

Kapitel 4

Einige Grundlagen der Dynamik

In diesem Kapitel werden einige grundlegende Grössen und Zusammenhänge der Atmosphärendynamik vorgestellt. Ziel ist es zu zeigen, dass zum Beispiel das Temperatur- und das Windfeld eng miteinander gekoppelt sind. In den bisherigen Vorlesungen sind wir schon einige Male auf eine andere Abhängigkeit gestossen, nämlich auf diejenige zwischen Druck und Windfeld. Auch hier besteht also eine enge Kopplung zwischen zwei atmosphärischen Feldern. Im folgenden gehen wir auf die genannten zwei Beispiele etwas detaillierter ein. Anschliessend sollen einige weitere Kerngrössen der Dynamik eingeführt werden.

4.1 Das geostrophische Windgleichgewicht

[a] Bereits weiter vorne wurde festgestellt, dass es einen Zusammenhang zwischen dem Druckfeld und dem Wind gibt. Diese zentrale Beziehung bezeichnet man als geostrophisches Windgleichgewicht. In der folgenden Abbildung sind das Geopotential und die Windvektoren auf 250 hPa und auf 1000 hPa dargestellt. Es fällt sofort auf, dass die Windvektoren nahezu parallel zu den Geopotentiallinien liegen. Dabei ist die Parallelität auf 250 hPa besser erfüllt als auf 1000 hPa.

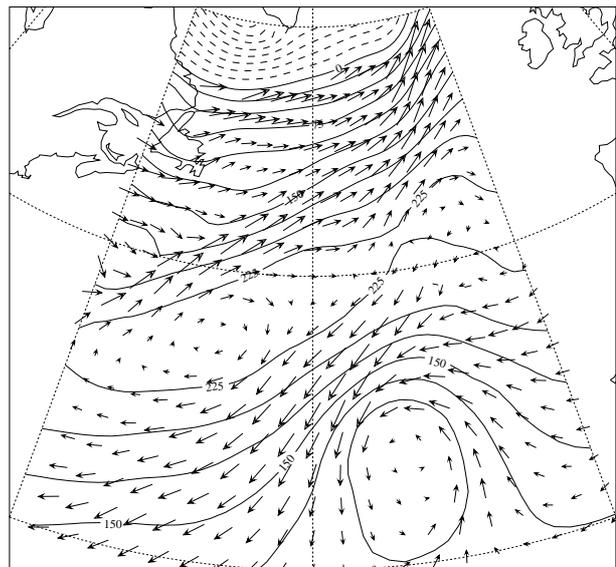
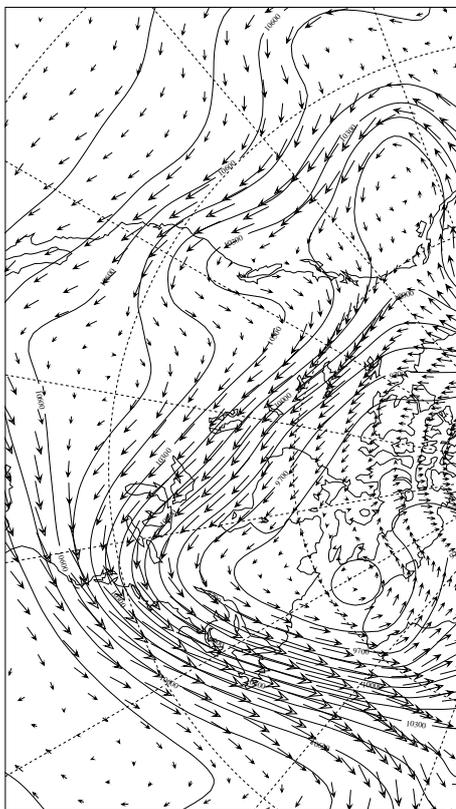


Fig.1: Geopotential und Windvektoren auf 250 hPa (links) und auf 1000 hPa.

Aufgabe: Auf 1000 hPa (und weniger ausgeprägt) auf 250 hPa gibt es klare Abweichungen vom geostrophischen Windgleichgewicht. Was für eine Abweichung findet man bei Tiefdruckgebieten, bei Hochdruckgebieten und bei stark gekrümmten Geopotentiallinien (Tröge und Rücken)?

Die Windvektoren schneiden auf 1000 hPa die Geopotentiallinien. Sind die Windvektoren hierbei zu höherem oder niedrigerem Geopotential hin orientiert?

[b] Der geostrophische Wind resultiert aus einem Gleichgewicht von Druckgradientenkraft und Corioliskraft. Dabei liegt der tiefe Druck immer auf der linken Seite, wenn man in Windrichtung sieht. Das ist in der folgenden Darstellung gezeigt. Ausserdem ist ersichtlich, wie sich das Gleichgewicht für ein Luftpaket einstellt, das ursprünglich in Ruhe war.

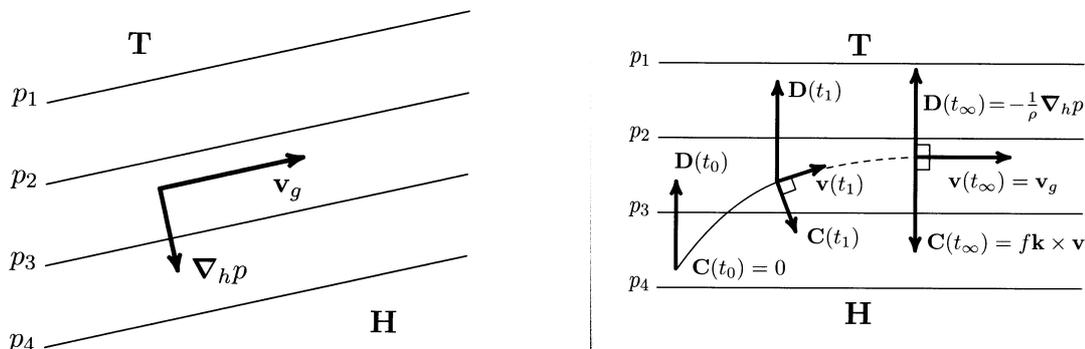


Fig.2 Druckfeld und geostrophischer Wind (links) und Wirkung von Druck- und Corioliskraft auf ein anfänglich in Ruhe befindliches Luftpartikel (rechts) [entnommen aus "Theoretische Meteorologie, Eine Einführung", Dieter Etling]

Aufgabe: In Figur 1 wurden das Geopotential und die Windvektoren auf 1000 hPa dargestellt. Dabei gab es klare Abweichungen zum geostrophischen Windgleichgewicht. Die Windvektoren sind zum niedrigeren Geopotential orientiert. Versuche zu erklären, wie es in Bodennähe zu dieser Abweichung kommt. Überlege Dir dazu, welche zusätzliche Kräfte in Bodennähe wirken und wie sie das Windgleichgewicht beeinflussen.

[c] Die Druckkraft ist proportional zum Druckgradienten auf z-Flächen (oder äquivalent zum Geopotentialgradienten auf Druckflächen). Für die Corioliskraft ist der sogenannte Coriolisparameter f massgebend. Dieser Parameter ist bestimmt durch die Erdrotation. Wichtig ist, dass f von der geographischen Breite abhängt. Am Äquator verschwindet f (und damit die Corioliskraft). Gegen Norden hin nimmt f zu um das Maximum am Nordpol zu erreichen. Ein typischer Wert für die mittleren Breiten ist $f=10^{-4}\text{s}^{-1}$. In der folgenden Abbildung ist der Zusammenhang des Coriolisparameters f mit der Erdrotation Ω dargestellt.

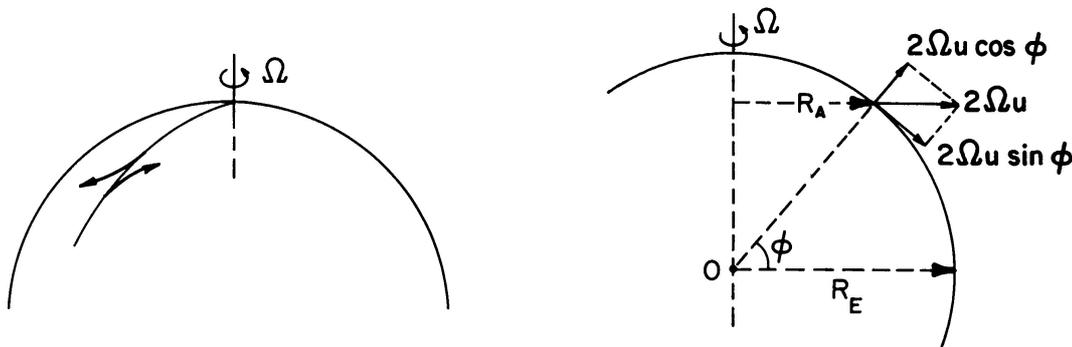


Fig.3: Corioliskraft $2\Omega u$, die mit einer zonalen Geschwindigkeit u einhergeht (der Wind u ist in die Blattebene hinein gerichtet). Die Kraft wird in einen horizontalen Anteil $2\Omega u \sin(\phi)$ und einen vertikalen Anteil $2\Omega u \cos(\phi)$ zerlegt. In der Atmosphärenphysik ist der horizontale Anteil bedeutend wichtiger. Man führt deshalb den Coriolisparameter $f = 2\Omega \sin(\phi)$ ein.

Aufgabe: Überlege Dir, was das Vorzeichen von f für einen Einfluss auf das geostrophische Windgleichgewicht hat? Welches Vorzeichen hat f auf der Südhalbkugel? Was hat das für einen

Einfluss auf die Zirkulation um Tief- und Hochdruckgebiete auf der Südhemisphäre? Die Erde rotiert im Gegenuhrzeigersinn (prograd). Die Venus hingegen rotiert retrograd. Wie sind die Windsysteme auf einem retrograd rotierenden Planeten um ein Tiefdruckgebiet?

[d] Weiter oben wurde bereits diskutiert, dass das geostrophische Windgleichgewicht vor allem in Bodennähe (planetare Grenzschicht) seine Gültigkeit verliert. In der “freien” Troposphäre hingegen ist es oft gut erfüllt. Abweichungen kann es bei sehr kleinskaligen Prozessen geben (Fronten, Gewitterzellen). Um die Anwendbarkeit der Beziehung abzuschätzen, kann man dimensionslose Parameter einführen. Ein solcher Parameter ist die Rossby-Zahl

$$Ro = \frac{U}{fL}$$

Hierbei bezeichnen U und L typische Geschwindigkeiten und Längen des zu untersuchenden Phänomens und f ist der Coriolisparameter. Ist die Rossby-Zahl viel kleiner als 1, so dominiert die Corioliskraft und das geostrophische Windgleichgewicht ist gut erfüllt. Bei sehr grossen Rossby-Zahlen hingegen ist die Corioliskraft vernachlässigbar und das geostrophische Gleichgewicht ist nicht erfüllt.

Aufgabe: Schätze für die folgenden Phänomene ab, wie wichtig die Erdrotation ist und ob das geostrophische Windgleichgewicht erfüllt ist: (a) ein aussertropisches Tiefdruckgebiet, (b) die Föhnströmung im Rheintal, (c) Tornado, (d) Umströmung der Alpen.

4.2 Der thermische Wind

[a] Neben dem geostrophischen Windgleichgewicht besteht in den Aussertropen eine wichtige weitere Beziehung: der thermische Wind. Zur Motivation betrachte die folgenden zwei Abbildungen. Sie zeigen das Geopotential auf 250 hPa und auf 100 hPa.

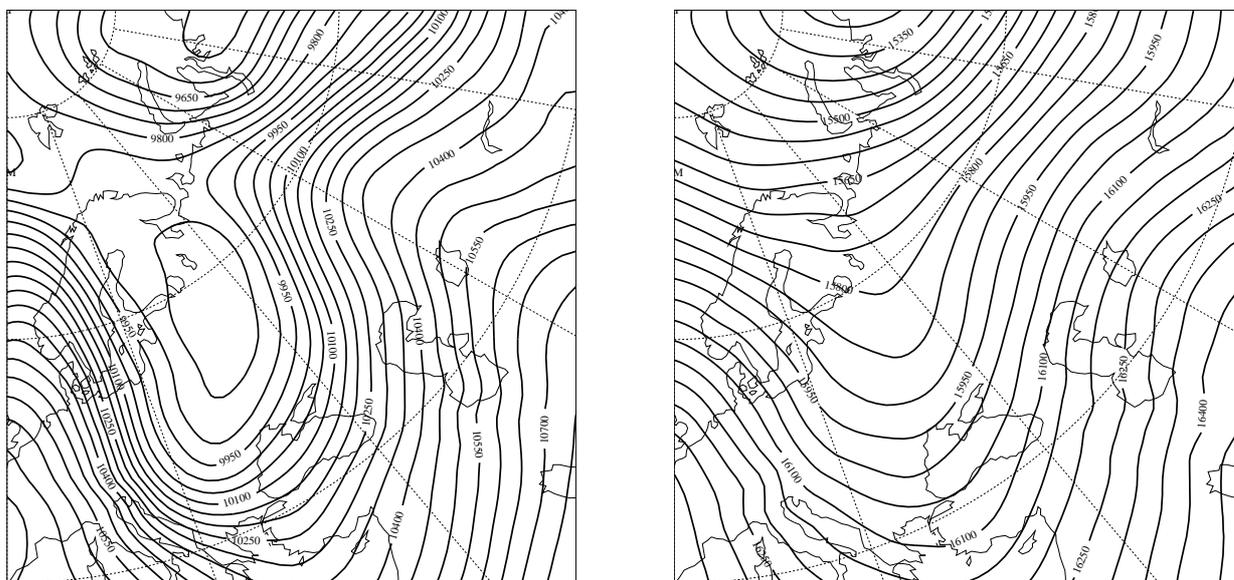


Fig.4: Geopotential auf 250 hPa (links) und 100 hPa am 19. November 1964, 00 UTC..

Aufgabe: Zeichne qualitativ die Richtung und den Betrag der geostrophischen Winde in den Punkten A und B ein. Bestimme anschliessend die Änderung des Windes mit der Höhe (Differenzvektor beim Übergang von 250 hPa auf 100 hPa) und vergleiche diese Windänderung mit dem Temperaturfeld auf 175 hPa (in der “Mitte” zwischen 250 hPa und 100 hPa).

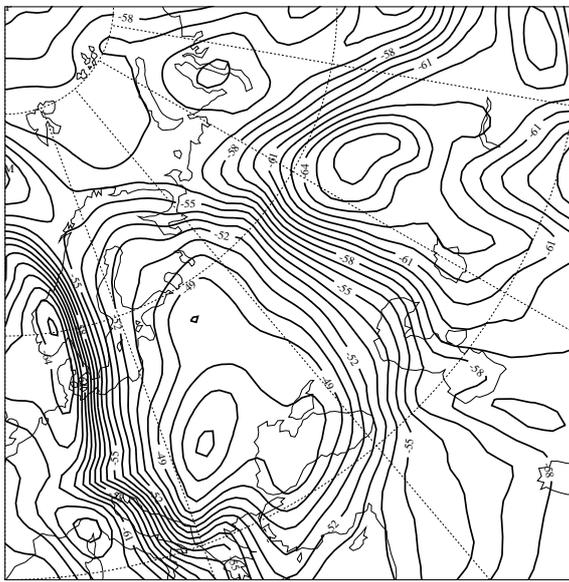


Fig.5: Temperatur (in Grad Celsius) auf 175 hPa am 19. November 1964, 00 UTC. Beachte die kalte Luft über Dänemark und Russland, sowie die warme Luft über Osteuropa.

[b] In der vorherigen Übung wurde festgestellt, dass die Änderung des geostrophischen Windes mit der Höhe zusammenhängt mit dem Temperaturfeld in der dazwischenliegenden Luftschicht. Die Windänderung ist parallel zu den Isolinien der Temperatur und so gerichtet, dass die kalte Luft auf der linken Seite des Differenzvektors zu liegen kommt. Der Betrag des Differenzvektors ist gegeben durch den Temperaturgradienten: je dichter die Isolinien der Temperatur, desto grösser der Betrag des Differenzvektors.

Physikalisch ist die thermische Windgleichung eine direkte Folgerung aus dem geostrophischen Windgleichgewicht und der hydrostatischen Näherung. Eine anschauliche Herleitung ist in der folgenden Abbildung dargestellt:

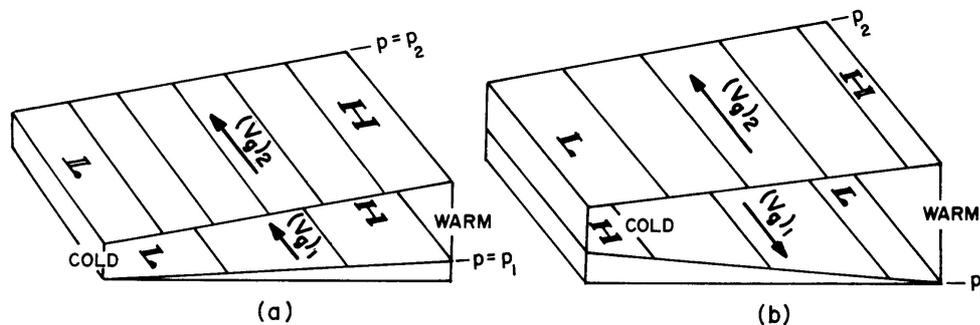


Fig.6: Qualitative Veranschaulichung des thermischen Windes. Der geostrophische Wind ist parallel zu Isobaren gerichtet, wobei auf der Nordhemisphäre der tiefe Druck links liegt (beim Blick in Windrichtung). Der hydrostatische Druck nimmt in einer kalten Luftschicht mit der Höhe schneller ab als in einer warmen Luftschicht. In der Abbildung (a) wird dadurch der bodennahe Druckgradient mit zunehmender Höhe verstärkt. Der geostrophische Wind nimmt mit der Höhe zu. In Abbildung (b) hingegen wirkt das Temperaturfeld dem bestehenden Druckfeld entgegen. In Bodennähe hat man links ein Tief und rechts ein Hoch und somit einen geostrophischen Wind nach „vorne“. Durch die unterschiedliche Druckabnahme in kalter und warmer Luft kommt es zu einer Umkehrung von Tief und Hoch in höheren Schichten. Jetzt liegt links das Hoch und rechts das Tief und der geostrophische Wind zeigt nach „hinten“. Überlege, wie in diesen Skizzen der thermische Wind aussieht. [entnommen aus *Atmospheric Science, An Introductory Survey*, J.M. Wallace und P.V. Hobbs]

Die folgenden zwei Abbildungen illustrieren, wie sich der geostrophische Wind mit der Höhe ändert, wenn ein horizontaler Temperaturgradient besteht. In beiden gezeigten Fällen befindet sich am Boden links ein tieferer Druck als rechts. Mit dem geostrophischen Windgleichgewicht

ergibt sich deshalb ein Wind in die Blattebene hinein. Befindet sich nun links eine Warmanomalie und rechts eine Kaltanomalie, so nimmt der Druck über der Warmanomalie mit der Höhe langsamer ab als über der Kaltanomalie. Dies führt dazu, dass in grösserer Höhe eine Umkehr des Druckgradienten auftritt, dh. der tiefe Druck befindet sich rechts und der hohe links. Dies wiederum bedeutet mit dem geostrophischen Windgleichgewicht einen Wind aus der Blattebene heraus. In der rechten Abbildung ist gezeigt, wie sich die Situation ändert, wenn die Lage der Warm- und Kaltluftanomalien vertauscht wird.

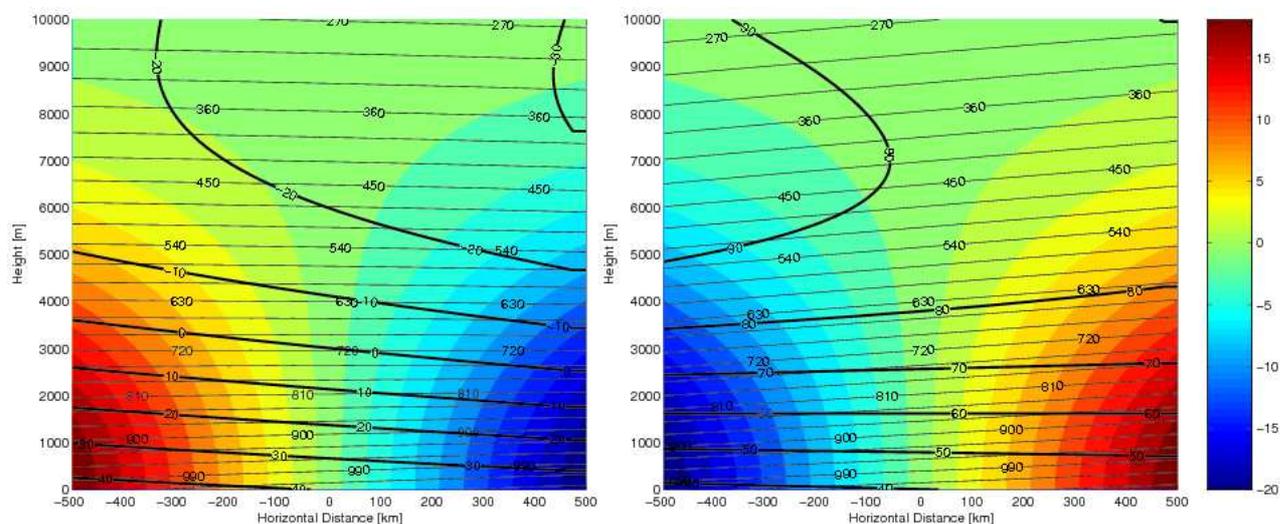


Fig.7 Änderung des Druckfeldes mit der Höhe, wenn Warm- und Kaltluftanomalien vorhanden sind. In Farbe ist die Temperaturanomalie relativ zur US-Standard-Atmosphäre gezeigt. Die dünnen Linien geben den Druck (in hPa) an, die dicken Linien den geostrophischen Wind (in m/s).

[c] Die folgende Abbildung zeigt einen Jet in einem Nord/Süd-Schnitt, bei dem der Zusammenhang zwischen dem horizontalen Temperaturgradienten und der vertikalen Änderung des geostrophischen Windes sehr klar erkennbar ist.

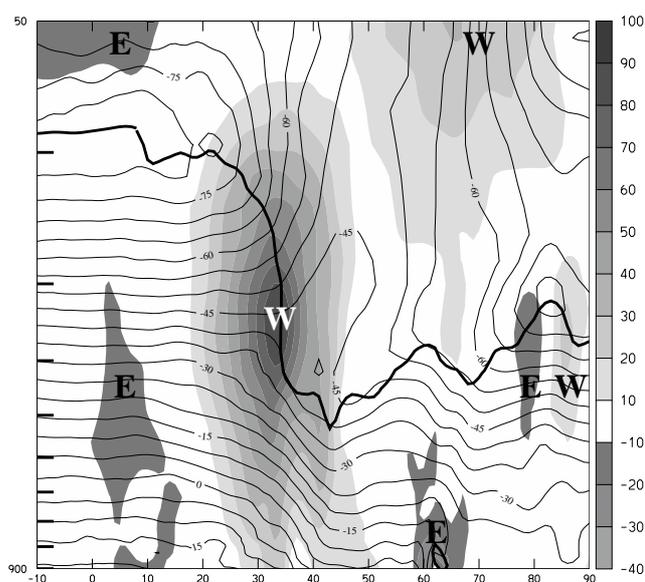


Fig.8 Temperatur (Konturlinien) und zonale Windgeschwindigkeit (schattiert) in einem Nord/Südprofil. Beachte wie unterhalb des Jetmaximums im Süden die höhere Temperatur vorherrscht als im Norden. Gemäss der thermischen Windgleichung bedeutet dies eine Zunahme des zonalen Windes mit der Höhe. Oberhalb vom Jet kehrt sich hingegen der Temperaturgradient um: Kalt im Süden und warm im Norden. Dies führt gemäss der thermischen Windgleichung zu einer Abnahme der zonalen Windgeschwindigkeit.

[d] Liegen die Isolinien von Druck und Temperatur nicht parallel, so kommt es zu einer "Vorwärts-" oder "Rückwärtsdrehung" des geostrophischen Windes mit der Höhe. Dies zeigt die folgende Darstellung:

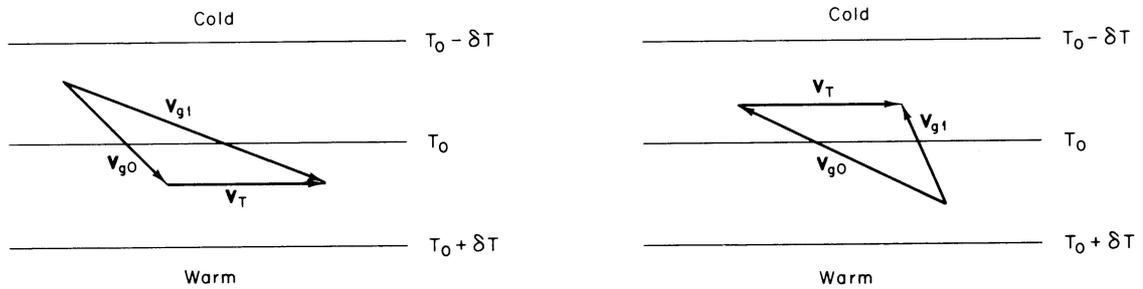


Fig.9: Drehung des geostrophischen Windes mit der Höhe. Zusammenhang zwischen der Drehung des geostrophischen Windes mit der Höhe und der Temperaturadvektion: (links) „backing“ des Windes mit der Höhe, (rechts) „veering“ des Windes mit der Höhe [entnommen aus „An Introduction to Dynamic Meteorology“, J.R. Holton]

Aufgabe: Bläst der geostrophische Wind von einem Gebiet mit warmer Luft in ein Gebiet mit kalter Luft, so kommt es zu einer sogenannten Warmluftadvektion. Bläst der Wind in entgegengesetzter Richtung, herrscht Kaltluftadvektion vor. Ausgehend von den obigen Abbildungen, formuliere einen Zusammenhang zwischen der Temperaturadvektion (kalt/warm) und der Drehrichtung (vorwärts/rückwärts) des Windes. Bleibt diese Regel auch auf der Südhemisphäre gültig?

4.3 Die Temperaturadvektion

[a] Eine Größe, die manchmal auftritt, ist die sogenannte „relative Topographie“. Betrachtet man zum Beispiel die geopotentielle Höhe (= Geopotential dividiert durch die Erdbeschleunigung g) auf der Fläche 250 hPa, so gibt diese die Höhe der 250 hPa-Druckfläche an. Entsprechend gibt die geopotentielle Höhe auf der 850 hPa-Fläche die Höhe der 850 hPa-Fläche an. Bildet man die Differenz der beiden geopotentiellen Höhen, so erhält man also die Dicke der Schicht zwischen 250 hPa und 850 hPa. Man bezeichnet diese Schichtdicke als relative Topographie 250 hPa-850 hPa. Ganz analog lassen sich natürlich auch relative Topographien zwischen anderen Druckflächen bestimmen. Die folgende Abbildung zeigt ein Beispiel für die relative Topographie 250 hPa-850 hPa.

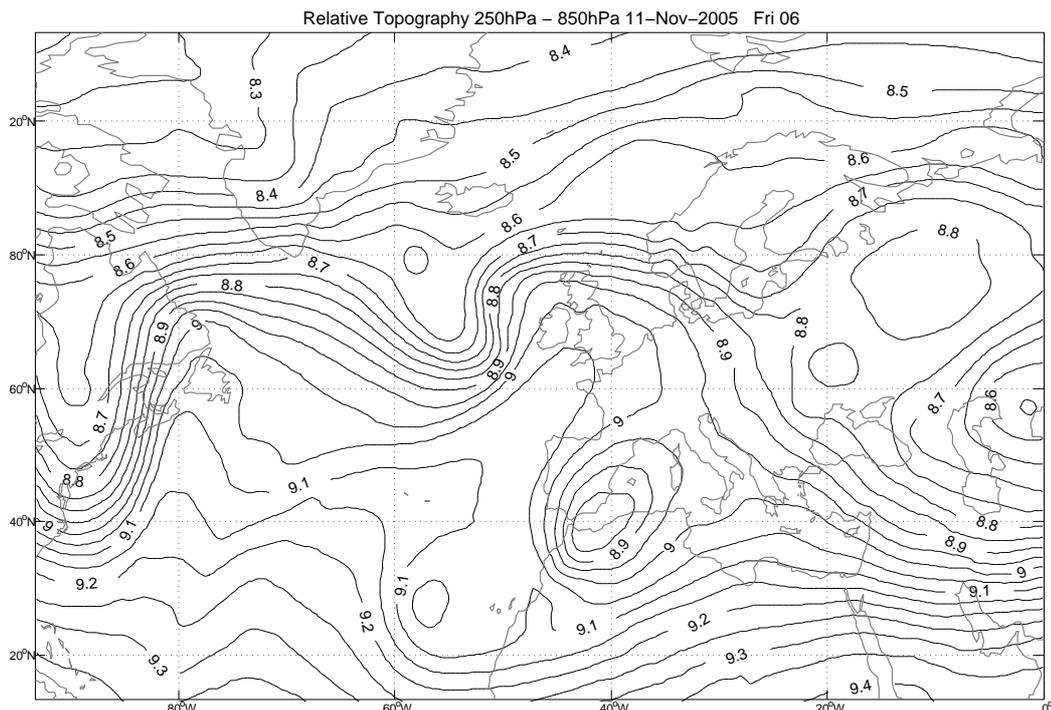


Fig.10 Relative Topographie 250 hPa-850 hPa für den 11. November 2005, 06 UTC.

Es lässt sich nun mit Hilfe der hydrostatischen Grundgleichung leicht zeigen (bitte selbst versuchen!), dass die relative Topographie zweier Druckflächen proportional zur Temperatur dazwischen ist. Im obigen Beispiel beobachtet man demnach eine grosse relative Topographie dort, wo in der Mitte (ca. bei 500 hPa) hohe Temperaturen vorherrschen. Bei kleiner relativer Topographie ist es entsprechend kälter auf 500 hPa. Selbstverständlich ist nicht nur die Temperatur auf 500 hPa entscheidend, sondern die Temperatur in der gesamten Luftsäule zwischen den betrachteten Druckschichten. Trotzdem kann in erster Näherung die Temperatur auf einer Zwischenschicht (hier 500 hPa) herangezogen werden.

[b] Wie kann sich nun die relative Topographie zweier Druckflächen ändern? Nach dem vorhin gesagten muss sich die mittlere Temperatur zwischen den beiden Flächen ändern. Das kann zum Beispiel dadurch geschehen, dass gesättigte Luft aufsteigt, Wasserdampf kondensiert und so latente Wärme freigesetzt wird. Eine andere, in der Regel dominante, Möglichkeit besteht darin, dass kalte oder warme Luft durch die horizontalen Winde herangetragen wird. Man spricht in diesem Fall von Temperaturadvektion. Betrachte dazu die folgende Abbildung, die das Temperaturfeld und Geopotentialfeld (also die Richtung und die Stärke des geostrophischen Windes) auf 500 hPa anzeigt.

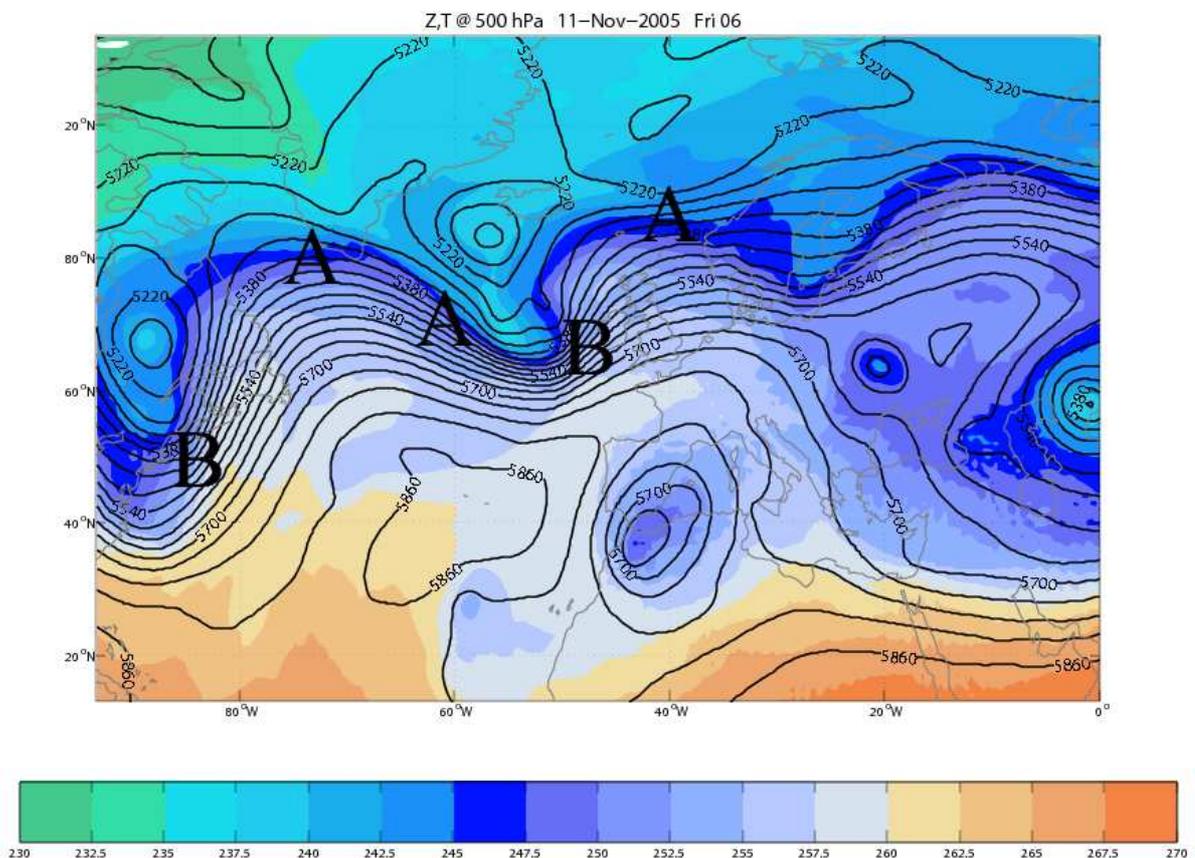


Fig.11 Temperatur- und Geopotential auf 500 hPa für den 11. November 2005, 06 UTC (Vergleiche das Temperaturfeld mit der relativen Topographie in der vorherigen Abbildungen).

Aufgabe: Unter welchen Bedingungen beobachtet man besonders starke Temperaturadvektion? Welche Bedingungen sind an das Temperaturfeld, an das Geopotential und die relative Lage der beiden Felder zueinander zu stellen?

Beachte, wie im Punkt A der geostrophische Wind von einer wärmeren zu einer kälteren Region weht. Bei A hat man also eine Warmluftadvektion. Bei B hingegen weht der geostrophische Wind von einer kälteren zu einer wärmeren Region (Kaltluftadvektion). Durch den Einfluss des geostrophischen Windes erwartet man deshalb bei Punkt A eine Erwärmung und bei Punkt B

eine Abkühlung. Das wird sehr schön betätigt, wenn man die relative Topographien 250 hPa-850 hPa von 00 UTC mit derjenigen von 12 UTC vergleicht.

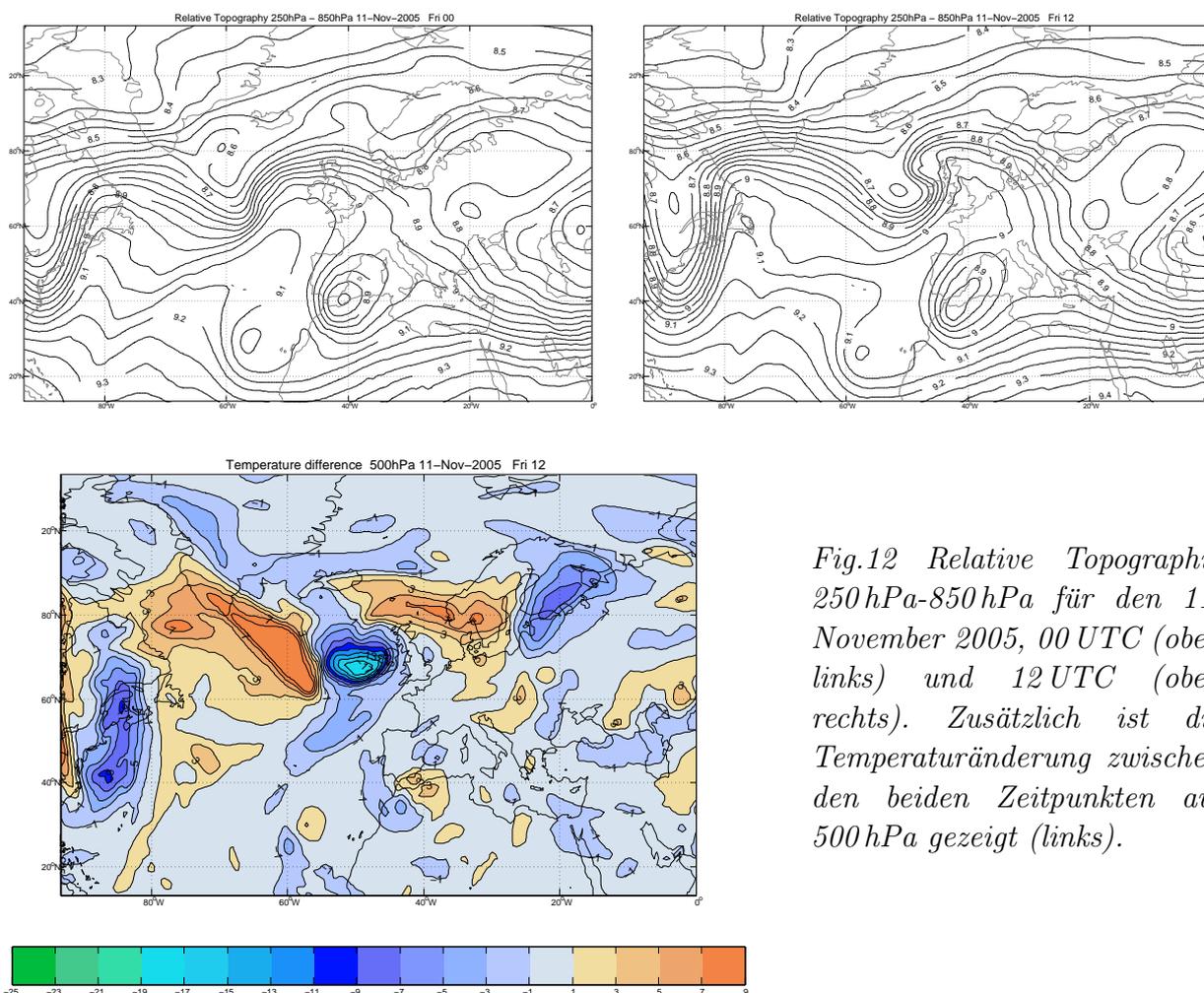


Fig.12 Relative Topographie 250 hPa-850 hPa für den 11. November 2005, 00 UTC (oben links) und 12 UTC (oben rechts). Zusätzlich ist die Temperaturänderung zwischen den beiden Zeitpunkten auf 500 hPa gezeigt (links).

4.4 Auserntropen vs. Tropen

Das geostrophische Windgleichgewicht und die thermische Windbeziehung stellen starke Bedingungen dar, denen die Atmosphäre unterworfen ist. Wird dieses Gleichgewicht gestört, so “reagiert” die Atmosphäre mit Vertikalwinden. Diese müssen so gerichtet sein, dass sie das geostrophische und thermische Windgleichgewicht wieder herstellen. Dieser Grundgedanke ist der Ausgangspunkt für die quasigeostrophische Theorie der Dynamik (siehe Vorlesung Atmosphärenphysik II).

Geostrophie gilt nur in den Auserntropen und verliert ihre Gültigkeit am Äquator und in den Tropen (warum?). In den Tropen sind Geopotential, horizontaler Wind und Temperatur nicht mehr durch einfache Beziehungen miteinander gekoppelt. Deshalb unterscheiden sich tropische und auserntropische Dynamik auch stark voneinander.

4.5 Die Vortizität (Vorticity)

[a] Eine wichtige dynamische Grösse stellt die Vortizität (engl. Vorticity) dar. Es sei u die Windkomponente in zonaler Richtung (x , West/Ost) und v diejenige in meridionaler Richtung (y , Süd/Nord). Dann ist die Vortizität formal definiert durch

$$\xi = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$$

Was genau hinter dieser Formel steckt, soll im folgenden diskutiert werden. Anstatt dass wir diese Grösse formal untersuchen (dies wird in der Vorlesung Fluidynamik I gemacht), betrach-

ten wir ein reales Geschwindigkeitsfeld und zeichnen für dieses die Vorticity ein:

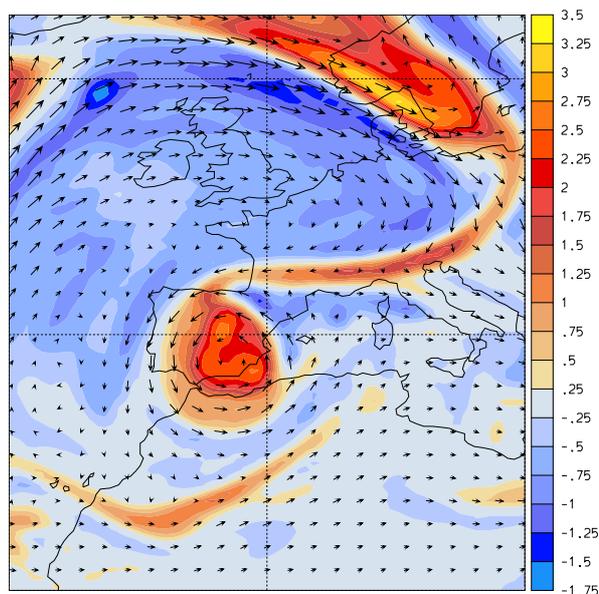


Fig.13 Windvektoren und (relative) Vorticity ξ auf 300 hPa für den 10. Oktober 2005, 12 UTC. Beachte wie der zyklonale Wirbel über Spanien mit einer lokalen positiven Anomalie der Vorticity zusammenfällt. Dies legt den Schluss nahe, dass Vorticity die Wirbel in der Strömung identifiziert. Tatsächlich lässt sich zeigen, dass zyklonale (im Gegenuhrzeigersinn) Wirbel mit positiven Anomalien verbunden sind und antizyklonale (im Uhrzeigersinn) Wirbel mit negativer Vorticity.

[b] Ein genauerer Blick zeigt weiterhin, dass über Dänemark ein positives und negatives Band von Vorticity eng beieinander liegt. Diese beiden Bänder fallen mit der Nordseite (positives ξ) und Südseite (negatives ξ) des Jets zusammen. Etwas klarer wird das im unten gezeigten Jet über den USA. Links ist ein horizontales Bild auf 300 hPa gezeigt, rechts ein vertikaler Querschnitt entlang dem 100 W-Meridian:

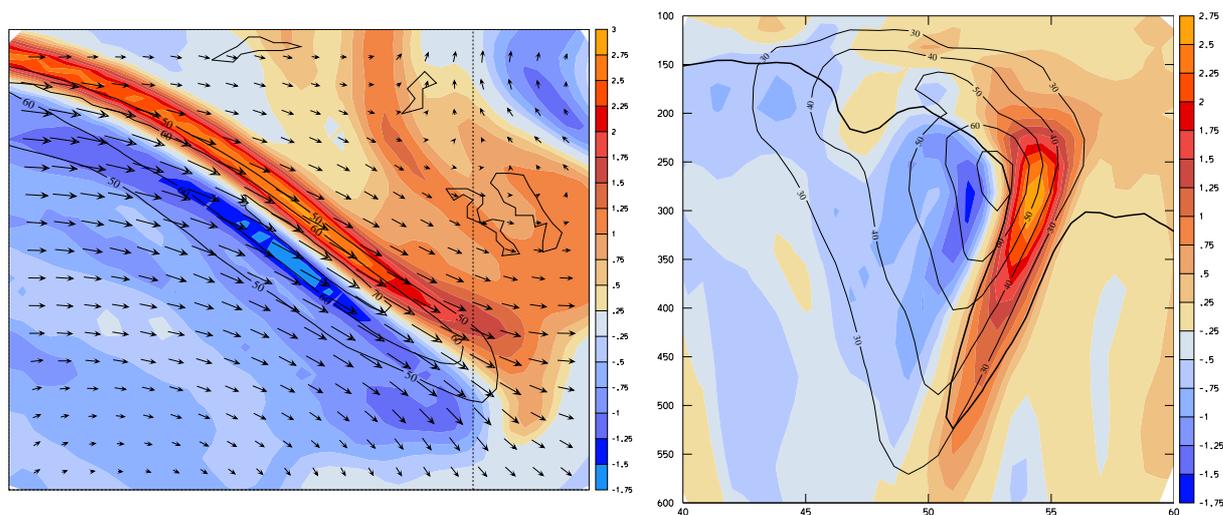


Fig.14 Links: Windvektoren, Windgeschwindigkeit und (relative) Vorticity ξ auf 300 hPa für den 10. Oktober 2005, 12 UTC. Rechts: Vertikaler Querschnitt durch den Jet entlang des 110 W-Meridians. Die dünnen Konturlinien geben die Windgeschwindigkeit an, die dicke Linie die Lage der dynamischen Tropopause.

In diesem zweiten Beispiel werden durch die Vorticity die Regionen mit grosser Windscherung identifiziert. Auf der Südseite des Jets nimmt die Geschwindigkeit zum Jetzentrum hin zu. Man spricht hier von der antizyklonalen Scherungsseite des Jets. Diese ist mit negativer Vorticity verbunden. Auf der Nordseite des Jets hingegen (zyklonale Scherungsseite) nimmt die Windgeschwindigkeit nach Norden hin ab. Diese Windscherung ist mit positiver Vorticity verbunden.

[c] Allgemein bestimmt die Vorticity also Region mit starker Scherung oder starker Krümmung. Man spricht von Scherungs- und Krümmungsvorticity. Das Verbindende bei diesen beiden

Strömungssituationen ist, dass ein kleines imaginäres Luftpaket in den beiden Geschwindigkeitsfeldern rotiert. Schematisch illustriert dies die folgende Abbildung für einen Jet:

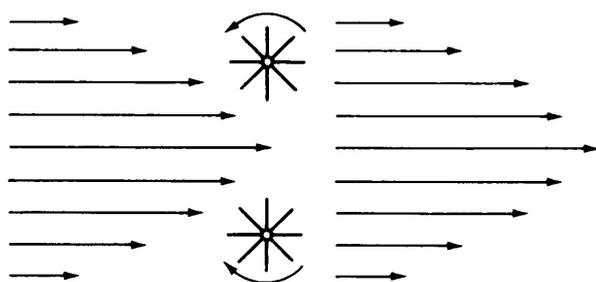


Fig.15 Schematische Darstellung der Rotation eines kleinen imaginären Luftpakets auf der zyklonalen (oben) und antizyklonalen (unten) Seite eines Jets [entnommen aus „An Introduction to Dynamic Meteorology“, J. R. Holton].

Im Rahmen dieser Vorlesung soll nicht genauer auf die Feinheiten der Definition eingegangen werden (Fluiddynamik II!). Beide Strömungstypen sind für die Dynamik der Atmosphäre von grosser Bedeutung. So verbindet man zum Beispiel mit positiven Anomalien der Vorticity Tiefdruckwirbel. Scherungsströmungen wiederum sind sehr interessant, da starke Windscherungen als Ausgangspunkt für Instabilitäten und Turbulenz dienen können. Im folgenden werden wir uns vor allem mit der Vorticity von Tiefdruckwirbeln auseinandersetzen. Um ein wenig besser zu verstehen, wie sich die Vorticity ändern kann, müssen wir eine weitere Grösse einführen, die Divergenz.

[d] Die bisher diskutierte Grösse ξ nennt man die relative Vorticity des Geschwindigkeitsfelds. Nun befinden wir uns aber in einem rotierenden Bezugssystem, wobei die Rotationsrate durch den Coriolisparameter ausgedrückt wird. Man nennt f die planetare Vorticity. Nach dem bisher gelernten nimmt diese planetare Vorticity am Pol ihren Maximalwert an und nimmt zum Äquator hin ab. Am Äquator selbst verschwindet die planetare Vorticity. Die Summe aus planetarer Vorticity f und relativer Vorticity ξ nennt man die absolute Vorticity η . Formelhaft also:

$$\eta = f + \xi$$

In den meisten Bewegungsgleichungen der Atmosphärenphysik tritt die absolute Vorticity auf. Die „anschauliche“ Deutung beruht aber auf der relativen Vorticity.

4.6 Die Divergenz

[a] Wie bei der Vorticity verzichten wir auf eine formale Behandlung der Divergenz, die durch

$$\nabla \vec{u} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} (+ \frac{\partial w}{\partial z})$$

definiert ist. In der folgenden Abbildung sind schematisch einige Strömungsfelder eingezeichnet, die mit Divergenz verbunden sind. Links hat man einen Massenausfluss aus einem kleinen Volumenelement (Divergenz). Hat man netto einen Massenzufluss in das betrachtete Volumenelement, so wird die Divergenz negativ. Man spricht aus naheliegenden Gründen in diesem Fall von Konvergenz.

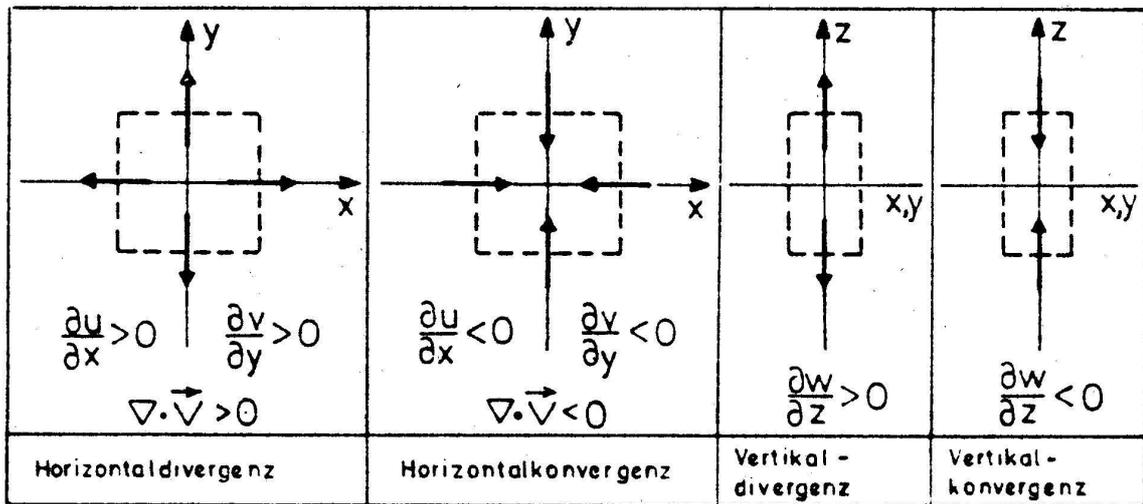


Fig.16 Schematische Darstellung einiger Strömungsfelder mit positiver und negativer Divergenz. Im Falle positiver Divergenz spricht man oft nur von Divergenz, während für den Fall mit negativer Divergenz die Bezeichnung Konvergenz gebräuchlich ist [entnommen aus „Synoptische Meteorologie“, bearbeitet von M. Kurz, Deutscher Wetterdienst].

Eine wichtige Eigenschaft des geostrophischen Windes ist, dass er divergenzfrei ist (bitte nachrechnen!). In einer rein geostrophischen Strömung ist demnach weder Konvergenz noch Divergenz möglich. Findet man also irgendwo in der Atmosphäre von Null verschiedene Divergenz, so muss das Geschwindigkeitsfeld also neben einer geostrophischen Komponente auch eine sogenannte ageostrophische Komponente beinhalten. Unten werden wir sehen, dass zum Beispiel der bodennahe Wind auf Grund der Reibung in der Grenzschicht eine ageostrophische Komponente beinhaltet. Weitere Beispiele sind kleinskalige Wellen (sogenannte Schwerewellen), die bei Gebirgsüberströmungen oder bei Fronten angeregt werden.

[b] Wir haben zu Beginn dieses Kapitels gesehen, dass in Bodennähe der Wind nicht exakt den Geopotentiallinien (oder Isobaren) folgt. Tatsächlich resultiert eine Windkomponente, die vom hohen zum tieferen Druck zeigt. Dies bedeutet also, dass in Bodennähe Tiefdruckgebiete mit Konvergenz und Hochdruckgebiete mit Divergenz verbunden sind. Dazu nochmals die Figur aus einem früheren Abschnitt:

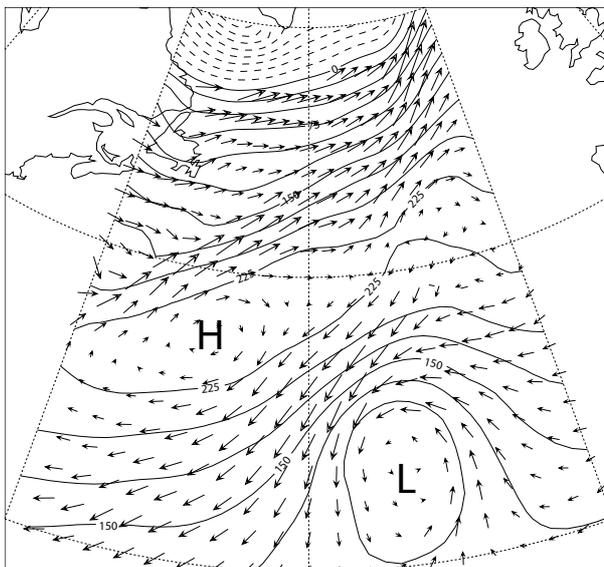


Fig.17 Divergenz bei einem Hochdruckgebiet und Konvergenz bei einem Tiefdruckgebiet. Gezeigt sind die Windvektoren und das Geopotential auf 1000 hPa.

Offensichtlich ist die Strömung in Bodennähe nicht rein geostrophisch. Die Windkomponente, die die Geopotentiallinien schneidet, entspricht dem oben erwähnten ageostrophischen Wind.

[c] Ist die Strömung in Bodennähe konvergent (zum Beispiel in einem Tiefdruckgebiet), so muss die Luft in dieser Region aufsteigen. Dies wird sofort klar aus der folgenden Skizze:

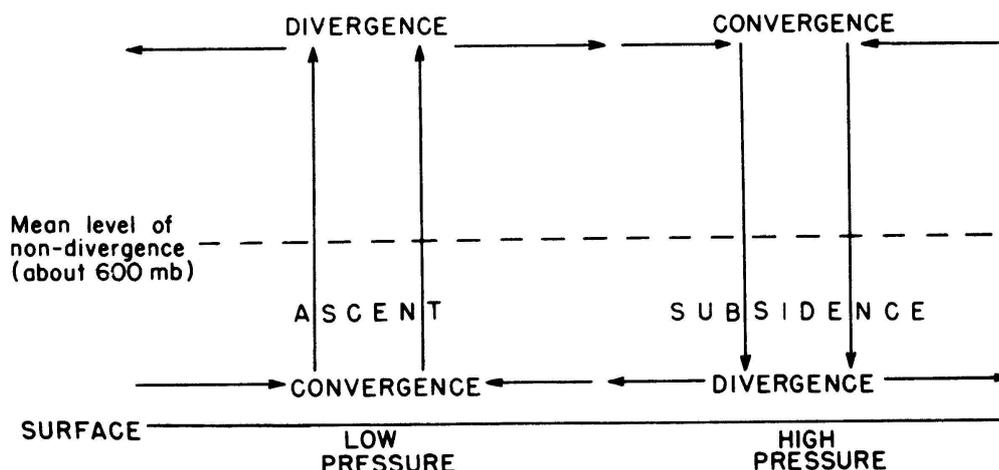


Fig.18 Divergenz und Konvergenz, wie sie sich bei Hoch- und Tiefdruckgebieten ergibt. Strömt die Luft in das Zentrum eines Tiefs (Konvergenz), so verlangt die Massenerhaltung, dass sie dort aufsteigt. In grösseren Höhen wird sie wieder auseinander fließen (Divergenz). Dazwischen liegt eine Schicht, bei der die Divergenz verschwindet. Bei einem Hochdruckgebiet hat man Divergenz am Boden, Absinken in der Troposphäre und Konvergenz in der oberen Troposphäre [entnommen aus „Atmosphere, Weather and Climate“, R. G. Barry and R. J. Chorley].

Sehr schön ist die obige Überlegung im folgenden Beispiel bestätigt. Es zeigt die Divergenz und die vertikale Windgeschwindigkeit (in Pa/s) auf 900 hPa für ein Tiefdruckgebiet im Pazifik.

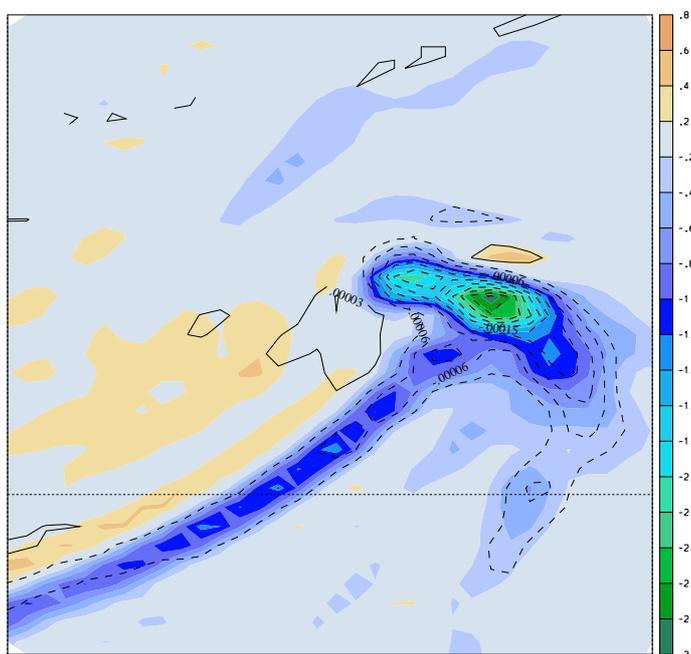


Fig.19 Divergenz (Konturlinie) und Vertikalwind (Farbe, in Pa/s) auf 900 hPa, 10. Oktober 2005, 12 UTC. Beachte, dass die Übereinstimmung von Divergenz und Vertikalwind auch in dem ausgedehnten langen Band (eine Kaltfront) gut übereinstimmt. Das betrachtete System befindet sich im Pazifik in den mittleren Breiten.

4.7 Die Vorticity-Gleichung

[a] Damit kommen wir zu einem weiteren interessanten Zusammenhang. Es zeigt sich nämlich, dass auch ein Zusammenhang zwischen Divergenz (Konvergenz) und Vorticity besteht. Bei einer konvergenten Strömung kommt es zu einer Zunahme der Vorticity und bei Divergenz zu einer Abnahme. Anschaulich lässt sich das als Analogon zur Eistanzerin betrachten, die eine Pirouette macht. Zieht sie während der Pirouette ihre Arme ein (Konvergenz der Masse gegen das Zentrum

hin), so dreht sie sich auf Grund der Drehimpulserhaltung schneller. Da auch Vorticity ein mikroskopisches Mass für Drehimpuls ist, leuchtet ein, dass ein konvergenter Massefluss zu einer Zunahme der Vorticity führt. Sehr schematisch zeigt das die folgende Abbildung:

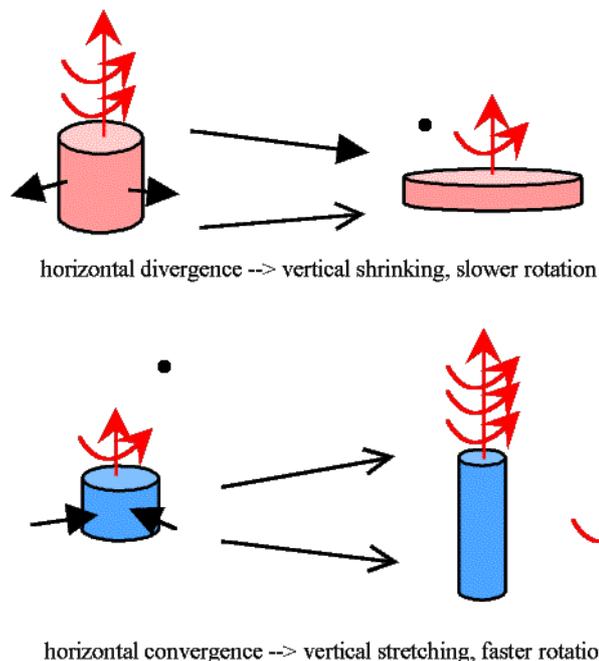


Fig.20 Schematische Darstellung des Zusammenhangs zwischen Konvergenz und Divergenz und der Änderung der relativen Vorticity. Bei Konvergenz nimmt die Vorticity zu, bei Divergenz nimmt sie ab.

Der exakte Beweis dieses Zusammenhangs wird in der Vorlesung Fluidodynamik I hergeleitet. Die folgende Abbildung zeigt die Vorticity und das Geschwindigkeitsfeld für das oben gezeigte System im Pazifik:

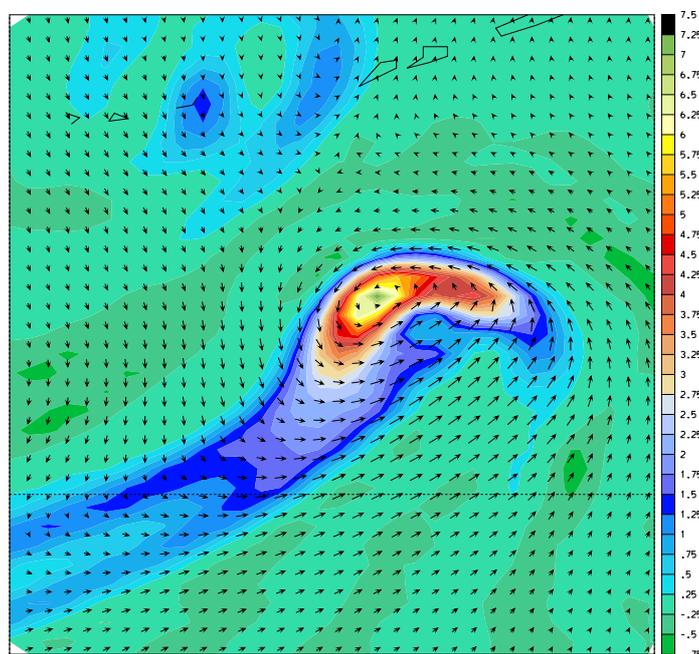


Fig.21 Vorticity (Farbe) und Windvektoren auf 900 hPa, 10. Oktober 2005, 12 UTC. Beachte, dass das Vorticity-Maximum nicht mit dem Konvergenz-Maximum von vornhin zusammenfällt. Das müssen sie aber auch nicht, denn der betrachtete Zusammenhang besagt **nicht**, dass dort die Vorticity gross ist, wo Konvergenz auftritt. Die Aussage ist: Wo Konvergenz auftritt, hat man eine **Zunahme** der Vorticity.

[b] Wir haben damit einige wichtige Zusammenhänge dynamischer Grössen kennengelernt. Zykloneale (antizyklonale) Wirbel haben positive (negative) Vorticity; Tiefdruckzentren (Hochdruckzentren) weisen eine bodennahe Konvergenz (Divergenz) auf; bodennahe Konvergenz (Divergenz) ist verbunden mit aufteigender (absinkender) Luft; Konvergenz (Divergenz) führt zu einer Zunahme (Abnahme) der Vorticity. Insbesondere haben wir damit auch die Wichtigkeit der Grössen Vorticity und Divergenz kennengelernt. Diese eröffnen eine völlig neue Betrachtungsweise der Atmosphärendynamik. So können wir nun zum Beispiel Tiefdruckwirbel durch

Zentren hoher positiver Vorticity identifizieren, ohne das Geopotential oder die Windvektoren heranzuziehen zu müssen.

Die „traditionelle“ Atmosphärenphysik fragt nach den Prozessen, die den Druck in einem Tief vermindern können und damit zu einer Intensivierung eines Teifs führen. In der „neuen“ Dynamik geht es hingegen darum, die Prozesse zu finden, die die Vorticity verändern können.

[c] In diesem Abschnitt betrachten wir eine Gleichung, die die zeitliche Entwicklung der Vorticity bestimmt. Damit sind wir dann in der Lage, die Bewegung von Tiefdruckgebieten zu verstehen. Zu beachten ist bei dieser Diskussion, dass sie nur bei synoptischen und planetaren Skalen gültig ist. Bei den kleineren Mesoskalen kommen zusätzliche Effekte hinzu. So kann zum Beispiel damit nicht die Bewegung von Tornados (grosse positive Vorticity) vorhergesagt werden. Auch in der Nähe von Fronten verliert die Gleichung ihre Gültigkeit, da Fronten typischerweise Skalen von 100 km haben.

Damit aber zur Gleichung. Diese drückt aus, wie sich die relative Vorticity an einem ortsfesten Punkt mit der Zeit ändern kann:

$$\begin{array}{l} \text{Zeitliche Änd-} \\ \text{(erung der rela-)} \\ \text{tiven Vorticity} \end{array} = \begin{array}{l} \text{Advektion} \\ \text{(absoluter)} \\ \text{Vorticity} \end{array} + \begin{array}{l} \text{Absolute} \\ \text{Vorticity} \end{array} \cdot \begin{array}{l} \text{Divergenz des Ge-} \\ \text{schwindigkeitsfeldes} \end{array}$$

Den zweiten Term haben wir bereits diskutiert. Konvergenz führt zu einer Zunahme der relativen Vorticity, Divergenz zu einer Abnahme. Beachte aber, dass relative Vorticity durch Konvergenz erzeugt werden kann, selbst wenn anfänglich keine relative Vorticity vorhanden ist. Denn im Produkt steht links die absolute Vorticity, dh. ausser am Äquator hat man stets planetare Vorticity f . Der erste Term ist analog zur Temperaturadvektion zu verstehen. Weht der Wind also von einer Region mit hoher absoluter Vorticity in Richtung einer Region mit niedriger absoluter Vorticity, so advergiert der Wind Vorticity von der einen Region zur anderen.

Eine sehr interessante Anwendung der Advektion von Vorticity ist in der folgenden Abbildung dargestellt.

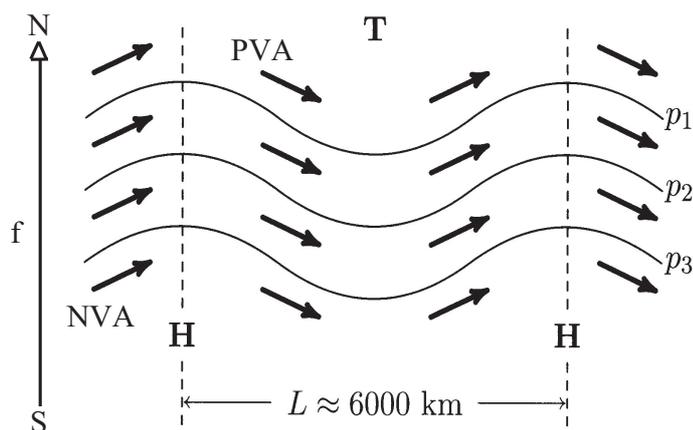


Fig.22 Schematische Darstellung einer Rossbywelle auf der Nordhemisphäre. Die planetare Vorticity f nimmt von Süd (S) nach Nord (N) zu. Dort, wo der Wind von Süd nach Nord weht, kommt es zu einer negativen Advektion von planetarer Vorticity (NVA, von einem Gebiet mit kleinerem f in Richtung eines Gebietes mit grösserem f). Dies führt zu einer negativen Anomalie der relativen Vorticity (H). Weht der Wind hingegen von Nord nach Süd, so hat man eine positive Advektion von planetarer Vorticity (PVA, von einem Gebiet mit höherem f in Richtung eines Gebietes mit kleinerem f). Dies führt zu einer positiven Anomalie der relativen Vorticity (T) [entnommen und angepasst aus „Theoretische Meteorologie“, D. Etling].

Führt man den Gedanken ein wenig weiter, so lässt sich die Ausbreitungsrichtung dieser sogenannten Rossbywellen herleiten. Tatsächlich induzieren nämlich die lokalen Anomalien der relativen Vorticity wiederum ein Geschwindigkeitsfeld. Das ganze Wellenmuster wird in diesem Geschwindigkeitsfeld nach Westen (links) bewegt, wie in der Abbildung gezeigt:

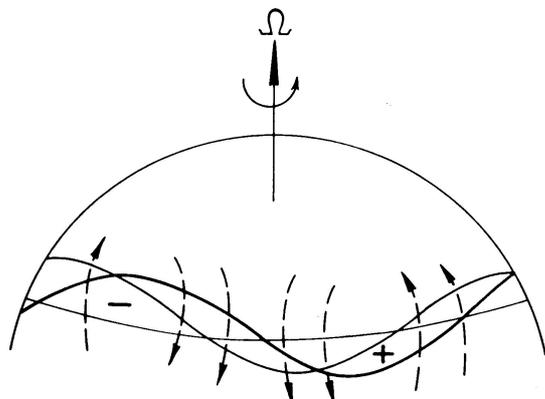


Fig.23 Schematische Darstellung des Mechanismus, der zu einer Westwärtsbewegung einer Rossbywelle führt. Die ursprüngliche Störung sei durch die dicke ausgezogene Linie gegeben. Durch die Advektion planetarer Vorticity bilden sich Anomalien der relativen Vorticity aus. Diese sind mit + und - gekennzeichnet (in der vorherigen Abbildung T und H). Zu den Anomalien der relativen Vorticity gehören die Geschwindigkeitsfelder, die durch die Pfeile markiert sind: Antizyklonal um die negative Anomalie, zyklonal um die positive Anomalie. Das ursprüngliche Wellenmuster wird durch dieses Geschwindigkeitsfeld nach Westen getragen (dünne ausgezogene Wellenlinie).

[d] Damit beenden wir die Diskussion der Vorticitygleichung. Die Theorie wird in der Vorlesung Atmosphärenphysik II viel weiter ausgebaut. Letztendlich gelangt man zur sogenannten quasigeostrophischen Theorie der extra-tropischen Dynamik.

4.8 Literatur

Die in diesem Kapitel behandelten Konzepte sind Bestandteil jeden Buches über dynamische Meteorologie. Besonders zu erwähnen sind die folgenden Einführungsbücher (die allerdings zum Teil viel mathematisch exakter das Thema behandeln):

1. **An Introduction to Dynamic Meteorology** von James R. Holton bietet eine ausgezeichnete Einführung in all die behandelten Konzepte.
2. **Theoretische Meteorologie, Eine Einführung** von Dieter Etling ist ein gutes deutschsprachiges Buch. Es führt alle wichtigen Größen sorgfältig ein, geht allerdings etwas weniger tief als das Buch von Holton.
3. **Synoptic Dynamic Meteorology in Midlatitudes, Volume II: Observations and Theory of Weather Systems** von Howard B. Bluestein betrachtet viele reale Beispiele und interpretiert sie mit den Grundgleichungen der Dynamik. Das Buch eignet sich vor allem, wenn man bereits zentrale Gleichungen der Dynamik kennengelernt hat (zum Beispiel als Fortsetzung zu den obigen zwei Büchern). Als Erstlektüre wird es etwas zu schwierig sein.