarks

Der Higgs Mechanismus

Elm und schwache WW beschrieben durch lokale Eichtheorie
 schwache WW i.b.a. Isospin: globale Symmetrie
 von global \rightarrow lokal: 4 Felder eingeführt, $m = 0$

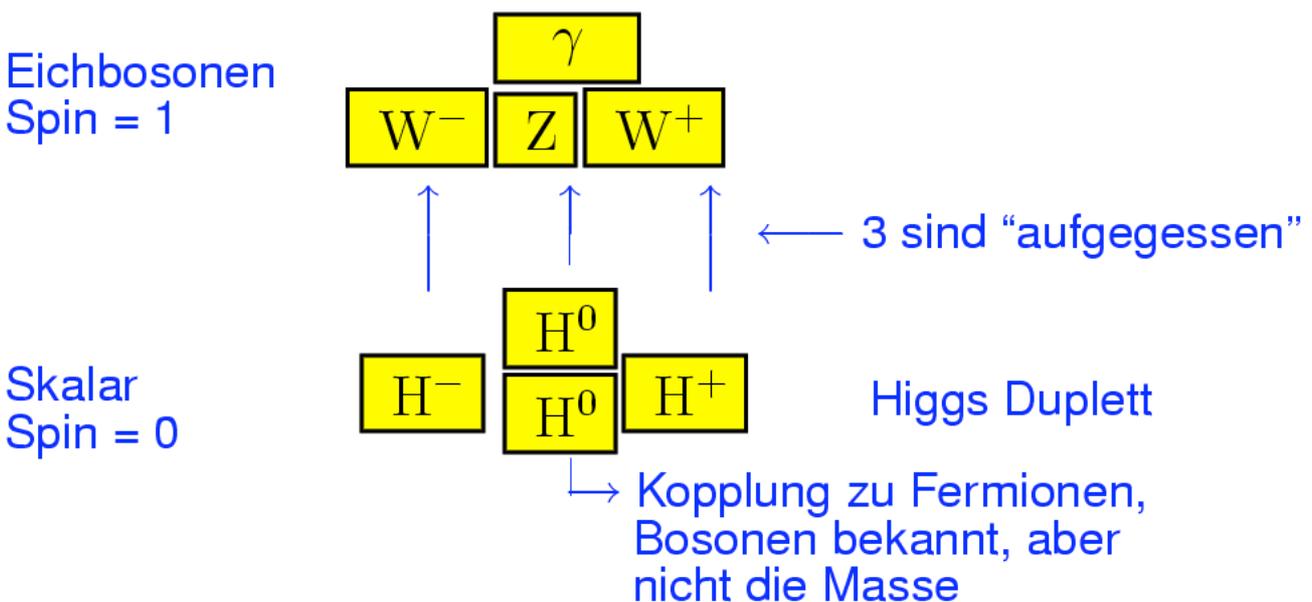
1 $\hat{=}$ Photon

3 erhalten Masse via Higgs Mechanismus
 $\rightarrow W^+, W^-, Z$

Higgs Mechanismus:

Higgs Feld erzwingt Orientierung im schwachen Isospin Raum
 \rightarrow bricht die Symmetrie

die IVB müssen sich dem anpassen: sie erhalten eine Masse



Analogon zur Supraleitung:

Elektromagnetismus: Freiheit die Phase beliebig zu wählen
 ausgenommen: etwas externes erzwingt Phase: bricht die
 Symmetrie \rightarrow supraleitendes Medium

Cooper-Paare: über makroskopischen Abstand Phase kohärent
 (N) eingesperrt \Rightarrow externes Feld muss sich
 anpassen: (Meissner Effekt)

$$A \sim e^{-\lambda r} \quad \lambda \sim \sqrt{N} \sim "m_\gamma"$$

d.h.: als ob das Photon Masse bekommt
 denn ein magn. Feld kann nur eine kurze
 Strecke im Supraleiter zurücklegen

Spontane Symmetriebrechung

\mathcal{L} -Dichte für freie skalare Felder der Masse m :

$$\mathcal{L}_{\text{KG}} = \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi)^2 - \frac{1}{2} m^2 \phi^2$$

Annahme: skalares Feld der Masse μ , welches mit sich selbst WW \rightarrow zusätzlich Term im Potential

$$\mathcal{L}_\phi = \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi)^2 - \left(\frac{1}{2} \mu^2 \phi^2 + \frac{1}{4} \lambda \phi^4 \right)$$

mit $\mu^2 \dots$ Teilchenmasse

$\lambda \dots$ Kopplungskonstante ($\lambda > 0$)

Potentielle Energiedichte = $\frac{1}{2} \mu^2 \phi^2 + \frac{1}{4} \lambda \phi^4$

hat Minimum bei $\phi = \phi_{\text{min}}$

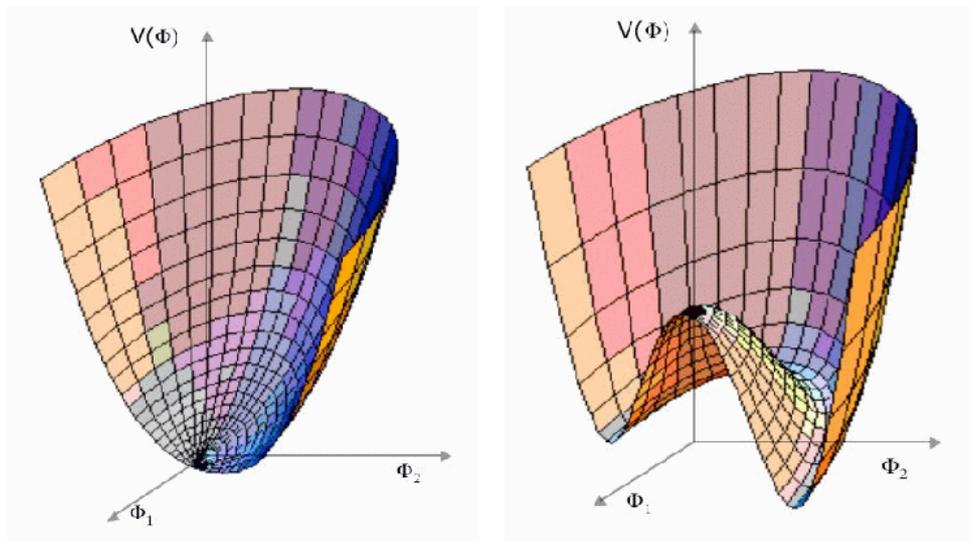
$$\mu^2 > 0$$

Minimum bei $\phi = 0$

$$\mu^2 < 0$$

Minimum bei

$$\phi = \pm v = \pm \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}}$$



Symmetrische Form des Potentials ($\phi \rightarrow -\phi$) für $\mu^2 > 0$
und $\mu^2 < 0$

für $\mu^2 < 0$: 2 Minima: $+v, -v$

Entwickle Störungsreihe um einen Grundzustand: (Vakuum)

Entwickle ϕ um ein Minimum: wähle $+v$

$$\phi(x) = +v + \eta(x)$$

$$\mathcal{L}_\eta = \frac{1}{2} (\partial_\mu \eta)^2 - \lambda v^2 \eta^2 - \lambda v \eta^3 - \frac{1}{4} \lambda \eta^4 + \text{const}$$

↓
Selbst-WW des η - Feldes

$$m_\eta = \sqrt{2\lambda v^2} = \sqrt{-2\mu^2}$$

entspricht
Massenterm

Wahl des Grundzustandes unter mehreren, zueinander symmetrischen Grundzuständen nennt man spontane Symmetriebrechung
oder : Der (zufällig) gewählte Grundzustand besitzt nicht diesselbe Symmetrie wie die Lagrangedichte

Kann $+v$ oder $-v$ wählen, aber nicht beide gleichzeitig

Wahl bricht Symmetrie des Systems

Symmetriebrechung hat Masse erzeugt

Bemerkung: man sollte eigentlich von "versteckter Symmetrie" sprechen, da eine im System vorhandene Symmetrie im Grundzustand nicht mehr sichtbar ist

Das Higgsfeld der Standardtheorie

- Führen Feld ϕ ein: \mathcal{L}_H muss invariant sein gegen Transformationen aus $SU(2) \times U(1)$

$$\mathcal{L}_H = \left| \left(i\partial_\mu - g\vec{T}\vec{W}_\mu - g'\frac{Y}{2}B_\mu \right) \phi \right|^2 - \nu(\phi)$$

↳ Higgs Potential

- ϕ muss einem Multipllett der Gruppe angehören
wähle Duplett des schwachen Isospins zur Hyperladung

$$Y = 1$$

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \quad \left. \begin{array}{l} \phi^+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 + i\phi_2) \\ \phi^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_3 + i\phi_4) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{komplexe} \\ \text{Felder} \end{array}$$

Higgs Potential: $\nu(\phi) = \mu^2 \phi^\dagger \phi + \lambda (\phi^\dagger \phi)^2$ $\left. \begin{array}{l} \mu^2 < 0 \\ \lambda > 0 \end{array} \right\}$

- Spontan wählen wir Vakuumwert ϕ_0 für $\phi(x)$:

$$\phi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \quad \text{mit } v^2 = \mu^2 / \lambda$$

ϕ_0 ist ein Zustand zu $Y = 1, T = 1/2, T_3 = -1/2$
 → nicht symmetrisch unter $SU(2)_T$ und $U(1)_Y$

- Elektrische Ladung des Feldes: $Q = T_3 + \frac{Y}{2} = 0$
 → Zustand ist symmetrisch unter $U(1)_Q$
 → elektromagn. $U(1)_Q$ bleibt ungebrochen und damit wird keine Masse erzeugt für das entsprechende Eichboson:

$$m_\gamma = 0$$

Das Higgsfeld der Standardtheorie (cont)

- Da $SU(2)$ und $U(1)$ Symmetrie gebrochen ist
 $\implies W^\pm, Z$ bekommen eine Masse

bestimmen der Masse durch einsetzen von ϕ_0 in \mathcal{L}_H

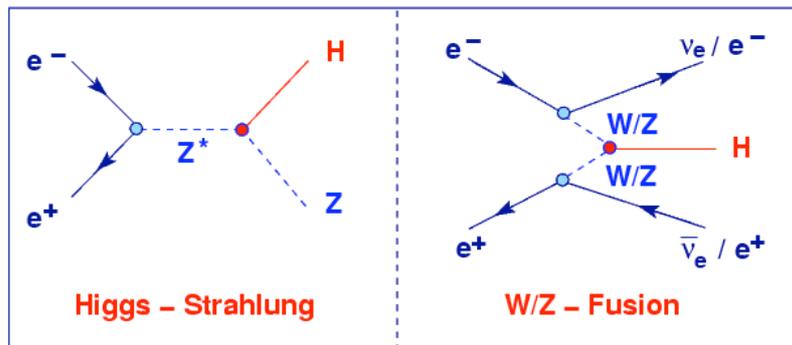
$$\implies m_W = \frac{1}{2}vg, \frac{m_W}{m_Z} = \cos \theta_W, \tan \theta_W = \frac{g'}{g}$$

- Wesentliche Vorhersage der Theorie:

Verhältnis der Massen von W^\pm und Z in Relation gesetzt zum Verhältnis der Kopplungskonstanten von schwachen geladenen und neutralen WW

10.6 SM Higgs Suche am LEP

Dominante Feynman-Diagramme:



$$\text{LEP1: } e^+e^- \rightarrow Z \rightarrow H Z^*$$

$$\text{IFP2: } e^+e^- \rightarrow Z^* \rightarrow H Z$$

Higgs Massenbereich: $m_H \leq \sqrt{s} - m_Z$

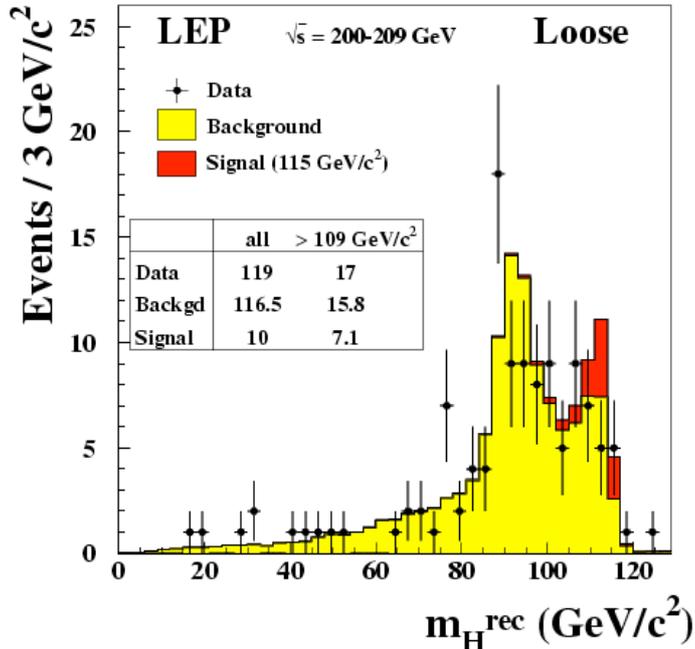
z.B.: $\sqrt{s} = 209 \text{ GeV} \implies m_H < 118 \text{ GeV}$

Dominanter Higgszerfall in diesem Massenbereich: $H \rightarrow b\bar{b}$
 Vertexdetektoren wichtig !!

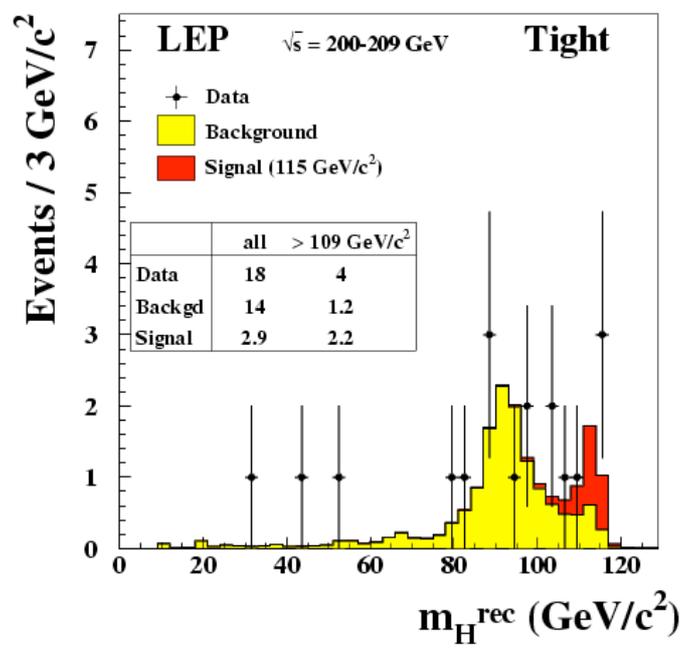
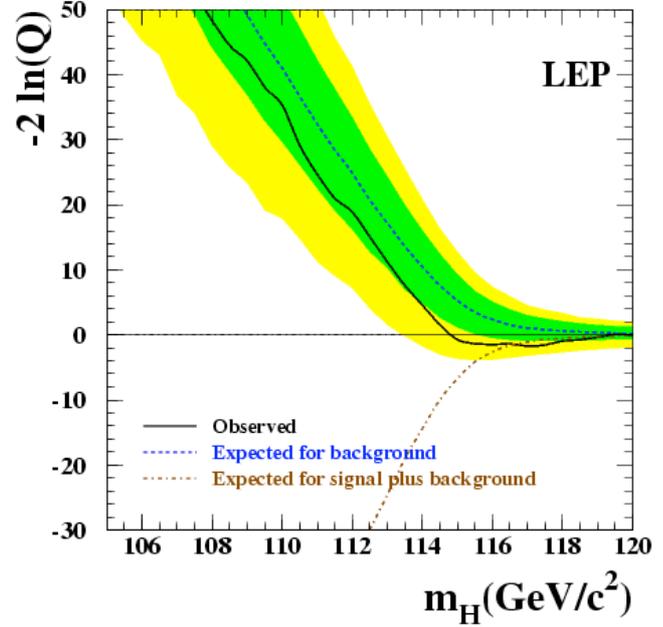
Experimentelle Signaturen:

Kanal	Topologie	BR	Beispiel
Vier Jets		~ 64 %	
Zwei Jets + fehlender Impuls		~ 18 %	
Zwei Jets + Lepton-Paar		~ 9 %	

The Final LEP Higgs Story



Results from combination of 4 LEP experiments

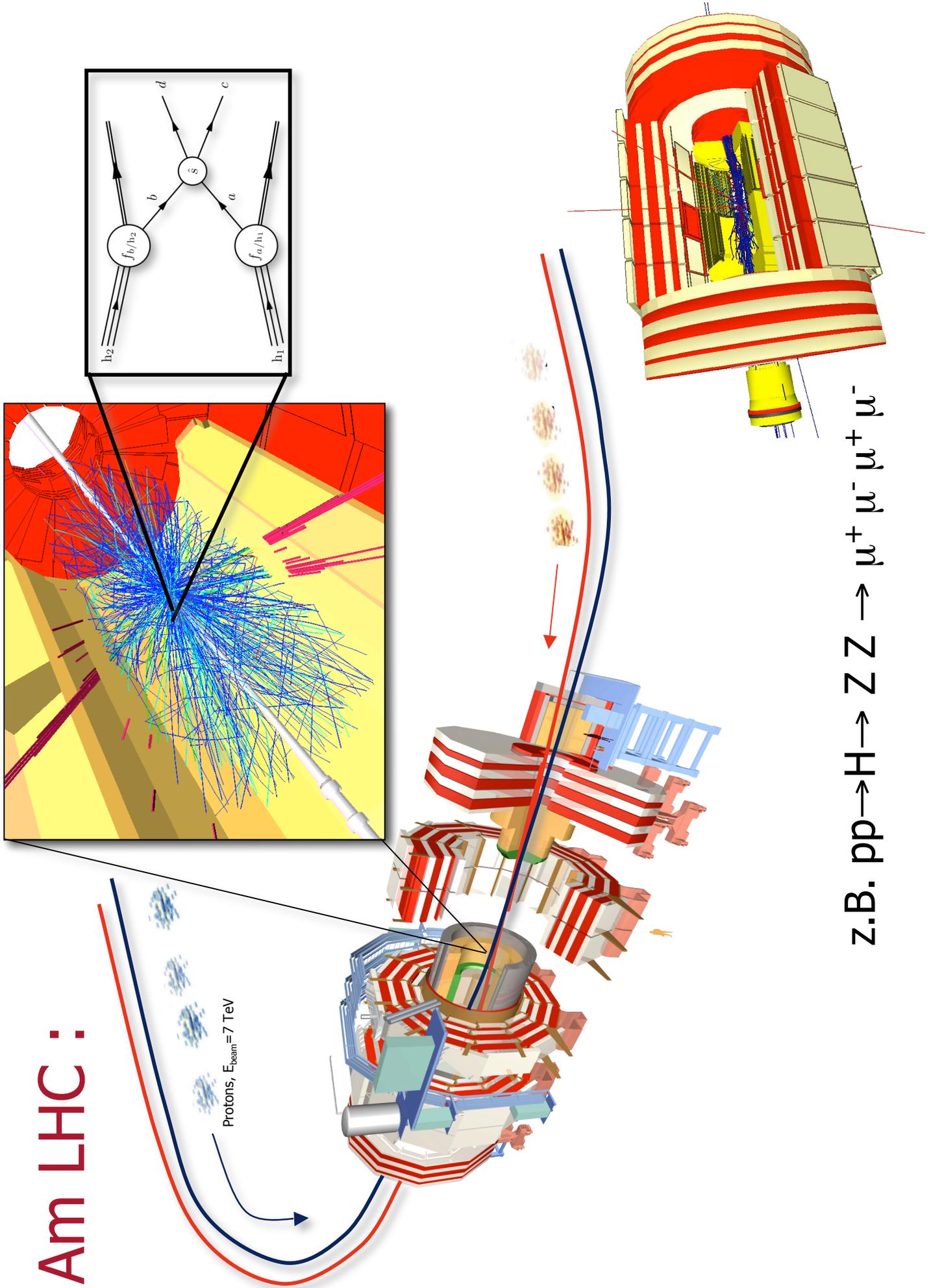


m(Higgs) ~ 115 GeV

(1.7 sigma effect)

m(Higgs) > 114.4 GeV
(at 95% CL)

Am LHC :



z.B. $pp \rightarrow H \rightarrow Z Z \rightarrow \mu^+ \mu^- \mu^+ \mu^-$

10.7 Standard Model Higgs Search at LHC

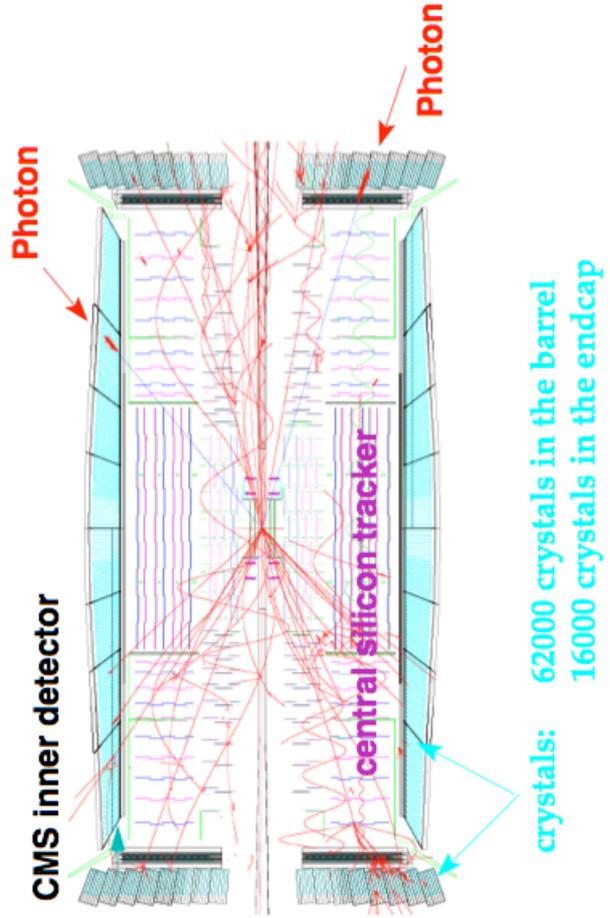
LEP: $e^+e^- \rightarrow HZ \rightarrow (\text{jet jet}) (\text{jet jet})$

jets with
b-tagging

1.7 sigma excess at $m(\text{Higgs}) \sim 115 \text{ GeV}$

LHC: $pp \rightarrow H \rightarrow \gamma\gamma$

Simulation of Higgs decay into two photons
which are detected in the crystal calorimeter



SM Higgs discovery channels

