

4 Lösungen

4.1 Experiment

4.1.1 Wellenlänge des Elektronenstrahls

Energie:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2E_{\text{kin}}m}}$$

Energie des Elektron (Beschleunigungsspannung U):

$$E = Uq \quad \text{mit: } q = e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \quad (10)$$

Wellenlänge des Elektron:

$$\begin{aligned} \lambda &\stackrel{(10)}{=} \frac{h}{\sqrt{2Uem}} \\ &= \frac{6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J s}}{\sqrt{2 \cdot 3\,000 \text{ V} \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 9.109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} \\ &= \frac{6.626 \cdot 10^{-34} \text{ N m s}}{\sqrt{8.757 \cdot 10^{-46} \text{ J C}^{-1} \text{ C kg}}} \\ &= \frac{6.626 \cdot 10^{-34} \text{ kg m s}^{-2} \text{ m s}}{\sqrt{8.757 \cdot 10^{-46} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-2} \text{ kg}}} \\ &= 2.239 \cdot 10^{-11} \frac{\text{kg m}^2 \text{ s}^{-1}}{\text{kg m s}^{-1}} = 2.239 \cdot 10^{-11} \text{ m} \\ &= 22.39 \text{ pm} = 0.2239 \text{ Å} \end{aligned}$$

4.1.2 Gitterkonstanten d

Folgende Radien wurden gemessen:

$$\begin{aligned} r_1 &= 1.3 \text{ cm} \\ r_2 &= 2.5 \text{ cm} \end{aligned}$$

Für den Winkel φ folgt daraus (Krümmung wird vernachlässigt):

$$\begin{aligned}\varphi_i &= \arctan\left(\frac{r_i}{l}\right) \\ \varphi_1 &= \arctan\left(\frac{1.3 \text{ cm}}{13.5 \text{ cm}}\right) = 5.5^\circ \\ \varphi_2 &= \arctan\left(\frac{2.5 \text{ cm}}{13.5 \text{ cm}}\right) = 10.5^\circ\end{aligned}$$

Beide Maxima sind 1. Ordnung daher gilt für die Gitterkonstanten:

$$\begin{aligned}\sin \varphi_i &= \frac{\lambda}{d_i} \\ d_i &= \frac{\lambda}{\sin(\varphi_i)} \\ d_1 &= \frac{2.239 \cdot 10^{-11} \text{ m}}{\sin(5.5^\circ)} = 2.34 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 234 \text{ pm} \\ d_2 &= \frac{2.239 \cdot 10^{-11} \text{ m}}{\sin(10.5^\circ)} = 1.23 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 123 \text{ pm}\end{aligned}$$

4.1.3 Folgerung

Diese Größen liegen nicht im Bereich des Abstands, der parallel verlaufenden Schichten, welcher 670/2 pm beträgt. Der Elektronenstrahl wäre in der Abbildung 2 vertikal einzuzeichnen.

Sichtbar gemacht wurden also die Abstände der Hexagonalstruktur. Die Kohlenstoffatome sind sp^2 -hybridisiert, für den Abstand kann als Näherung der Mittelwert zwischen Einfach- und Doppelbindung gewählt werden (144 pm) oder der exakte Abstand¹ von 142 pm. Dies ergibt dann die in Abbildung 3 eingezeichneten Abstände. Der Gitterabstand von 123 pm tritt drei mal auf (jeweils um 120° gedreht). Wie sich der Gitterabstand von 234 pm ergibt ist mit allerding auch nicht klar.

4.2 Beugung des Menschen

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2E_{\text{kin}}m}}$$

¹Quelle: <http://hypertextbook.com/facts/2001/AliceWarrenGregory.shtml>

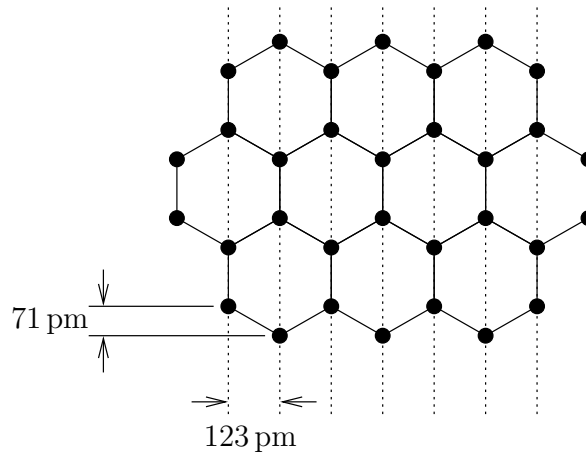


Abbildung 3: Hexagonale Struktur des Graphit. Der Gitterabstand ist durch die gepunkteten Linien dargestellt, jeweils um 120° gedreht könnten nochmals dieselben Linien eingezeichnet werden

Da sich der Mensch bewegen muss um auch durch einen Spalt zu kommen darf v nicht 0 sein. Mit folgenden Annahmen:

$$v = 1 \text{ m/s}$$

$$m = 80 \text{ kg}$$

ergibt sich folgende Wellenlänge:

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{h}{\sqrt{2\frac{1}{2}mv^2m}} = \frac{h}{mv} \\ &= \frac{6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J s}}{80 \text{ kg} \cdot 1 \text{ m/s}} = 8.28 \cdot 10^{-36} \text{ m} \end{aligned}$$

Dies ist viel kleiner als der Abstand zweier Atome und auch dort zwischen durch passt kein Mensch.

4.3 Elektronenmikroskop

Die Wellenlänge der Elektronen beträgt:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2Uem}} = \frac{6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J s}}{\sqrt{2 \cdot 100\,000 \text{ V} \cdot 1.602 \text{ C} \cdot 9.109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} \quad (11)$$

$$= 3.878 \cdot 10^{-12} \text{ m} \quad (12)$$

$$\begin{aligned}
 d &= \frac{\lambda}{2 \sin u} \stackrel{(12)}{=} \frac{3.878 \cdot 10^{-12} \text{ m}}{2 \cdot 10^{-2}} \\
 &= 1.9 \cdot 10^{-10} \text{ m} \approx 0.2 \text{ nm}
 \end{aligned}$$

Die Auflösung liegt etwa im Bereich der Atomgrösse ($\approx 10^{-10} \text{ m} = 1 \text{ \AA}$).