

# KAPITEL 8 :

## Starke WW und QCD

- 8.1 Quark–Gluon Wechselwirkung
- 8.2 Die Farbquantenzahl
- 8.3 Unterschied: QCD und QED
- 8.4 Die starke Kopplungskonstante  $\alpha_s$
- 8.5 Theoretische Konzepte:  
QED und QCD
- 8.6 Fragmentation:  
von Quarks zu Hadronen  
(Teilchenjets)
- 8.7 Skalenbrechung der Struktur–  
funktion

## 8.1 Quark– Gluon – Wechselwirkung

Farbe: Brauche Eigenschaft "Farbe", um (u.a.) Pauli–Prinzip für Quarks in Hadronen zu gewährleisten

Beispiel:  $\Delta^{++}$  Resonanz:  $|\Delta^{++}\rangle = |u \uparrow u \uparrow u \uparrow\rangle$

QZ Farbe hat 3 Werte: Farbladung für Quarks: rot  
blau  
grün

Antiquarks tragen die entsprechende Anti–Farbe

Gluonen: Trägerteilchen der starken WW  
koppeln an Quarks  $\longrightarrow$  an Farbladung  
tragen gleichzeitig Farb– und Antifarbladung

### Quantenchromodynamik: QCD

Eichtheorie zur Beschreibung der starken Farb–WW zwischen Quarks  $\implies$  Dynamik der Quarks und Gluonen

Eichtheorien: mathematische Formulierung der WW,  
hergeleitet aus Symmetrieprinzip:  
Gleichung invariant unter bestimmter  
Transformation der Wellenfunktion  $\Psi$

Eichinvarianz: diktiert die Form der WW  
fordert masselose Vektorfelder

QCD: WW invariant gegenüber Transformation unter der  
Symmetriegruppe SU(3) (bzgl. Farbe, nicht Flavour!)

QED und QCD: WW durch Austausch eines  
masselosen Feldteilchens mit Spin = 1 (Vektorboson)

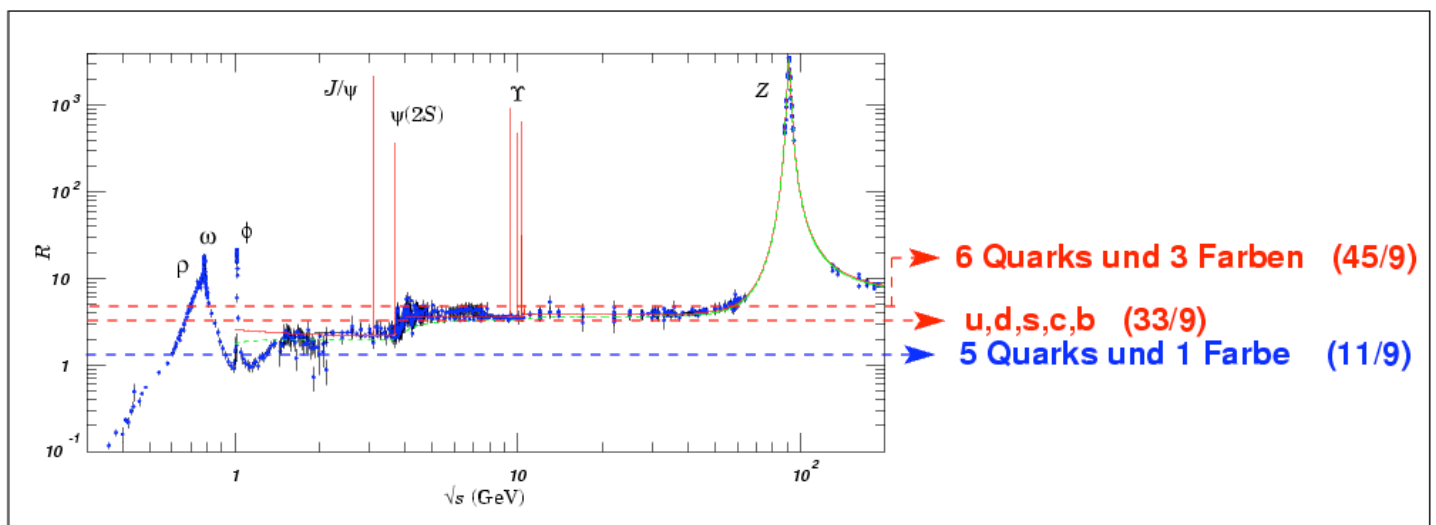
# Exp. Nachweis: 3 Farbladungen

Nichtresonante Erzeugung von Hadronen in  $e^+e^-$  Kollisionen:

$$R := \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow q_f \bar{q}_f)}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-)} = N_c \sum_f z_f^2$$

$N_c$  = Anzahl Farbladungen (Number of colours)

$z_f$  = elektr. Ladung des Quarks mit Flavour  $f$



$$R = N_c \sum_f z_f^2 = N_c \cdot \left[ \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(-\frac{1}{3}\right)^2 + \left(-\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(-\frac{1}{3}\right)^2 \right] = N_c \cdot \frac{11}{9}$$

⇒ Daten stimmen überein mit:

- Quarks haben drei Farbladungen, d.h.  $N_c = 3$
- Quarkladungen:

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix} \dots\dots z_f = \frac{2}{3} \dots\dots z_f = -\frac{1}{3}$$

## 8.2 Die Farbquantenzahl

Gluonen tragen Farbe und Anti-Farbe  $\implies$   
Haben  $3 \times 3$  Farbkombinationen:  $\implies$  Gruppentheorie:  
 $3 \otimes \bar{3} = 8 \oplus 1$  (Oktett und Singlett)

6 Farb– und Antifarbzustände  $\rightarrow$  9 Farb– Antifarb–Paare:

$$r\bar{g}, r\bar{b}, g\bar{r}, g\bar{b}, b\bar{r}, b\bar{g},$$

"Echte" Farbigkeit  
 $\implies$  Gluonen zuordnen

und  $r\bar{r}, g\bar{g}, b\bar{b}$

"Verdeckte" Farbigkeit

3 lineare Superpositionen:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(r\bar{r} - g\bar{g})$$

$\implies$  Gluonen zuordnen

$$\frac{1}{\sqrt{6}}(r\bar{r} + g\bar{g} - 2b\bar{b})$$

$\implies$  Gluonen zuordnen

$$\frac{1}{\sqrt{3}}(r\bar{r} + g\bar{g} + b\bar{b})$$

symmetrisch  $\implies$  "farblos" (farbneutral)  
Farbsinglett: invariant gegenüber Rotation  
im Farbraum

Bemerkung: Wie man 8 Zustände zusammensetzt ist eine Frage der Konvention

Oktett von Gluonen: System von Basiszuständen, aus denen alle Farbzustände aufgebaut werden können:

Alle 8 Gluonen sind völlig gleichberechtigt

Farbladung ist Erhaltungsgrösse

## 8.3 Unterschied: QCD und QED

QCD ist Eichtheorie der starken WW

Gluonen: Überträger der Farbladung

tragen selbst Farbladung

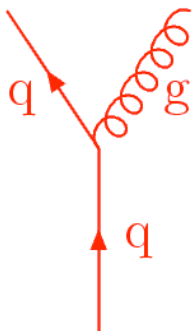
⇒ es treten Selbst-Wechselwirkungen auf

QED ist Eichtheorie der elektromagnetischen WW

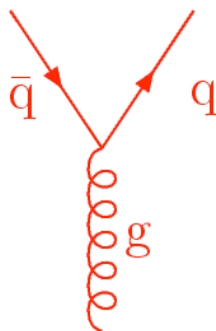
Photon: trägt keine elektrische Ladung

⇒ Photon kann nicht mit sich selbst wechselwirken

QCD

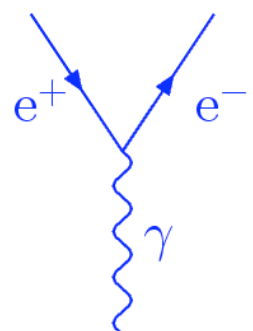
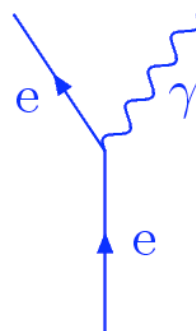


Emission oder  
Absorption  
eines Gluons

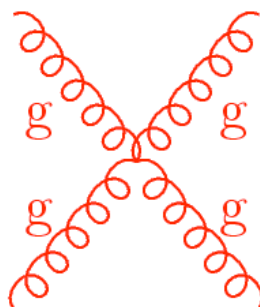
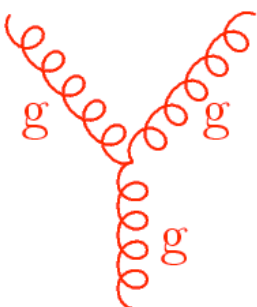


Erzeugung oder  
Annihilation  
von  $q\bar{q}$ -Paaren

QED



zusätzlich in QCD:

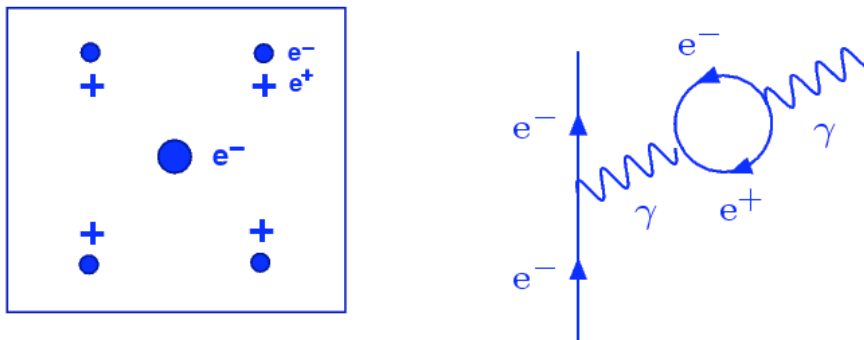


“Selbstkopplung” der Gluonen  
Kopplung von 3  
und 4 Gluonen  
untereinander

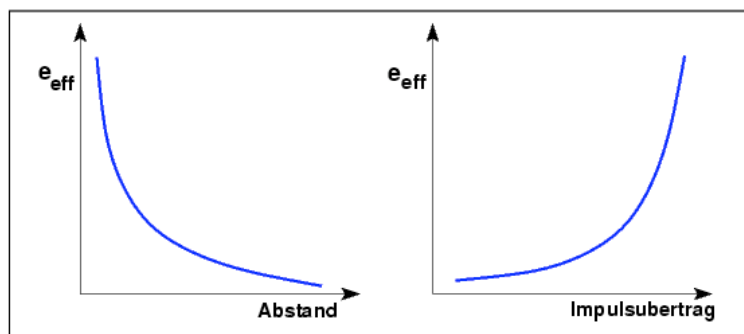
# Unterschied: QCD und QED (1)

Unterschied zwischen elektrischer Ladung (QED) und Farbladung (QCD) hat wichtige physikalische Konsequenzen:

**QED** Erzeugung von virtuellen  $e^+e^-$ -Paaren:

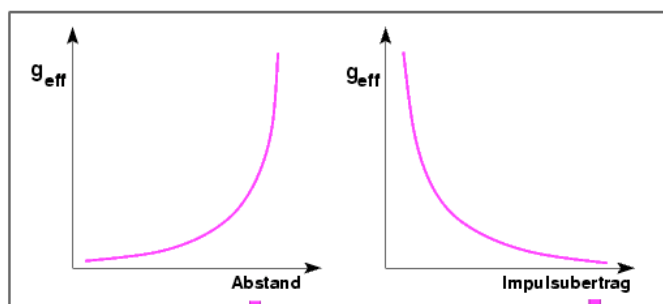


⇒ Effektive Ladung (entspricht Stärke der WW) reduziert, da Testelektron abgeschirmt, wenn mit "kleiner" Auflösung (bzw. in grossem Abstand) gemessen



**QCD** Effekt anders, weil zusätzlich noch Gluon-Selbstwechselwirkung auftreten kann

$g_{\text{eff}}$  = effektive starke Kopplung

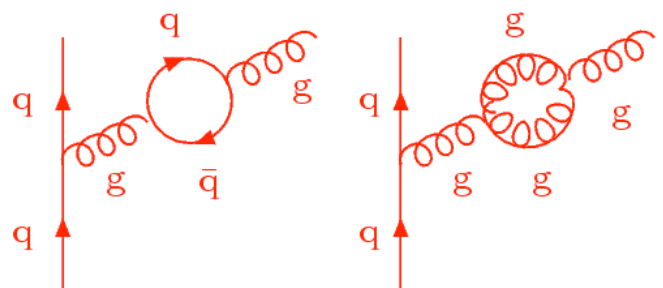


**Confinement**

Bei grossem Abstand:  
kann kein isoliertes  
Quark beobachten

**Asymptotische Freiheit**

Bei Impulsübertrag  $\rightarrow \infty$ :  
Quarks verhalten sich wie  
freie Teilchen



## 8.4 Die starke Kopplungskonstante $\alpha_s$

Starke  $Q^2$ -Abhängigkeit von  $\alpha_s \longrightarrow$  "RUNNING  $\alpha_s$ "

1. Ordnung Störungsrechnung:

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{12\pi}{(33-2n_f)(\ln Q^2/\Lambda^2)}$$

$n_f$  . . . Zahl der beteiligten Quarks

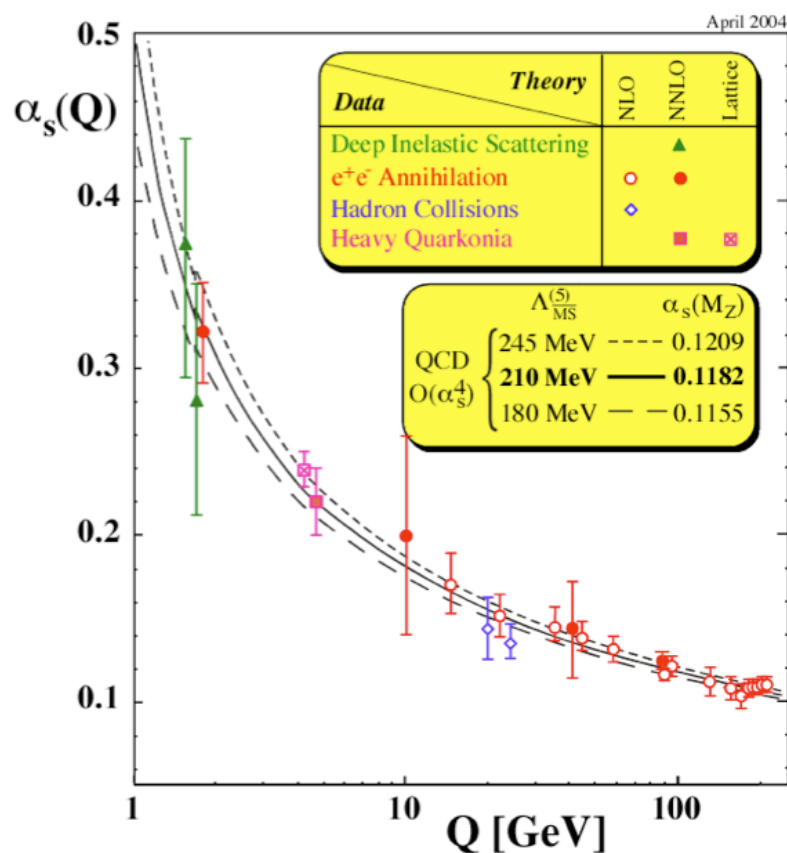
$\Lambda$  . . . freier Parameter in QCD, aus Daten bestimmt:  $\Lambda \sim 250$  MeV/c

$\Lambda$  . . . Energie, bei der Kopplung  $\infty$  wird

Störungsrechnung in QCD nur dann sinnvoll, wenn  $\alpha_s \ll 1$ :  
wenn  $Q^2 \gg \Lambda^2 \approx 0.06$  (GeV/c)<sup>2</sup>

Für sehr grosse  $Q^2$  ( $\hat{=}$  sehr kleinem Abstand):  
 $\lim_{Q^2 \rightarrow \infty} \alpha_s \rightarrow 0$ : Kopplung  $\rightarrow 0$ : Quarks sind "frei"  
(asymptotische Freiheit)

World Average :  $\alpha_s(M_Z) = 0.1183 \pm 0.0027$



Bemerkung:

elm. WW: Kopplungskonstante  $\alpha$  hat geringe  $Q^2$ -Abhängigkeit



## The Nobel Prize in Physics 2004



David J. Gross  
Kavli Institute for  
Theoretical Physics  
University of California  
Santa Barbara, USA

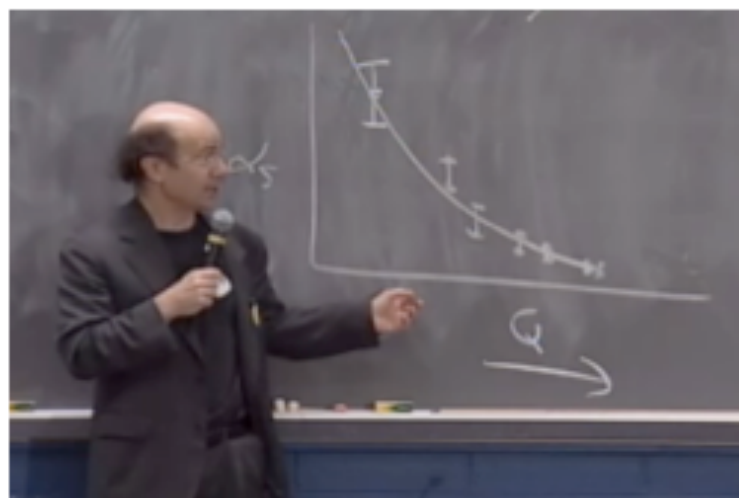


H. David Politzer  
California Institute  
of Technology  
Pasadena, USA



Frank Wilczek  
Massachusetts Institute  
of Technology  
Cambridge, USA

The Royal Swedish Academy of Science has decided to  
Award the Nobel Prize in Physics for 2004  
*“for the discovery of asymptotic freedom in the theory  
of the strong interactions”*  
jointly to  
D.J. Gross, H.D. Politzer and F. Wilczek



## 8.5 Theoretische Konzepte: QED, QCD

### Eichsymmetrien

- WW werden durch Symmetrieprinzipien diktiert
- Teilchenphysik: WW durch lokale Eichsymmetrien beschrieben
- Verbindung zw. Erhaltungssätze und Symmetrien: Lagrange-Formalismus

Klassische Mechanik:

$$\frac{\partial}{\partial x_\mu} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial \phi / \partial x_\mu)} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} = 0 \quad \text{Euler-Lagrange Gleichung}$$

Lagrangedichte  $\mathcal{L}$  :  $L = \int \mathcal{L} d^3x$        $\phi(t, \vec{x}) = \phi(x_\mu)$

- NOETHER THEOREM: jede Symmetrie hat Erhaltungssatz zur Folge
- Beispiel:  $\mathcal{L}$  des freien Fermions:  $\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi$

$\mathcal{L}$  ist Invariante gegen globale Phasentransformation

$$\psi(x) \longrightarrow \psi'(x) = e^{i\alpha} \psi(x) \quad \alpha \dots \text{konst, reell}$$

globale Phasentransformationen  $U(\alpha) = e^{i\alpha}$  bilden eine unitäre, abelsche Gruppe mit Namen  $U(1)$

diese Symmetrie von  $\mathcal{L}$  unter globaler  $U(1)$  hat Ladungserhaltung zur Folge (Noether-Theorem)

$$\longrightarrow \frac{dQ}{dt} = 0$$

- globale  $U(1)$ -Phasentransformation  $\equiv$  globale  $U(1)$  Eichtransformation

# Lokale U(1)-Eichinvarianz und QED

$$\psi \longrightarrow \psi'(x) = e^{i\alpha(x)}\psi(x) \quad \text{mit } \alpha(x) \dots \text{reell}$$

- Beispiel:  $\mathcal{L}$  des freien Fermions,  $\psi'$  einsetzen

$$\mathcal{L}' = i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi - \underbrace{\bar{\psi}\gamma^\mu\psi\partial_\mu\alpha(x)}_{\text{verletzt Invarianz gegen lokaler U(1) Eichtransform.}} \neq \mathcal{L}$$

$\implies$  für Invarianz: muss  $\mathcal{L}$  modifizieren:

$$\begin{aligned}\partial_\mu &\longrightarrow D_\mu, \quad D_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu \\ D_\mu &\rightarrow e^{i\alpha(x)}D_\mu \\ A_\mu &\rightarrow A_\mu + \frac{1}{e}\partial_\mu\alpha\end{aligned}$$

$A_\mu \hat{=}$  Eichfeld: folgt aus Forderung nach lokaler Eichinvarianz

$$\implies \mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi + e\bar{\psi}\gamma^\mu\psi A_\mu$$

- ohne Eichinvarianz zu zerstören: kann kinematischen Term des Photonfeldes addieren:

$\rightarrow$  vollständige Lagrangedichte der QED:

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi + e\bar{\psi}\gamma^\mu\psi A_\mu - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{freies } e^-} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{\substack{\mathcal{L}_{\text{int}} \\ \text{elm. WW}}} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{freies } \gamma}$$

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$

$\implies$  für lokale Eichinvarianz: muss Photon Feld einführen.

Achtung : kein Massenterm  $m_\gamma^2 A^\mu A_\mu$  möglich  $\rightarrow m_\gamma = 0$

# Nicht-abelsche Eichinvarianz und QCD

Wollen - in Analogie zur QED - Struktur der QCD von lokaler Eichinvarianz herleiten

$U(1) \longrightarrow SU(3)$  Gruppe von Phasentransformationen der Quark-Farbfelder

$\mathcal{L}$  für freie Quarks:  $\mathcal{L} = \bar{\psi}_q(x)(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi_q(x)$

$$\psi_q = (\psi_{qR}, \psi_{qB}, \psi_{qG})$$

- $\mathcal{L}$  invariant unter globaler  $SU(3)$ -Rotation im Farbraum

$$\psi_q \longrightarrow \psi'_q(x) = e^{i\alpha_k\lambda^k/2}\psi_q(x)$$

$\lambda_i \dots$  Gell-Mann Matrizen (Generatoren)

Vertauschungsrelationen:  $\left[\frac{\lambda_i}{2}, \frac{\lambda_k}{2}\right] = i \sum_k f_{ijk} \frac{\lambda_k}{2}$

$f_{ijk} \dots$  reelle Konst., Strukturkonst. der Gruppe

$\alpha_k \dots$  Gruppenparameter

Invarianz garantiert, solange  $\alpha_k$  nicht von Raum-Zeit abhängt

- Bemerkung: Gruppe ist nicht-abelsche Gruppe, da nicht alle Generatoren miteinander vertauschen

- Forderung lokale SU(3)-Invarianz:

$$\psi_q(x) \rightarrow \psi'_q(x) = e^{i\alpha_k(x)\frac{\lambda_k}{2}}\psi_q(x)$$

analog zu QED:

1.  $\partial_\mu \rightarrow$  kovarianter Operator  $D_\mu : D'_\mu = e^{i\alpha_k(x)\frac{\lambda_k}{2}} D_\mu$

2.  $D_\mu = \partial_\mu + ig_s \frac{\lambda_k}{2} G_\mu^k$ : Satz von **8 neuen Feldern**  
 $G_\mu^k \dots$  Gluonfelder

3. Transformationseigenschaften jedes Gluonfeldes:

$$G_\mu^k \rightarrow G_\mu^k - \frac{1}{g_s} \partial_\mu \alpha^k(x)$$

$g_s \dots$  Kopplungskonst. der WW

4. Existenz der Gluonfelder aus Forderung der Eichinvarianz  $\Rightarrow G_\mu^k \dots$  **Eichfelder** Farbstrom

$$\Rightarrow \mathcal{L} = \underbrace{\bar{\psi}_q(x)(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi_q(x)}_{\text{freies Quark}} - g_s \underbrace{\left(\bar{\psi}_q(x)\frac{\lambda_k}{2}\gamma^\mu \psi_q(x)\right) G_\mu^k}_{\mathcal{L}_{\text{int}} \text{ WW zw. q und g}}$$

- definiere Vierervektor  $G_\mu \equiv \frac{\lambda_k}{2} G_\mu^k$

- Analogie  $\mathcal{L}_{\text{QED}}$  und  $\mathcal{L}_{\text{QCD}}$  :

$$\mathcal{L}_{\text{QED}} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m + e\gamma^\mu A_\mu)\psi$$

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = \bar{\psi}_q(i\gamma^\mu \partial_\mu - m - g_s\gamma^\mu G_\mu)\psi_q$$

die 8 Vektorfelder  $G_\mu^k$  wechselwirken mit den 3 Spinoren  $\psi_q$  analog zum Photon

- Jedoch:  $\mathcal{L}_{\text{int}}^{\text{QCD}}$  ist nicht lokal SU(3) eichinvariant wegen Vertauschungsrelation der  $\lambda_i$  (nicht-abelsche Gruppe SU(3))

- Für lokale Invarianz von  $\mathcal{L}_{\text{QCD}}$  brauche zusätzliche Transformationseigenschaften der Gluonfelder:

$$G_\mu^k \rightarrow G_\mu^k - \frac{1}{g_s} \partial_\mu \alpha_k - f_{kjl} \alpha_j G_\mu^l$$

- vollständige Lagrangedichte der QCD:

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = \bar{\psi}_q (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi_q - g_s \left( \bar{\psi}_q \gamma^\mu \frac{\lambda^k}{2} \psi_q \right) G_\mu^k - \frac{1}{4} G_{\mu\nu}^k G_k^{\mu\nu}$$

mit 8 Feldstärketensoren für Gluonen  $G_{\mu\nu}^k$ :

$$G_{\mu\nu}^k = \partial_\mu G_\nu^k - \partial_\nu G_\mu^k - g_s f_{kjl} G_\mu^j G_\nu^l$$

analog zum  
Photon  $F_{\mu\nu}$

neuer Term, quadrat.  
im Gluonfeld

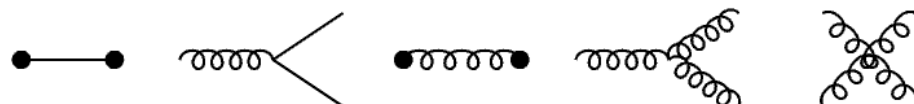


neue Eigenschaft

⇒  $E_{\text{kin}}$ -Term beinhaltet auch  
Selbstwechselwirkung zwischen  
den Eichbosonen (Gluonen), aber  
wiederum kein Massenterm  $m_g^2 G_\mu^k G_k^\mu$  möglich  
(wegen Eichinvarianz) ⇒  $m_g = 0$  !

- anschaulich dargestellt ( $\mathcal{L}_{\text{QCD}}$  in symbolischer Form):

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = (q\bar{q}) + g_s(q\bar{q}G) + (G^2) + g_s(G^3) + g_s^2(G^4)$$



Quarks

Quark-  
Gluon WW

Gluonen

Selbst-WW

Analog zur QED

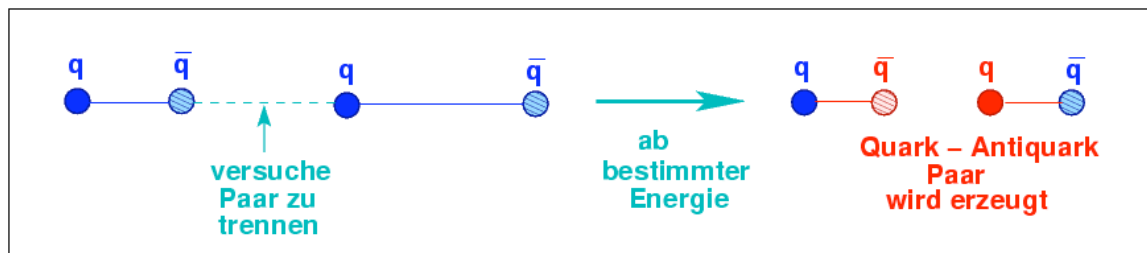
neu: weil Gluonen  
Farbladung tragen

## 8.6 Fragmentation: Quarks $\rightarrow$ Hadronen

Verlassen Quarks die Region, in der sie erzeugt werden, dann wird WW (Anziehung) zwischen ihnen beliebig stark:  
aus Quarks werden Hadronen  $\Rightarrow$  Teilchenjets

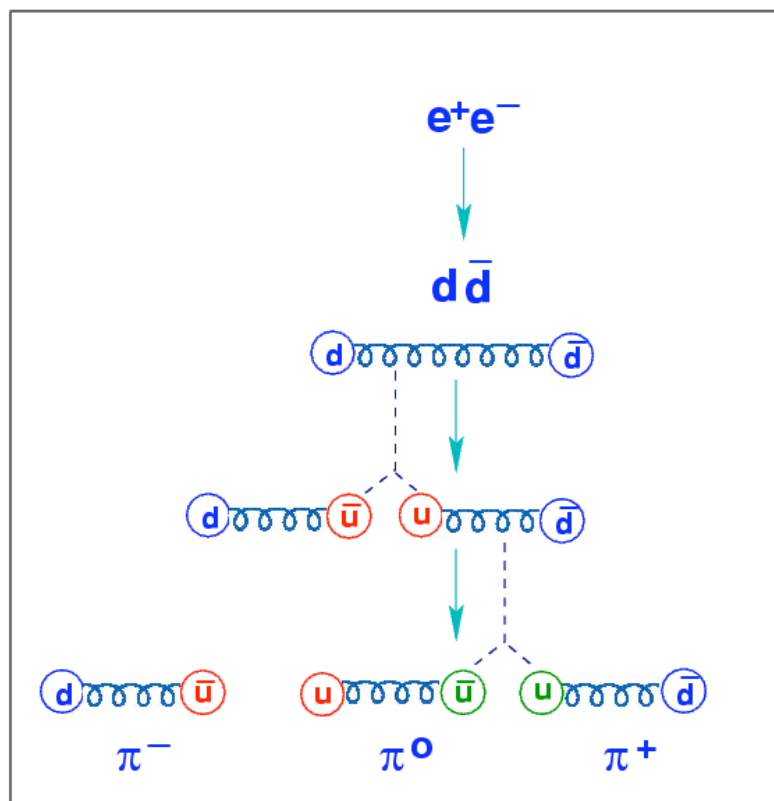
Fragmentation: Modell, wie aus Quarks beobachtbare Hadronen entstehen

$q\bar{q}$ -Paare durch "Strings" miteinander verbunden



Energie zur Erzeugung neuer Quarks aus Feldenergie :  
Energiedichte (Energie / Stringlänge)  $\approx 1 \text{ GeV/fm}$

Beispiel:  $e^+e^- \rightarrow d\bar{d} \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^+$

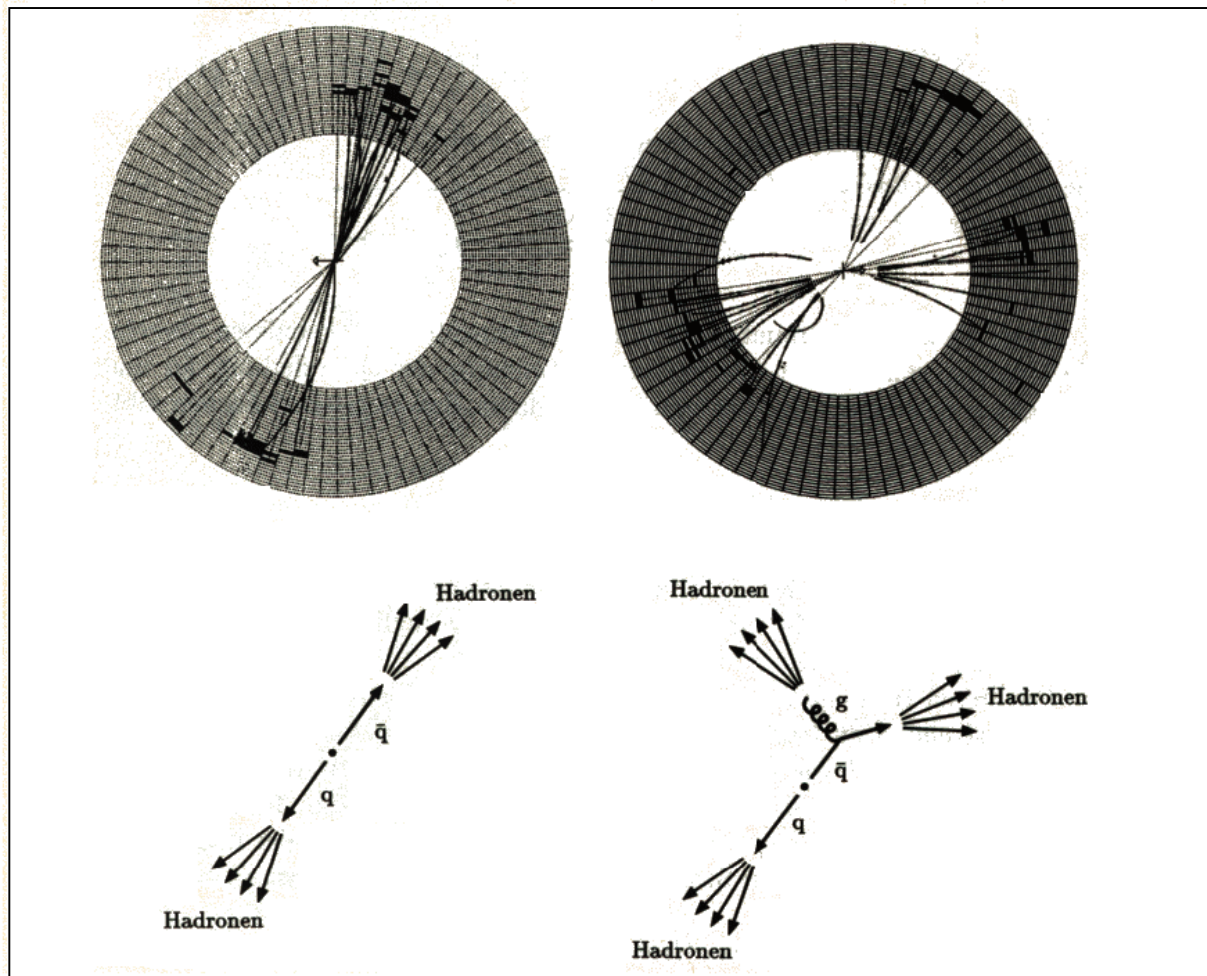


Quarkflavour muss erhalten bleiben  
Wenn String aufbricht  $\Rightarrow$  Impulsaufteilung auf Mesonen  $\Rightarrow$   
Hadronen in back-to-back Jets produziert

# Teilchenjets in $e^+e^-$ und $p\bar{p}$ Kollisionen

Beispiel: Jade Detektor am  $e^+e^-$  Speicherring PETRA (DESY)

1979: Gluonen direkt experimentell nachgewiesen:



In  $e^+e^-$  (und auch  $p\bar{p}$ ) Kollisionen können neben  $q\bar{q}$ -Erzeugung auch Prozesse höherer Ordnung auftreten:

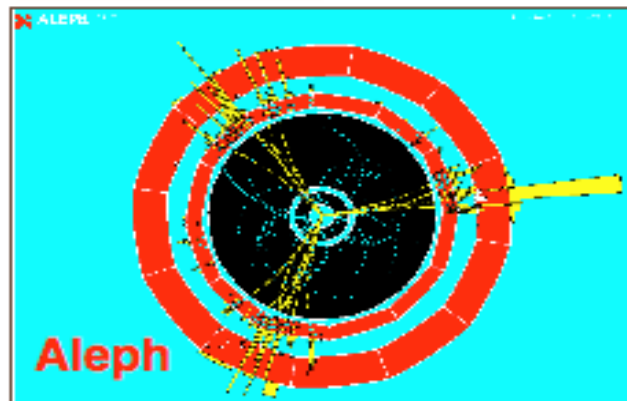
⇒ Abstrahlen eines Gluons: 3. Hadronjet

Aus Winkelverteilung der 3 Jets kann man den Spin des Gluons bestimmen ⇒ Gluonen haben Spin = 1 (Vektorbosonen)

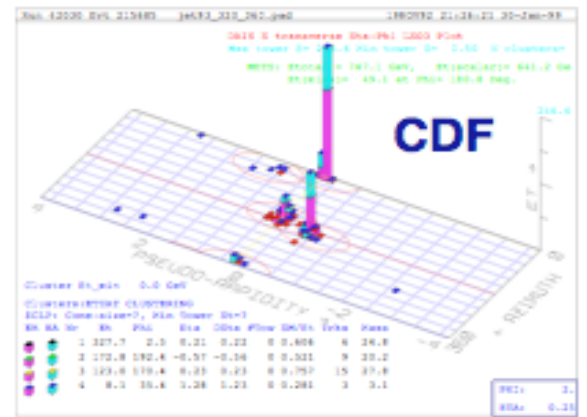
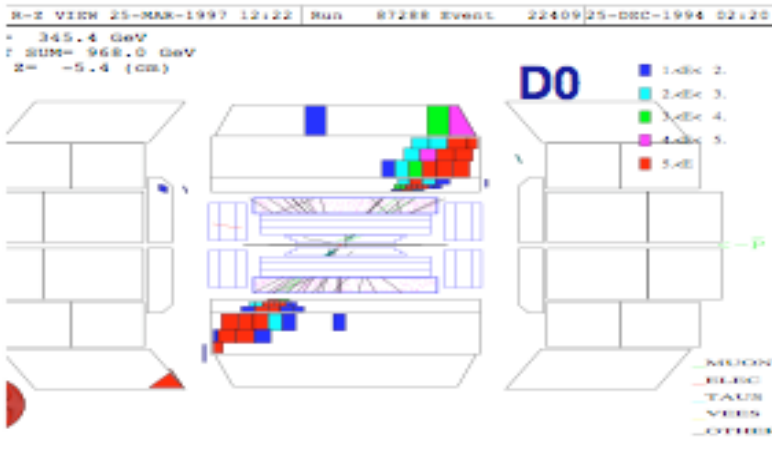
# Jet Event Displays



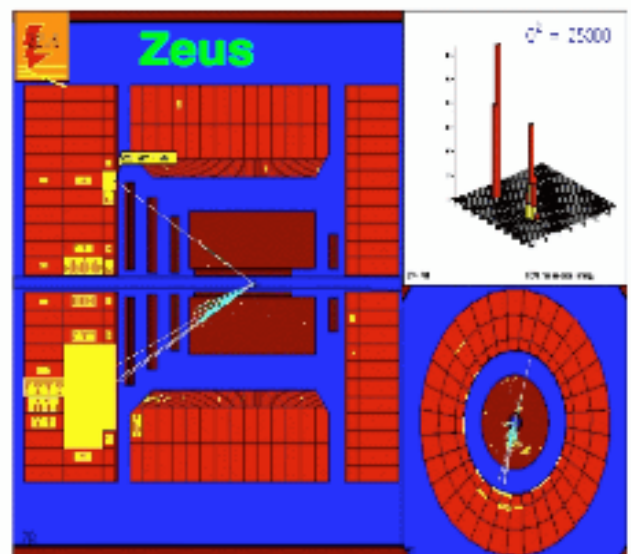
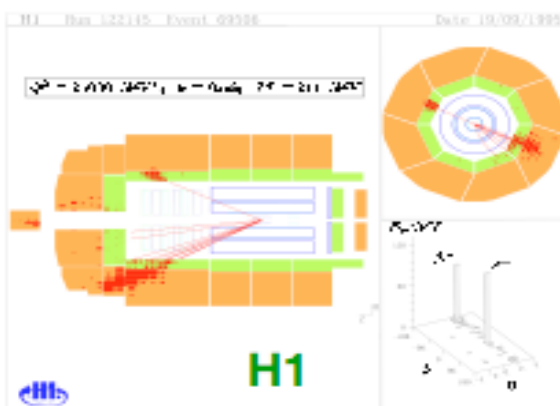
LEP:  $e^+e^-$



Tevatron:  $p\bar{p}$



Hera:  $e p$



## 8.7 Skalenbrechung der Strukturfunktion

Strukturfunktion gemessen:

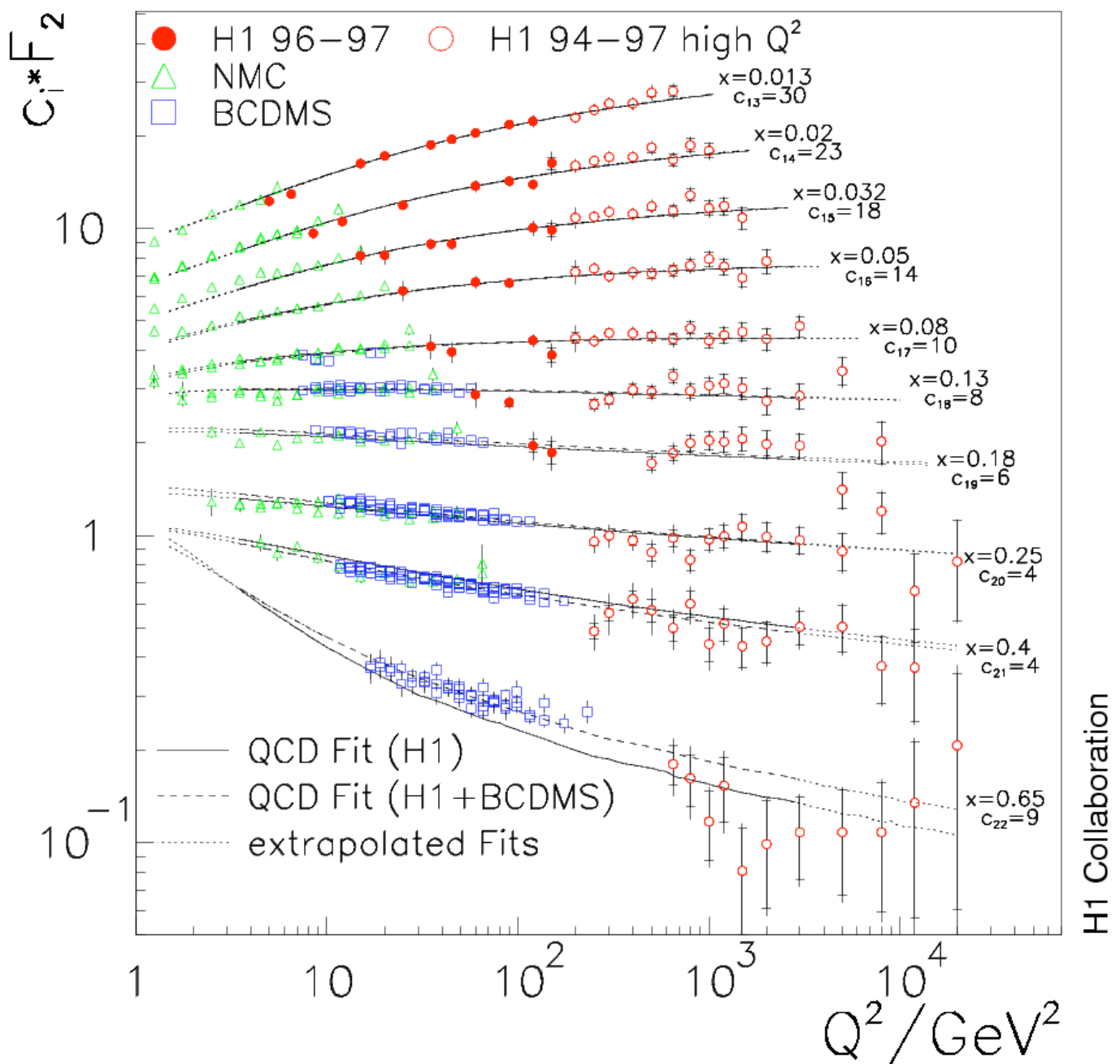
am CERN ( $\mu$ -Streuung): NMC, BCDMS

am Fermilab, SLAC

bei HERA (seit 1992): H1, ZEUS:

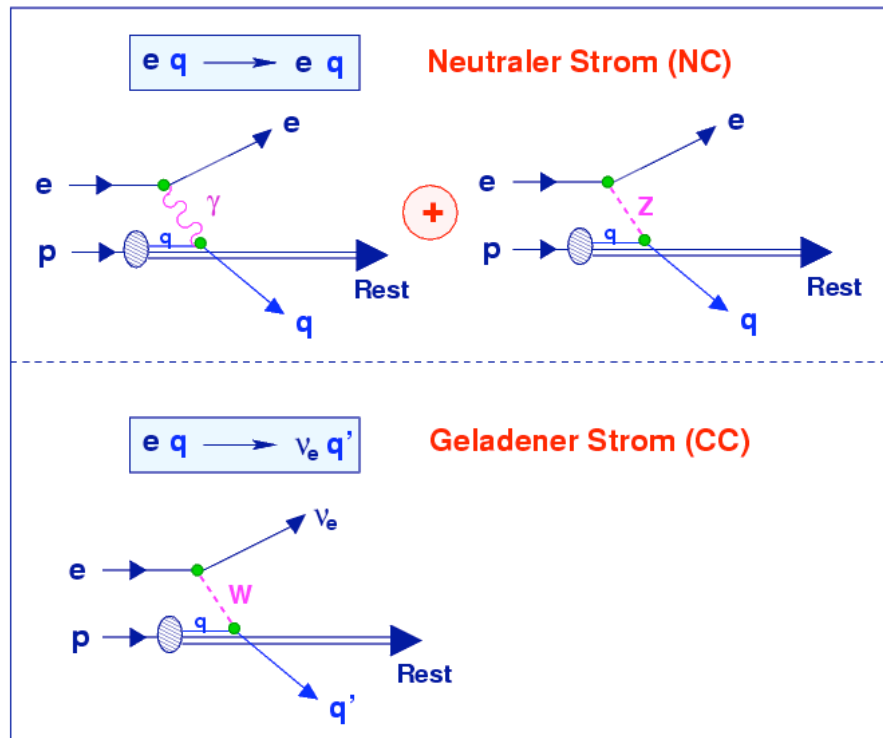
neuer kinematischer Bereich von  $x$  und  $Q^2$

Aus Präzisionsmessungen:  $F_2 = f(x, Q^2)$



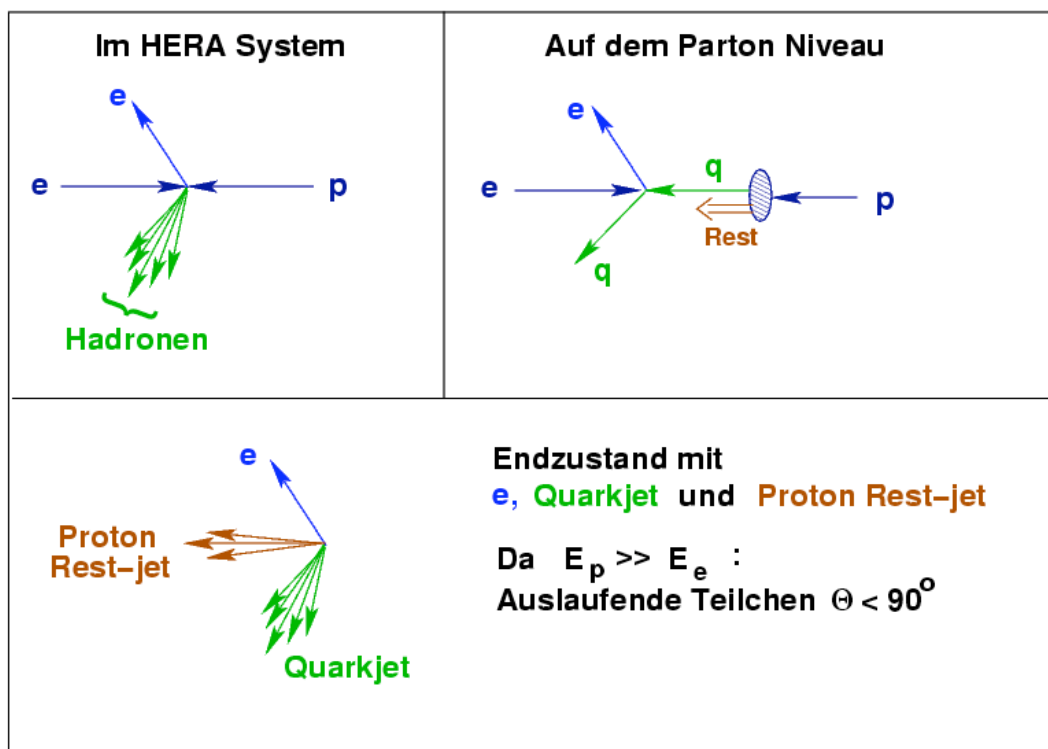
# Tiefinelastische e–p Streuung bei HERA

Wichtigste Reaktionen im QP–Modell:



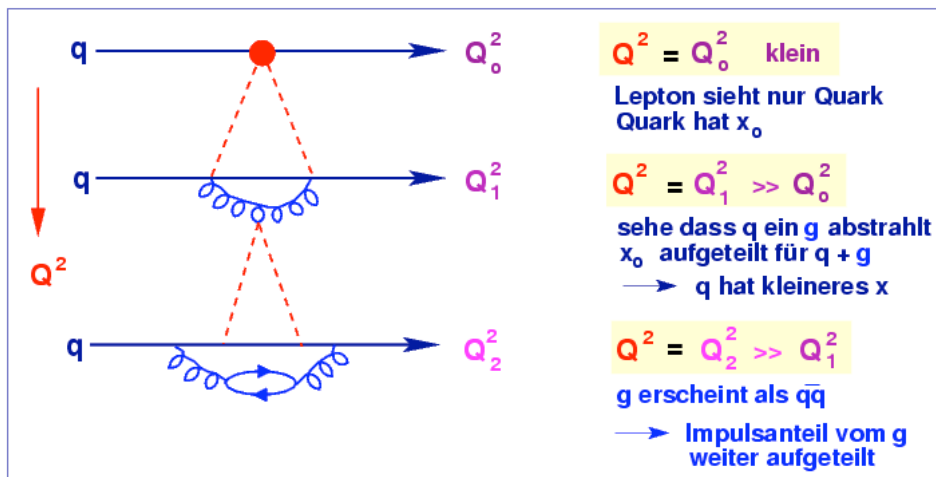
Kinematik bei HERA:  $\sqrt{s} = 314 \text{ GeV}$

würde bei einem Fixed–Target Experiment  
einer Strahlenergie von  $E_e \sim 50 \text{ TeV}$  entsprechen !

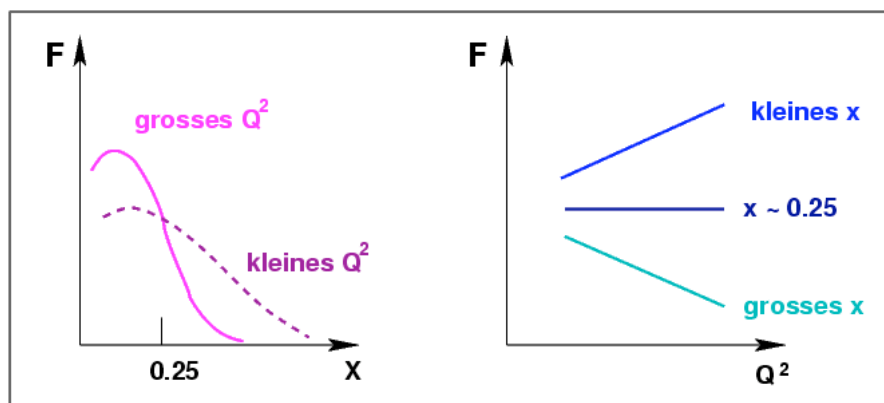


# Skalenbrechung

- Skalenbrechung kommt nicht von möglicher endlicher Ausdehnung der Quarks
- QCD: Quarks können Gluonen abstrahlen und absorbieren, zusätzlich  $g \rightarrow q\bar{q}$   
Gluonen emittieren selbst Gluonen
- Auswirkung auf Messung der Strukturfunktionen:  
Je grösser  $Q^2$ , umso grösser die Auflösung, mit dem das punktförmige Lepton das wechselwirkende Quark im Nukleon sondiert



⇒ Mit wachsendem  $Q^2$ : immer mehr See-Partonen mit immer kleineren Impulsanteilen



**Bei zunehmender Auflösung sehe mehr q und g bei kleineren  $x$ -Werten: Quarks sind punktförmig !!**

# Skalenbrechung

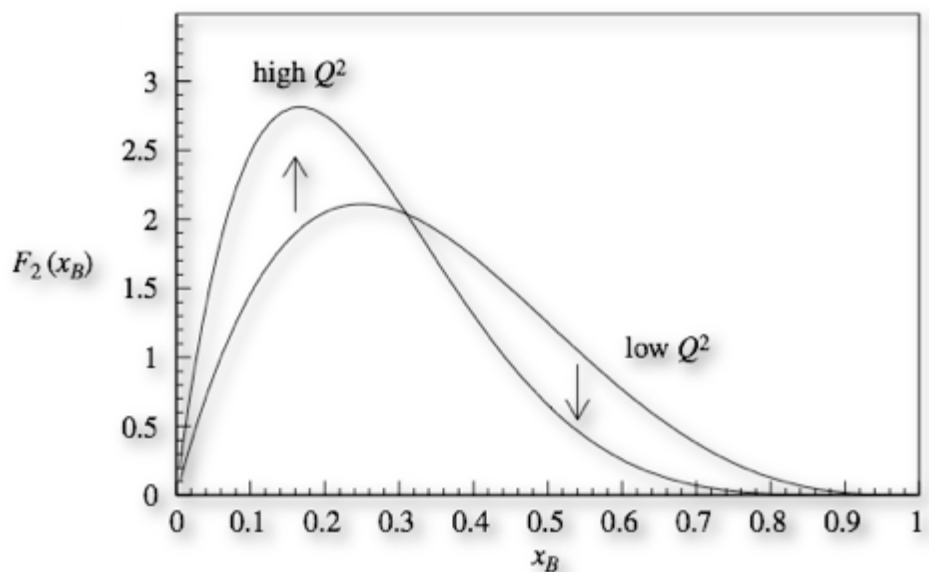
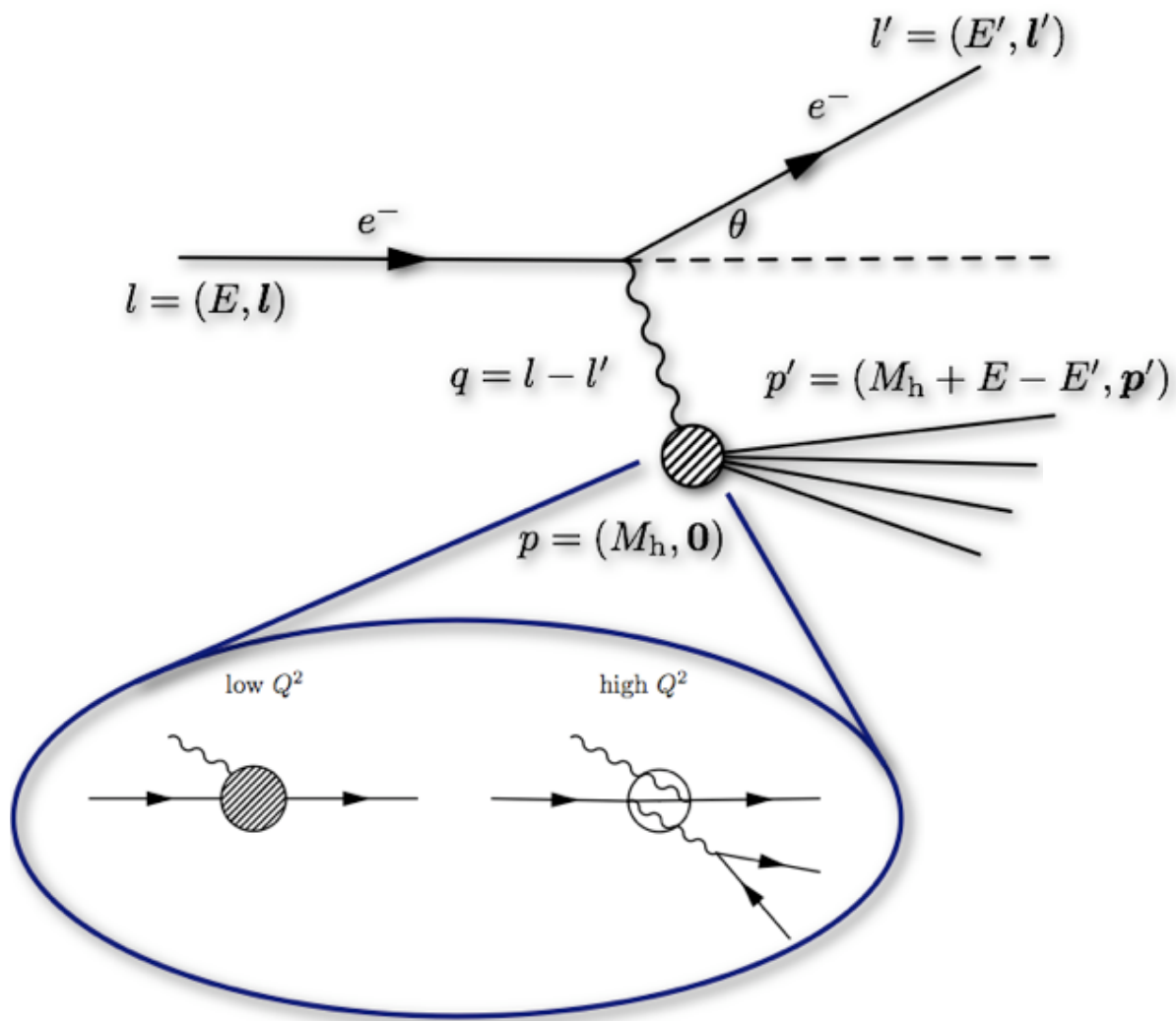
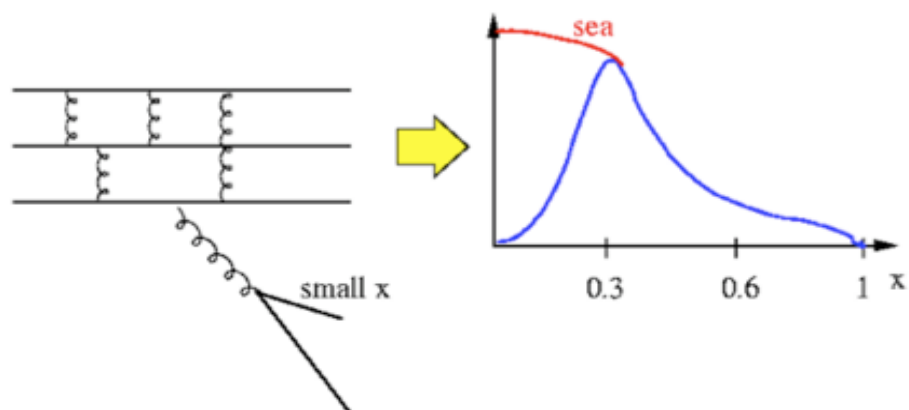
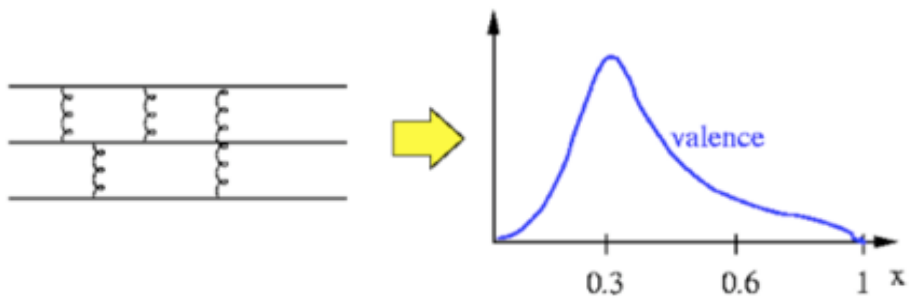
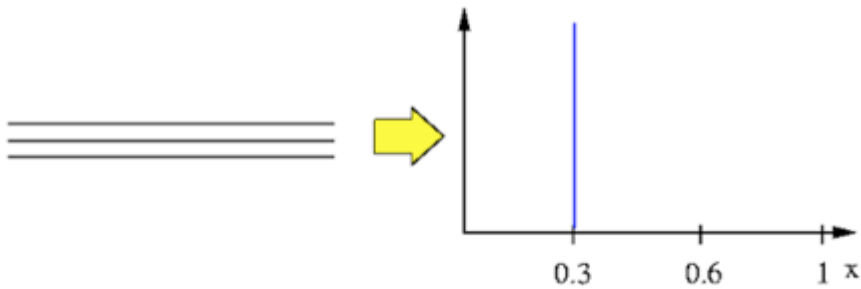
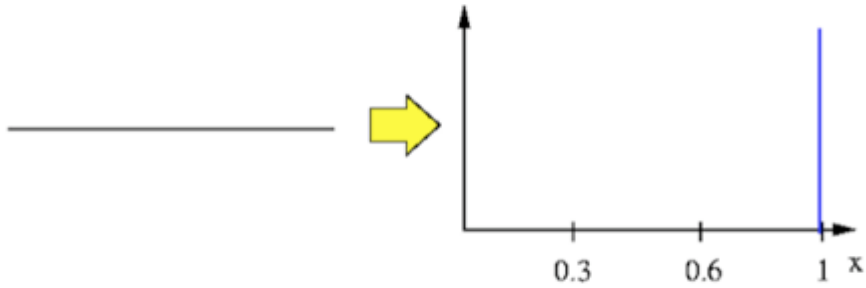


FIG. 2.8. Qualitative behaviour of the  $Q^2$ -evolution of structure functions

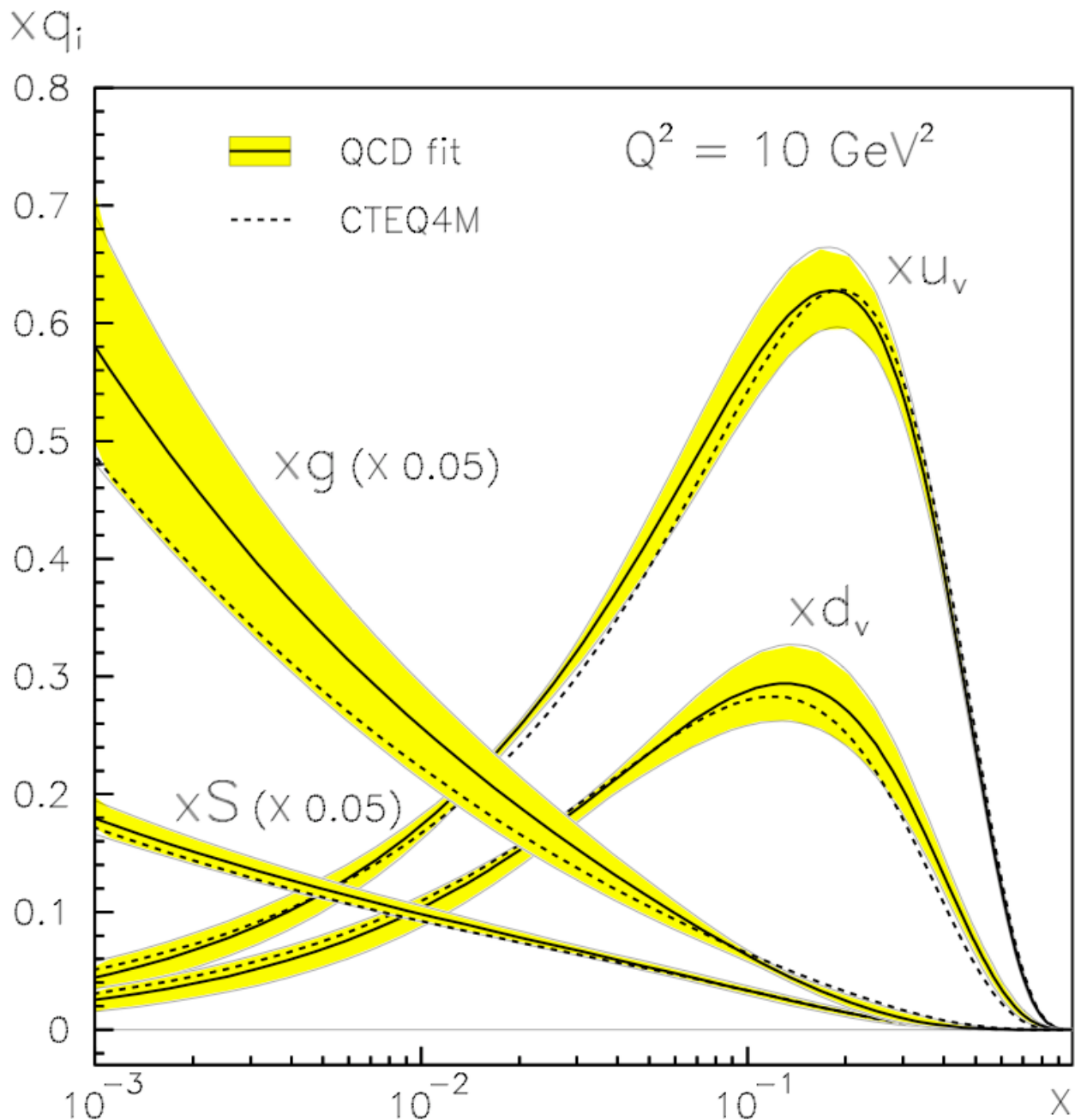
# Strukturfunktion $F_2(x)$

if the proton is

then  $F_2(x)$  is



# Measurements of the Parton Distribution Functions



S .. Sea quark distribution  
g .. Gluon distribution

# Zusammenfassung: Streuexperimente

