

Pilotballon

Thomas Kuster, André Welti

23. August 2007

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	2
2	Theorie	2
2.1	Vertikalgeschwindigkeit	2
2.1.1	Dichte als Funktion der Höhe	3
2.1.2	Druck als Funktion der Höhe	4
2.1.3	Ballonvolumen als Funktion der Höhe	4
2.1.4	Höhe als Funktion der Zeit	4
2.1.5	Kartesische Koordinaten berechnen	4
2.1.6	Hodograph	6
3	Resultate und Diskussion	7
3.1	Zusammenhang zwischen Druck und Ballonvolumen	7
3.2	Vorbereitung auf dem Dach	7
3.3	Füllen des Ballons	10
3.4	Starten des Ballons	10
3.5	Auswertung	11
4	Diskussion	11
5	Schlussfolgerungen	11
A	Berechnungen, Daten	11
A.1	Maple-Skript zur Berechnung der Höhe	12

1 Einführung

Ein Pilotballon ist ein kleiner, frei fliegender Ballon, dessen Abdrift durch Peilung gemessen wird. So lassen sich bei bekannter Steiggeschwindigkeit die Richtung und Geschwindigkeit des Höhenwindes berechnen.

2 Theorie

2.1 Vertikalgeschwindigkeit

Die Kraft welche auf Grund des Strömungswiderstand auf den Ballon wirkt ist:

$$F_D = \frac{\varrho v^2 A D_C}{2} \quad (1)$$

mit:

$$\begin{aligned} F_D &: \text{Widerstandskraft [N]} \\ \varrho &: \text{Dichte der Luft [kg m}^{-3}\text{]} \\ v &: \text{Geschwindigkeit [m s}^{-1}\text{]} \\ A &: \text{Querschnittsfläche [m}^2\text{]} \\ D_C = 0.25 &: \text{Strömungswiderstandskoeffizient []} \end{aligned}$$

Ebenso wirkt eine Auftriebskraft von:

$$F_B = V \varrho g \quad (2)$$

mit:

$$\begin{aligned} F_B &: \text{Auftriebskraft [N]} \\ V &: \text{Ballonvolumen [m}^3\text{]} \\ \varrho &: \text{Dichte der Luft [kg m}^{-3}\text{]} \\ g &: \text{Erdbeschleunigung [m s}^{-2}\text{]} \end{aligned}$$

und eine Gewichtskraft:

$$F_G = m_B g \quad (3)$$

mit:

$$\begin{aligned} F_G & : \text{ Gewichtskraft [N]} \\ m_B & : \text{ Masse Ballon, inkl. Band und Verschluss [kg]} \\ g & : \text{ Erdbeschleunigung [m s}^{-2}\text{]} \end{aligned}$$

Gleichsetzen aller angreifenden Kräfte ergibt:

$$F_G + F_D = F_B \quad (4)$$

$$m_B g + \frac{1}{2} \varrho v^2 A D_C = V \varrho g \quad (5)$$

$$m_B g + \frac{1}{2} \varrho v^2 \left(\frac{3}{4} V\right)^{\frac{2}{3}} D_C = V \varrho g \quad (6)$$

Die Gleichung (6) nach v lösen ergibt:

$$v = \sqrt{\frac{V \varrho g - m_B g}{\frac{1}{2} \varrho \left(\frac{3}{4} V\right)^{\frac{2}{3}} D_C}} \quad (7)$$

Die Dichte und der Druck sind Funktionen der Höhe und Temperatur. Das Ballonvolumen ist eine Funktion des Drucks. Die Druckveränderung im Ballon ist vernachlässigbar klein im Verhältnis zur Druckänderung der umgebenden Atmosphäre.

2.1.1 Dichte als Funktion der Höhe

$$\varrho(h) = \varrho_0 \left(1 - \frac{a \Delta h}{T(h_0)}\right)^{\frac{Mg}{Ra} - 1} \quad (8)$$

mit:

$$\begin{aligned} a & = 0.006 \text{ K m}^{-1} && \text{Temperaturgradient} \\ M & = 0.02896 \text{ kg mol}^{-1} && \text{Molaremasse der Luft} \\ g & = 9.807 \text{ m s}^{-2} && \text{Erdbeschleunigung} \\ R & = 8.314 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1} && \text{Gaskonstante} \\ T(h_0) & = 273 + 20 \text{ K} && \text{Temperatur am Boden} \\ \varrho_0 & = 1.23 \text{ kg m}^{-3} && \text{Dichte der Luft am Boden} \end{aligned}$$

2.1.2 Druck als Funktion der Höhe

$$p(h) = p_0 \left(1 - \frac{a \Delta h}{T(h_0)} \right)^{\frac{Mg}{Ra}} \quad (9)$$

mit:

$$p_0 = 95300 \text{ Pa} \quad \text{Luftdruck am Boden}$$

2.1.3 Ballonvolumen als Funktion der Höhe

Aus Gleichung (11) und Gleichung (9) folgt:

$$V(h) = V_0 \frac{m^{p(h)}}{m^{p_0}} = V_0 \frac{m^{p_0 \left(1 - \frac{a \Delta h}{T(h_0)} \right)^{\frac{Mg}{Ra}}}}{m^{p_0}} \quad (10)$$

mit:

$$\begin{aligned} V_0 &= \frac{4}{3} \pi 0.3^3 \text{ m}^3 \\ m &= 1.000002553 \text{ Regressionsparameter} \end{aligned}$$

Der Durchmesser ($r = \frac{0.6}{2} \text{ m}$) des gefüllten Ballons wurde vor dem Start grob gemessen.

2.1.4 Höhe als Funktion der Zeit

Einsetzen der Gleichungen (8) und (10) in Gleichung (7) ergibt sich die Vertikalgeschwindigkeit in Abhängigkeit der Höhe. Durch numerisches aufintegrieren von unten nach oben wurde die Höhe zu jeder Minute berechnet, mit einem Maple-Skript (Anhang 1).

Nach 17 Minuten steigt der Ballon nicht mehr weiter auf da er die maximale Steighöhe (1826 m) erreicht hat (dies führt zu imaginären Werten in der Berechnung). Dies ist in Abbildung 1 dargestellt.

2.1.5 Kartesische Koordinaten berechnen

Mit der Höhe und dem Höhenwinkel (ϑ) kann der Abstand (r) berechnet wie folgt berechnet werden:

$$r = \frac{h}{\sin \vartheta}$$

Abbildung 1: Veränderung der Ballonhöhe mit der Zeit

Ballonhöhe

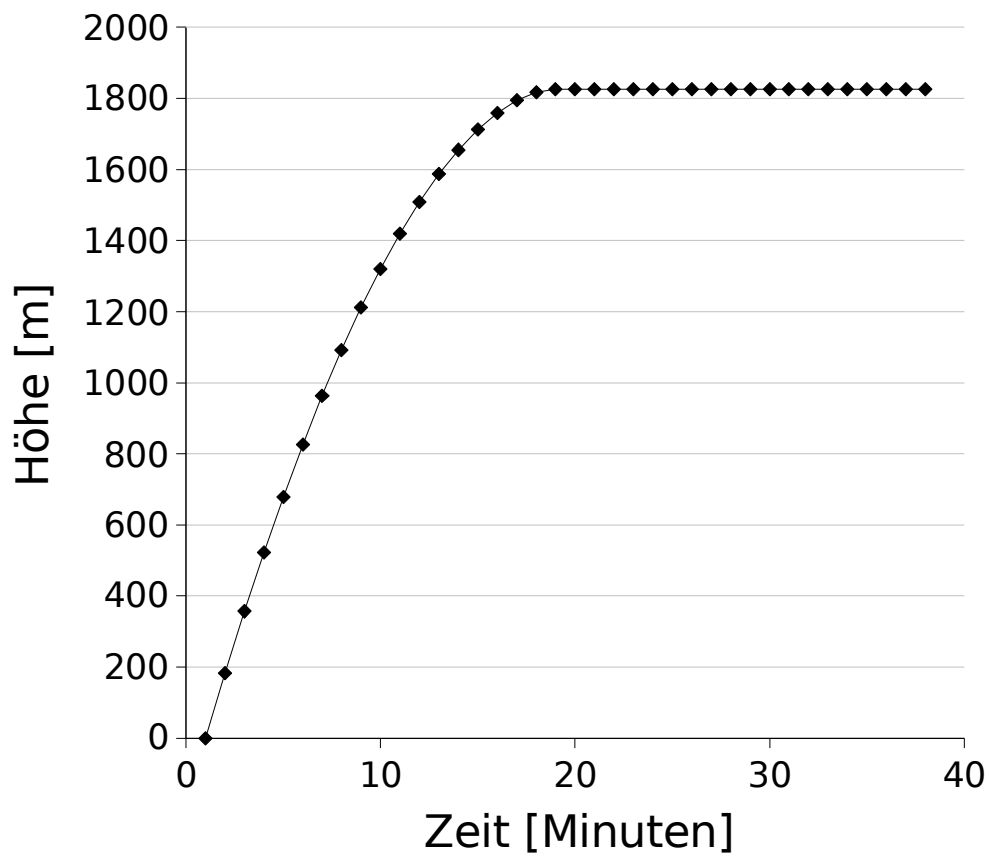
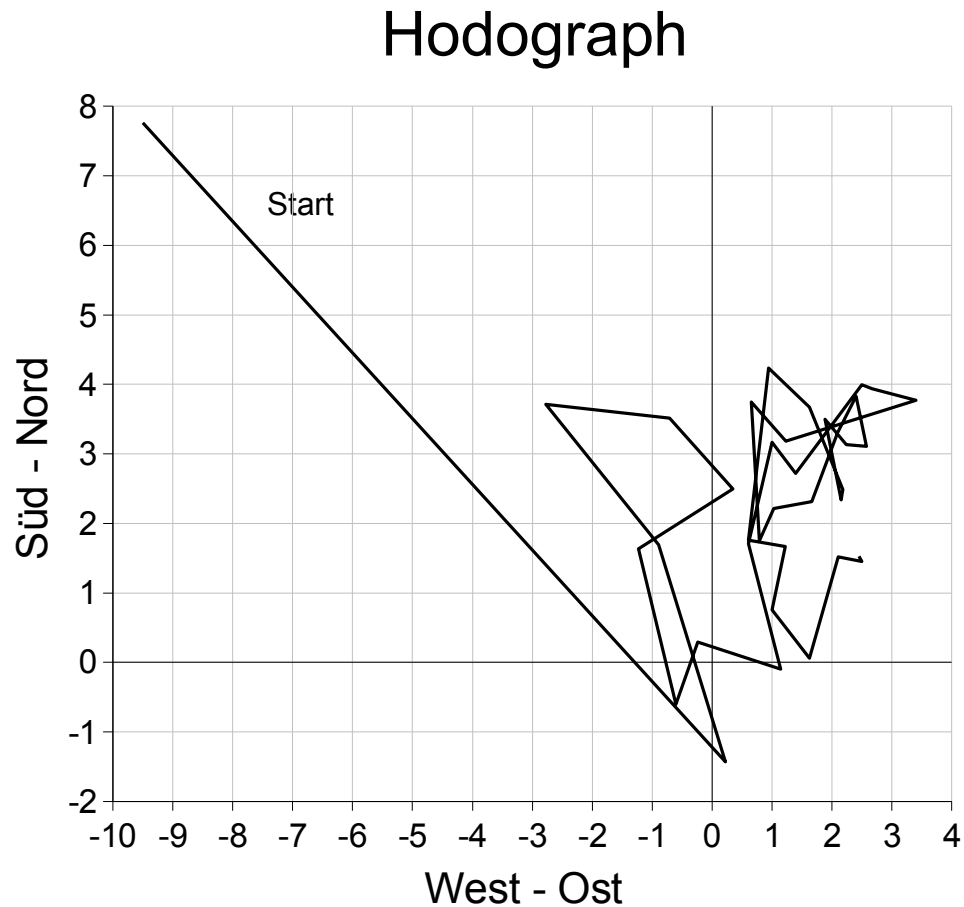


Abbildung 2: Hodograph, 1 Minutenintervalle, Nachmittag, 11.04.2007



Mit den nun gegebenen Werten Azimut (ϕ), Höhenwinkel (ϑ) und Abstand (r) lassen sich die kartesischen Koordinaten (x, y, z) berechnen.

2.1.6 Hodograph

Mit den in [2.1.5](#) berechneten Werten, kann die jeweilige vektorielle Geschwindigkeit berechnet werden und der Hodograph (Abbildung [2](#)) dazu.

3 Resultate und Diskussion

3.1 Zusammenhang zwischen Druck und Ballonvolumen

Der Ballon wird mit Druckluft befüllt. Anschliessend wird der Druck der Luft im Ballon gegenüber dem Druck der Aussenluft gemessen. Dazu steht ein Wassersäulenbarometer zur Verfügung.

Um das Volumen des Ballons bestimmen zu können, wird in drei Raumrichtungen der Durchmesser gemessen. Die ersten beiden Durchmesser werden jeweils mit der Öffnung nach unten gemessen. Der erste Durchmesser liegt in der Ebene der „Naht“¹, der zweite senkrecht dazu. Der letzte Durchmesser beginnt bei der Öffnung.

Gemessen wird jeweils der Schatten welcher der Ballon an eine Wand projiziert. Als Lichtquelle dient eine Lampe (punktförmige Lichtquelle).

Nach dem Messen der Durchmesser wird etwas Luft aus dem Ballon gelassen und wiederum die Durchmesser und der Druck gemessen. Nach der zehnten Messung wird der Ballon wieder gefüllt. Insgesamt wird der Ballon drei mal aufgeblasen, wodurch am Schluss 30 Drücke und die dazugehörigen Volumen zur Verfügung stehen.

Beim Auswerten der Daten zeigt sich ein logarithmischer Zusammenhang zwischen Druck und Volumen (Abbildung 3). Mittels einer exponentiellen Regression ergibt sich eine Formel für den Zusammenhang zwischen Druck und Volumen.

$$V(p) = bm^p = 0.030022980 \cdot 1.000002553^p \quad (11)$$

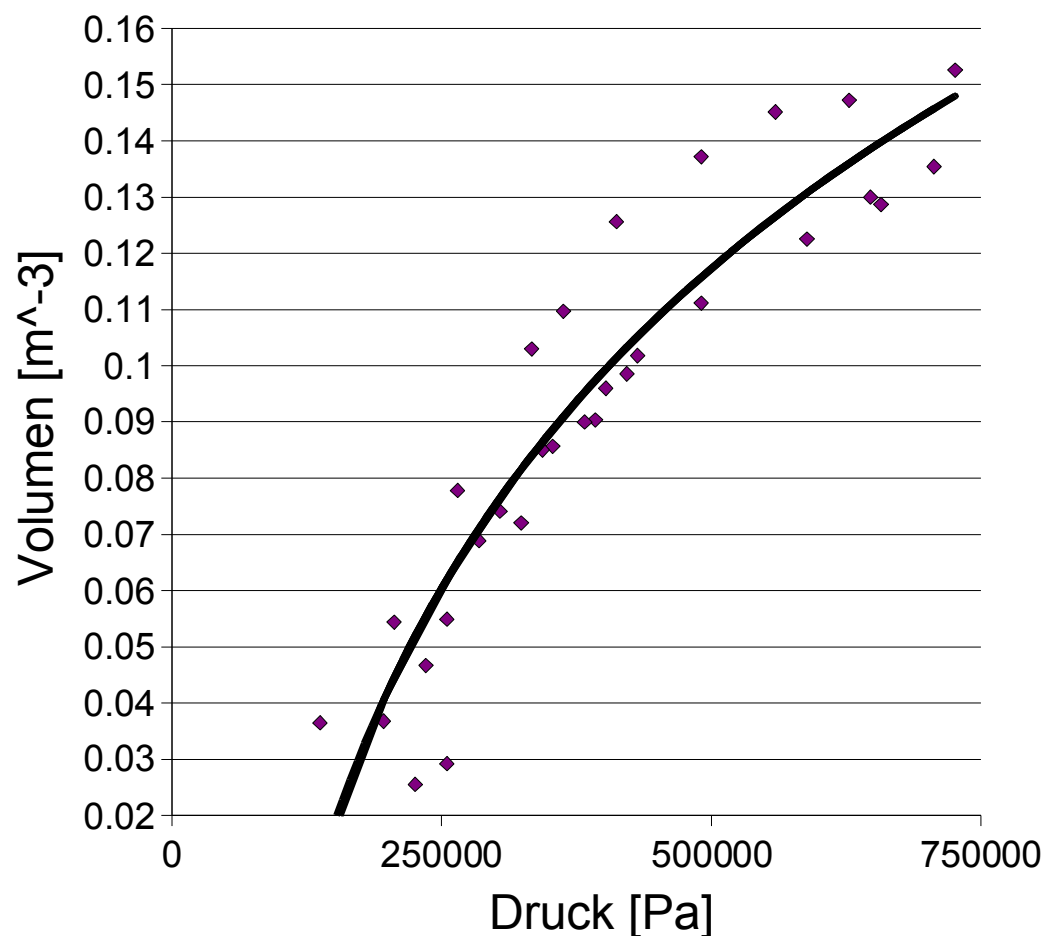
3.2 Vorbereitung auf dem Dach

Der Theodolit wird aufgestellt, horizontal ausnivelliert und nach Norden ausgerichtet. Damit der Theodolit nach Norden ausgerichtet werden kann wird auf ihm ein Kompass montiert. Die Ausrichtung wird mit einem Blick auf die ETH-Sternwarte grob kontrolliert (dieses Gebäude ist exakt Nord-Süd ausgerichtet).

¹Die Stelle an der der leere Ballon gefaltet ist, ist auch nach dem aufblasen leicht sichtbarer

Abbildung 3: Druckabhängiges Ballonvolumen

Druck vs Volumen



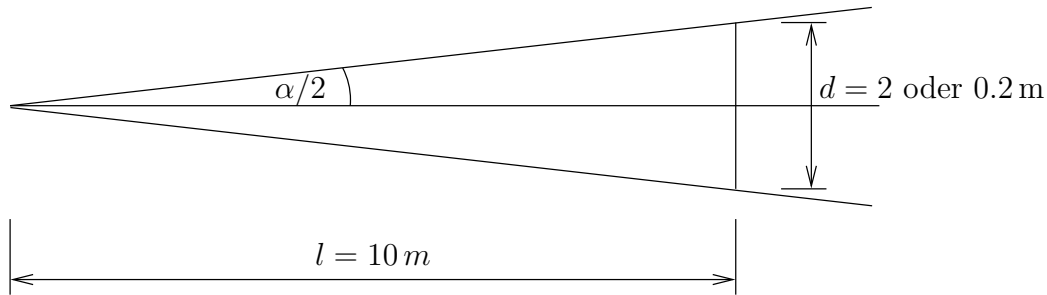


Abbildung 4: Öffnungswinkel des Theodiliten bestimmen

Tabelle 1: Öffnungswinkel der Theodolitokulare

Okular	Kreisgrösse in 10 m [m]	halber Öffnungswinkel $\alpha/2$ [°]
Klein	1	2.86
Gross	0.1	0.286

Damit die Entfernung des Ballons nach dem Start abgeschätzt werden kann, wird ein 10 Meter langes, gelbes Plastikabspermband vor dem Start an den Ballon gehängt. Das Band wird alle 2 Meter mit einer Markierung versehen.

Der Theodolit hat zwei Okulare, in welchen jeweils ein Kreis sichtbar ist. Damit nach dem Start die grösse des Ballons abgeschätzt werden kann wird der Öffnungswinkel α des sichtbaren Kreis gemessen. Dazu wird die Länge des in 10 Meter Abstand senkrecht gehaltenen Doppelometers im Kreis abgelesen (Abbildung 4). Im grossem Okular erscheint der Doppelometer nicht scharf, daher wird nach dem abschätzen der Länge am Doppelometer zwei gut sichtbare Klebebandmarkierungen angebracht und die Schätzung damit überprüft. Mit:

$$\frac{\alpha}{2} = \arctan \frac{d/2}{l} \quad (12)$$

können die Öffnungswinkel berechnet werden, siehe Tabelle 1.

Der Ballon das Band mit den Markierungen und das Verschlussstück werden vor dem befüllen gewogen, die Werte stehen in Tabelle 2.

Tabelle 2: Masse des Ballons

Gegenstand	Masse [g]
Ballon	47
Verschluss	4
Band	60
Total	111

3.3 Füllen des Ballons

Auf das Dach des CHN führt eine Heliumleitung an welche das „Füllgerät“ angeschlossen wird. Das vorgesehene Gerät lässt sich nicht anschliessen (Anschluss passt nur auf Gasflasche), in der Plastiktruhe befindet sich aber eine Vorrichtung um Wetterballone zu füllen, diese kann gut verwendet werden um den Pilotballon zu füllen. Die Auftriebskraft des Ballons wird, nach dem montieren des Verschlusses und dem Band, mit einem 150 g Massestück, grob überprüft. Es stellte sich heraus, dass der Auftrieb zu klein ist. Der Ballon wird nochmals nachgefüllt und nach dem erneuten verschliessen stimmt der Auftrieb.

3.4 Starten des Ballons

Die Uhr welche jede Minuten ein Signalton von sich gibt wird gestartet und bei einem Signalton der Ballon.

Der Ballon wird im kleinem Okular verfolgt. Jede Minute wird der Azimut und die Höhe abgelesen. Damit der Abstand berechnet werden kann wird abgeschätzt welcher Anteil des Bandes dem Radius des Kreises im Okular entspricht. Es steht keine andere Möglichkeit zur Verfügung, da die Markierungen auf dem Band, wegen der Reflektion, nicht sichtbar sind.

Nach der dritten Messung wird auf das grössere Okular gewechselt, da der Ballon ansonsten nicht mehr sichtbar ist. Nach der 28 Messung kann die Länge des nun sehr klein erscheinenden Bandes nicht mehr gut als Anteil des Kreisradius abgeschätzt werden. Der Kreis im Okular hat vier Striche welche am Kreis beginnen und gegen die Mitte zeigen, dadurch kann die Länge des Bandes als Anteil des Kreises mit Radius Kreisradius minus Strichlänge abgeschätzt werden.

Es stellt sich heraus, dass die Entfernung nur sehr schlecht geschätzt werden kann, dadurch ergeben sich die diskreten Werte in der Tabelle 5 bei

der Entfernung.

3.5 Auswertung

Die gemessenen Winkel und die Abstandsschätzung werden in eine Tabelle eingetragen. Die Abstandsschätzung wird mit der Messung in 3.2 auf eine Distanz umgerechnet. Die nun vorliegenden Polarkoordinaten werden in kartesische Koordinaten transformiert. Mit den kartesischen Koordinaten werden nun die horizontalen Windgeschwindigkeiten, Windrichtung und die absolute vertikale Windgeschwindigkeit des Ballons berechnet. Da der Ballon Auftrieb hat, ist die vertikale Windgeschwindigkeit geringer als die vertikale Geschwindigkeit des Ballons.

4 Diskussion

Die Abstandsschätzung ist sehr schlecht. Deshalb verfolgen wir einen anderen Ansatz. Mit der Vertikalgeschwindigkeit als Funktion der Höhe kann die Höhe des Ballons berechnet werden. Mit den beiden gemessenen Winkeln und der Höhe kann die Position des Ballons viel genauer bestimmt werden.

5 Schlussfolgerungen

A Berechnungen, Daten

Alle Berechnungen werden in einer Tabellenkalkulation durchgeführt (Abbildung 3 bis 5) bis auf die Berechnung der Höhe mit dem Maple Skript (1). Die Originaldateien sind in diesem PDF angehängt.

OpenOffice 2.0.4 `pilotballon.ods` (Original)

Excel `pilotballon.xls` (Kopie)

Maple `ballongeschwindigkeit.m` (Skript), `maple_output.txt` (Output)

L^AT_EX `pilotballon.tex`

A.1 Maple-Skript zur Berechnung der Höhe

Listing 1: Berechnung

```
1 restart:
2
3 # Konstanten
4 a := abs(-0.006); # K m-1
5 M := 0.02896; # kg mol-1
6 g := 9.807; # m s-2
7 R := 8.314; # J K-1 mol-1
8 Dc := 0.25; # Stroemungswiderstandskoeffizient
9 mb := 0.111; # kg Masse Ballon (inkl. Verschluss und
    Band)
10 T0 := 273+20; # K (Quelle Wetterstation Hoenggerberg
    , Nachmittag 11.4.2007)
11 rho0 := 1.23; # kg m-3
12 p0 := 95300; # Pa (Quelle Wetterstation
    Hoenggerberg, Nachmittag 11.4.2007)
13 V0 := 4/3*Pi*(0.6/2)3; # grob geschaezter
    Druchmesser
14
15 # Werte fuer die Regression V=b*mp
16 m := 1.000002553;
17 b := 0.030022980;
18
19 # Dichte als Funktion der Hoehe
20 rhoh := rho0*( 1 - (a*h)/(T0) )((M*g)/(R*a)-1);
21
22 # Druck als Funktion der Hoehe
23 ph := p0*( 1 - (a*h)/(T0) )((M*g)/(R*a));
24
25 # Volumen als Funktion der Hoehe
26 Vh := V0*(m(ph)/mp0);
27
28 # Geschwindigkeit als Funktion der Hoehe
29 vh := sqrt( (Vh*rhoh*g-mb*g)/(0.5*rhoh*(3/4*Vh)
    (2/3)*Dc) );
```

```

30
31 h_alt := 0;
32 h := h_alt;
33
34 h;
35
36 for i from 60 by 60 to 60*40 do
37 v_akt := evalf(vh);
38 h := v_akt*60 + h_alt;
39 print("Hoehe: ", h);
40 print("h_alt", h_alt, "Geschwindigkeit: ", v_akt, "
      Zeit [s]", i, "Zeit [min]", i/60);
41 h_alt := h;
42 od:

```

Tabelle 3: Brechnung der Druckabhängigkeit des Volumens

Ballon Volumen vs Druck													
rho_wasser	1000 kg m ⁻³												
g	9.81 m s ⁻²												
Wassersäule	14 mm												
Ballon – Massstab	950 mm												
Lampe – Ballon	2750 mm												
Total	3700 mm												
Messung	Wassersäule [mm]		Kontrolle dWS/Druck [Pa]	Durchmesser gemessen [mm] +/- 5			Radius korrigiert [mm]			Volumen [m ³] y=π·r ² ·x			Berechnete Werte
	Unten	Oben		1	2	3	1	2	3	1	2	3	
1.0	55	81	26	657270	845	770	314.02	286.15	341.89	0.128885	1.000002553	0.030022980	0.160768
1.1	32	58	26	431640	790	740	283.58	275	301.01	0.101797	0.000000316	0.136133185	0.090372
1.2	30	55	25	402210	775	720	280.01	267.57	297.3	0.099666	0.700187079	0.275976122	0.083831
1.3	29	54	25	392400	765	700	284.29	260.14	291.72	0.090369	65.31572119	28.000000000	0.081757
1.4	24	50	26	353160	755	690	280.57	256.42	284.29	0.086074	4.980406524	2.132588955	0.073964
1.5	23	49	26	343350	745	685	276.86	254.56	288.01	0.085024			0.072134
1.6	19	45	26	304110	725	665	269.43	247.13	265.71	0.074107			0.065258
1.7	17	43	26	284490	720	640	267.57	237.84	258.28	0.068848			0.062070
1.8	14	40	26	255060	655	600	243.41	222.97	241.55	0.059916			0.057577
1.9	11	37	26	225630	495	470	163.95	174.66	189.53	0.025507			0.053410
2.0	62	88	26	725940	895	830	336.32	308.45	351.18	0.152398			0.191575
2.1	53	78	25	627840	890	855	330.74	317.74	334.46	0.147228			0.149132
2.2	45	71	26	559170	895	820	332.6	304.73	341.89	0.145150			0.125150
2.3	38	64	26	495000	870	915	323.31	302.87	334.46	0.137186			0.105025
2.4	30	56	26	412020	860	790	319.59	293.58	319.59	0.129607			0.085957
2.5	25	51	26	363970	810	750	301.01	278.72	312.16	0.109703			0.075840
2.6	21	48	27	333540	790	735	295.38	273.14	306.59	0.102982			0.070350
2.7	15	41	26	264870	745	670	276.86	248.99	269.43	0.077797			0.059037
2.8	8	35	27	206910	665	585	247.13	217.4	241.55	0.054360			0.050800
2.9	2	28	26	137340	595	500	221.11	185.81	211.82	0.036455			0.042631
3.0	60	86	26	706320	860	805	319.59	299.16	338.18	0.138434			0.182215
3.1	54	80	26	647460	855	790	317.74	293.58	332.6	0.129559			0.156792
3.2	48	74	26	598600	840	780	312.16	289.86	323.31	0.122542			0.134916
3.3	38	64	26	499500	820	755	304.73	280.57	310.3	0.111132			0.105025
3.4	31	57	26	421830	785	730	291.72	271.28	297.3	0.098554			0.088137
3.5	26	53	27	382590	750	720	278.72	267.57	288.01	0.089968			0.079735
3.6	21	47	26	323730	700	665	260.14	247.13	267.57	0.072052			0.068610
3.7	12	38	26	235440	620	585	230.41	209.97	230.41	0.046690			0.054764
3.8	8	34	26	196200	590	500	219.26	185.81	215.54	0.036783			0.049544
3.9	14	40	26	250680	535	470	198.82	174.66	200.68	0.029190			0.057577

Tabelle 4: Brechnung der Koordinaten mit berechneter Höhe

Flugbahn		Windrose					N 0°		O 90°		Geschwindigkeit [ms ⁻¹]		horizontal		vertikal		in Richtung [°]	
Konstanten	Abstand [m]	Länge Halbkreis [m]	Winkel [rad]	Winkel [°]		W 270°	S 180°											
Reines Okular	10	0.5	0.05	0	2.86													
grosßes Okular	10	0.5	0.05	0	0.29													
Zeit	Nord-Süd	Höhe	x (nach Norden) [m]		y (nach Westen) [m]		z (nach oben) [m]		Geschwindigkeit [ms ⁻¹]		vektoriell		horizontal		vertikal		in Richtung [°]	
Minuten	Asmut φ [°]	Höhe e [°]	[m]	4	0	0	4	0	x	y	x	y	x	y	x	y		
1	90		0						0									
2	219		14	755.84	-566.95	461.53	182.85	-9.50	7.76	12.27	3.05	309.24						
3	214		28	760.54	-566.71	375.51	367.05	0.22	-1.43	1.45	2.9	171.25						
4	218		34	934.26	-610.34	476.85	522.43	-0.89	1.69	1.91	2.76	332.11						
5	222		33	1246.38	-776.81	699.44	678.83	-2.77	3.71	4.63	2.61	323.21						
6	228		34	1477.26	-819.49	910.13	826.07	-0.71	3.51	3.58	2.45	348.55						
7	233		36	1640.08	-798.52	1059.67	964.01	0.35	2.49	2.52	2.3	7.98						
8	233		37	1815.31	-872.49	1157.84	1092.48	-1.23	1.64	2.05	2.14	323						
9	231		40	1884.48	-908.48	1121.88	1211.32	-0.60	-0.60	0.85	1.98	225.03						
10	231		42	1973.26	-922.85	1139.62	1320.37	-0.24	0.30	0.38	1.82	321						
11	233		45	2007.43	-854.26	1133.64	1419.47	1.14	-0.10	1.15	1.65	94.99						
12	236.5		45.5	2114.89	-818.16	1236.11	1508.45	0.60	1.71	1.81	1.48	19.4						
13	242		44.5	2264.41	-758.24	1426.04	1587.14	1.00	3.17	3.32	1.31	17.51						
14	247		43.8	2391.65	-674.48	1588.97	1655.36	1.40	2.72	3.05	1.14	27.21						
15	254		42	2559.88	-524.36	1828.67	1712.89	2.50	3.99	4.71	0.96	32.06						
16	260		40	2737.23	-364.11	2064.98	1759.46	2.67	3.94	4.76	0.78	34.14						
17	266		38	2915.02	-160.24	2291.47	1794.67	3.40	3.77	5.08	0.59	41.99						
18	268		36.2	3077.82	-86.68	2482.17	1817.78	1.23	3.18	3.41	0.39	21.09						
19	269		34	3265.67	-47.25	2706.95	1826.14	0.66	3.75	3.8	0.14	9.95						
20	270		33	3352.93	0	2812	1826.14	0.79	1.75	1.92	0	24.22						
21	271.2		31.8	3465.45	61.68	2944.61	1826.14	1.03	2.21	2.44	0	24.94						
22	273		30.6	3587.4	161.6	3083.6	1826.14	1.67	2.32	2.85	0	35.71						
23	275		29	3766.71	287.13	3281.9	1826.14	2.09	3.31	3.91	0	32.33						
24	277		27.3	3981.55	431.18	3511.7	1826.14	2.40	3.83	4.52	0	32.08						
25	279		26	4165.73	585.71	3698.04	1826.14	2.58	3.11	4.03	0	39.67						
26	280.5		24.8	4353.63	720.22	3885.94	1826.14	2.24	3.13	3.85	0	35.6						
27	281.5		23.6	4561.36	833.33	4095.95	1826.14	1.89	3.50	3.98	0	28.31						
28	282.8		22.8	4712.42	962.45	4236.25	1826.14	2.15	2.34	3.18	0	42.62						
29	284		22	4874.81	1093.45	4385.59	1826.14	2.18	2.49	3.31	0	41.26						
30	284.5		21	5096.7	1191.12	4605.72	1826.14	1.63	3.67	4.01	0	23.93						
31	284.4		20	5339.27	1247.74	4859.64	1826.14	0.94	4.23	4.34	0	12.57						
32	284.5		19.6	5443.82	1284.05	4985.04	1826.14	0.61	4.76	4.86	0	19.01						
33	285		19.2	5592.82	1367.23	5085.27	1826.14	1.22	1.67	2.07	0	36.14						
34	285.5		18	5690.08	1417.3	5111.6	1826.14	1.00	0.76	1.25	0	52.95						
35	286.5		18.9	5697.66	1514.86	5114.07	1826.14	1.63	0.06	1.63	0	87.97						
36	287.5		18.5	5755.15	1641.16	5205.15	1826.14	2.11	1.32	2.6	0	94.21						
37	288.7		18.1	5877.94	1791.29	5282.13	1826.14	2.50	1.45	2.89	0	98.91						
38	289.6		17.7	6006.38	1935.27	5353.76	1826.14	2.45	1.53	2.89	0	96.06						

Tabelle 5: Brechnung der Koordinaten mit geschätzten Abständen

Flugbahn															
Konstanten	Abstand [m]	Länge Halbkreis [m]	Winkel [rad]	Winkel [°]	Windrose		N 0°		W 90°		Geschwindigkeit [ms ⁻¹]				
kleines Okular	10	0,5	0,05	2,86	O 270°		S 180°				vektoriell		horizontal		vertikal
großes Okular	10	0,05	0	0,29							x		y		nicht korrigiert in Richtung [°]
Zeit Minuten	Nord-Süd Azmut φ [°]	Höhe Höhe θ [°]	Abstand gemessen	Bemerkung	Anteil Halbkreis [m]	x (nach Norden) [m]			y (nach Westen) [m]			z (nach oben) [m]			
						4	0	-4	0	0	-4	0	0	-4	
1	90	0 -	0 -			83,33	-62,84	50,89	20,16	-1,05	0,91	1,39	0,34	311,14	
2	219	14	14	klein	2,4	80	-58,56	39,5	37,86	0,07	-0,19	0,2	0,29	159,41	
3	214	28	28	1,25 klein ganzer K	2,5	80	-58,56	76,56	83,88	-0,66	0,62	0,9	0,77	313,22	
4	218	34	34	1,33 gross	1,33	150	-97,99	96,2	93,37	-0,15	0,33	0,36	0,16	335,74	
5	222	33	33	1,17 gross	1,17	171,43	-106,84	95,2	93,97	-0,07	0,45	0,46	0,31	351,36	
6	228	34	34	1,00 gross	1	200	-106,84	123,22	111,84	-0,15	0,23	0,10	0,25	0,1	
7	233	36	36	1,00 gross	1	200	-97,38	129,22	117,56	-0,38	0,50	0,63	0,55	323	
8	233	37	37	0,80 gross	0,8	250	-120,16	159,45	150,45	-0,38	0,50	0,63	0,55	323	
9	231	40	40	0,67 gross	0,67	300	-144,63	178,6	192,84	-0,41	0,32	0,52	0,71	308,04	
10	231	42	42	0,67 gross	0,67	300	-140,3	173,26	200,74	-0,07	-0,09	0,11	0,13	141	
11	233	45	45	0,50 gross	0,5	400	-170,22	225,69	282,84	-0,50	0,88	1,01	1,37	330,38	
12	236,5	45,5	45,5	0,50 gross	0,5	400	-154,74	233,79	285,3	0,26	0,13	0,29	0,04	62,95	
13	242	44,5	44,5	0,50 gross	0,5	400	-133,94	251,91	280,36	0,35	0,30	0,46	-0,08	48,95	
14	247	43,8	43,8	0,50 gross	0,5	400	-112,81	265,75	276,86	0,35	0,23	0,42	-0,06	56,77	
15	254	42	42	0,50 gross	0,5	400	-81,94	285,74	267,65	0,51	0,33	0,61	-0,15	57,08	
16	260	40	40	0,5 gross	0,5	400	-53,21	301,76	257,12	0,48	0,27	0,55	-0,18	60,85	
17	266	38	38	0,33 gross	0,33	600	-32,98	341,65	369,4	0,34	2,83	2,85	1,87	6,79	
18	268	36,2	36,2	0,33 gross	0,33	600	-16,9	483,88	354,36	0,27	0,20	0,34	-0,25	52,76	
19	269	34	34	0,33 gross	0,33	600	-8,68	497,35	335,52	0,14	0,22	0,26	-0,31	31,39	
20	270	33	33	0,33 gross	0,33	600	0	503,2	326,78	0,14	0,10	0,17	-0,15	56	
21	271,2	31,8	31,8	0,33 gross	0,33	600	10,68	509,82	316,17	0,18	0,11	0,21	-0,18	58,2	
22	273	30,6	30,6	0,33 gross	0,33	600	27,03	515,74	305,42	0,27	0,10	0,29	-0,18	70,11	
23	275	29	29	0,29 gross	0,29	685,71	52,27	597,46	332,44	0,42	1,36	1,43	0,45	17,17	
24	277	27,3	27,3	0,25 gross	0,25	800	86,64	705,59	366,92	0,57	1,80	1,89	0,57	17,63	
25	279	26	26	0,25 gross	0,25	800	112,48	710,18	350,7	0,43	0,08	0,44	-0,27	79,93	
26	280,5	24,8	24,8	0,25 gross	0,25	800	132,34	714,06	335,56	0,33	0,06	0,34	-0,25	78,95	
27	281,5	23,6	23,6	0,25 gross	0,25	800	146,15	718,37	320,28	0,23	0,07	0,24	-0,25	72,66	
28	282,8	22,8	22,8	0,25 gross	0,25	800	163,39	719,16	310,01	0,29	0,01	0,29	-0,17	67,37	
29	284	22	22	0,33 innerer Kreis	0,2	1000	224,31	899,64	374,61	1,02	3,01	3,17	1,08	18,65	
30	284,5	21	21	0,33 innerer Kreis	0,13	1500	350,62	1355,77	537,55	2,11	7,60	7,89	2,72	15,48	
31	284,4	19,6	19,6	0,33 innerer Kreis	0,13	1500	463,84	1365,26	513,03	0,00	0,16	0,16	-0,41	359,48	
32	284,5	19	19	0,33 innerer Kreis	0,13	1500	553,91	1368,08	503,18	0,05	0,05	0,07	-0,16	49,23	
33	285	19,2	19,2	0,33 innerer Kreis	0,13	1500	666,63	1368,3	493,3	0,21	0,00	0,21	-0,16	89,02	
34	285,5	19	19	0,33 innerer Kreis	0,13	1500	779,02	1366,7	488,35	0,21	-0,03	0,21	-0,08	97,36	
35	286,5	18,9	18,9	0,33 innerer Kreis	0,13	1500	403,05	1360,69	475,88	0,40	-0,10	0,41	-0,04	104,03	
36	287,5	18,5	18,5	0,33 innerer Kreis	0,13	1500	427,75	1356,65	465,96	0,41	-0,07	0,42	-0,17	99,29	