



Hydrosphäre

Dr. Rolf Kipfer
Dr. Martin Herfort

8 Grundwasser I

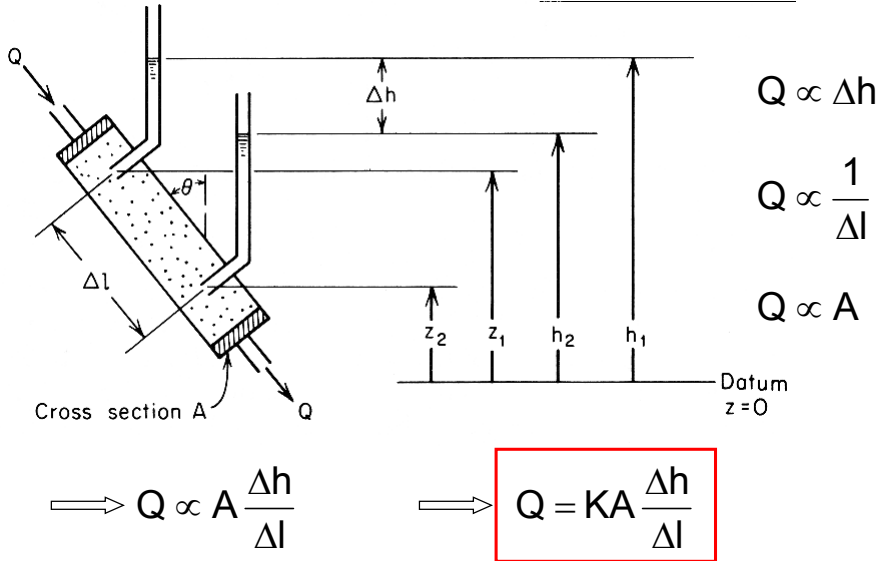
Grundwasser in Bewegung

Inhalt Lektion 8

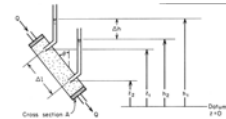
- o Hydraulisches Potenzial (gesättigte und ungesättigte Zone)
- o Hydraulischer Gradient
- o Hydraulische Leitfähigkeit, Permeabilität, Transmissivität
- o Porosität
- o Darcy-Gesetz

Ziel: → Die makroskopischen, physikalischen Prinzipien der Grundwasserströmung zu verstehen

Darcy-Experiment



Parameter dazu:



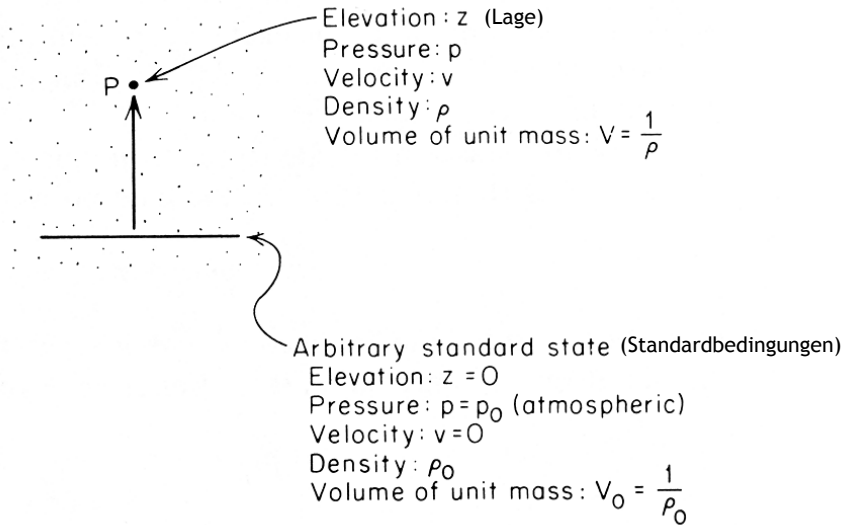
Parameter für das Darcy-Gesetz:

- Q volumetrische Durchflussrate (m^3/s)
- h hydraulisches Potenzial (m), Summe aus Lagepotenzial und Druckpotenzial
- z Lagepotenzial (m), Höhe über Bezugsniveau
- Δh Potenzialverlust (m)
- K hydraulische Leitfähigkeit (m/s), auch: hydraulische Durchlässigkeit, Durchlässigkeitsbeiwert, Leitfähigkeit

... und die geometrischem Größen

- l Distanz entlang der Strömungsrichtung (m)
- A Querschnittsfläche senkrecht zur Strömungsrichtung (m^2)

Bezugssysteme



(Freeze & Cherry, 1979)

Energie

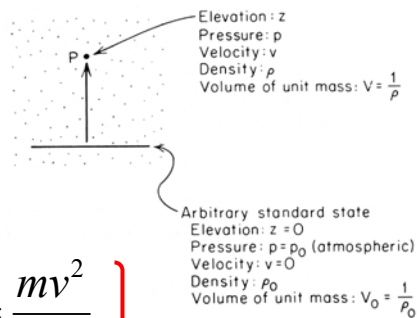
$$W = W_1 \left[+ \cancel{W_2} \right] + W_3$$

Lageenergie: $W_1 = mgz$

Kinetische Energie: $W_2 = \frac{mv^2}{2}$

Energie aus Druckänderung:
(inkl. Kompression)

$$W_3 = m \int_{p_0}^p \frac{V}{m} dp = m \int_{p_0}^p \frac{dp}{\rho}$$



Fluid-Potenzial

Die mechanische Energie pro Einheitsmasse entspricht dem Fluid-Potenzial Φ :

$$\Phi = gz + \frac{v^2}{2} + \int_{p_0}^p \frac{dp}{\rho}$$

Für kleine Geschwindigkeiten v und inkompressible Fluide (Wasser):

$$\Phi = gz + \frac{p - p_0}{\rho}$$

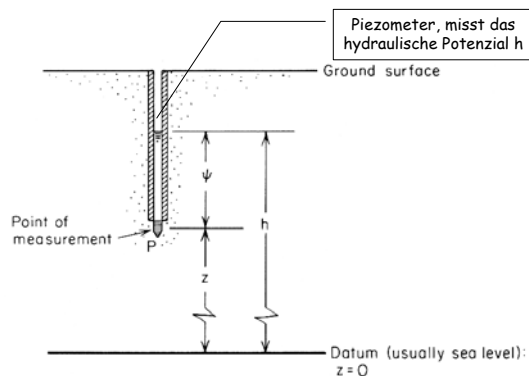
Hydraulisches Potenzial

Die Fluid-Potenzial pro Erdbeschleunigung entspricht dem hydraulischen Potenzial h :

$$h = z + \frac{p}{\rho g}$$

$$h = z + \psi$$

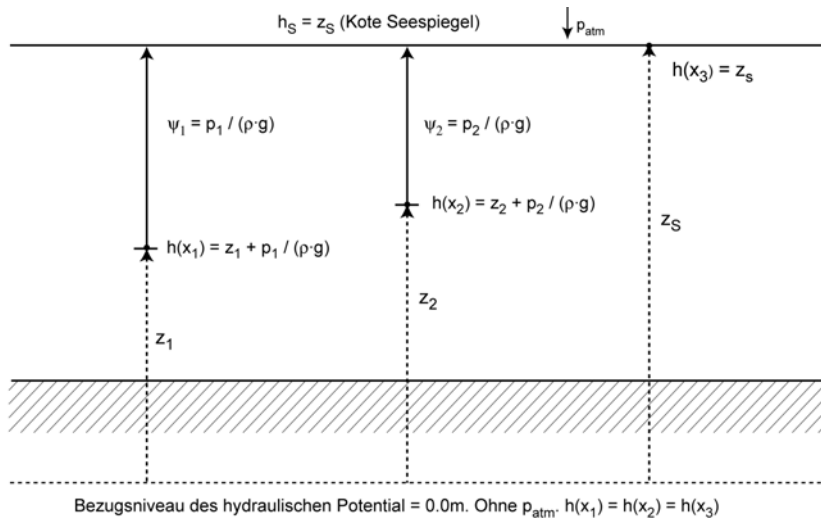
z = Lagepotenzial [L],
 ψ = Druckpotenzial [L]



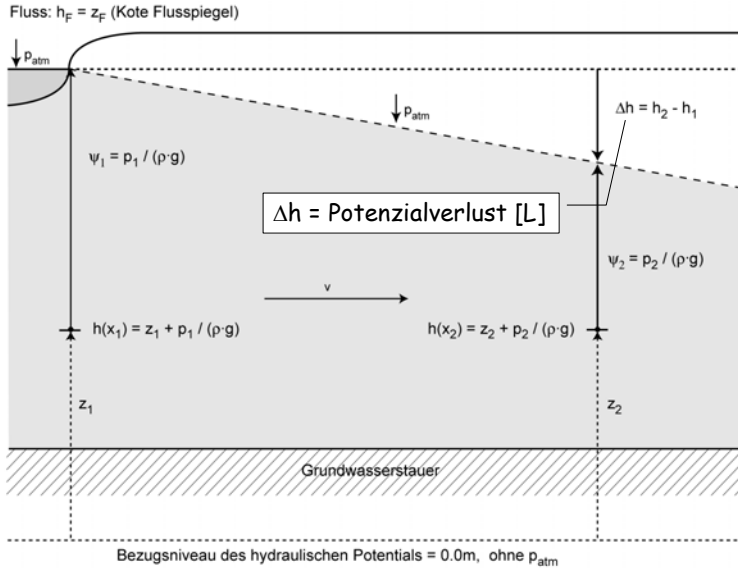
Begriffe und Einheiten

Parameter	Symbol	Système International†	
		Dimension	Units
Hydraulisches <u>Potenzial</u>	Hydraulic head	h	$[L]$ m
Druckpotenzial	Pressure head	ψ	$[L]$ m
Lagepotenzial	Elevation head	z	$[L]$ m
Druck	Fluid pressure	p	$[M/LT^2]$ N/m ² or Pa
Fluid- <u>Potenzial</u>	Fluid potential	Φ	$[L^2/T^2]$ m ² /s ²
Dichte	Mass density	ρ	$[M/L^3]$ kg/m ³
Wichte	Weight density	γ	—
spezifischer Durchfluss	Specific discharge	v	$[L/T]$ m/s
Hydraulische Leitfähigkeit	Hydraulic conductivity	K	$[L/T]$ m/s

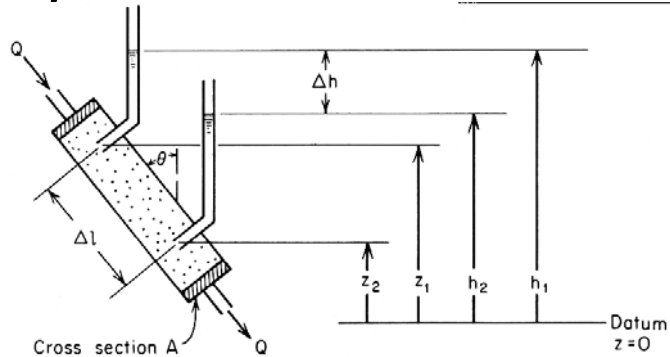
Hydrostatische Bedingungen



Potenzialverlust



Hydraulischer Gradient

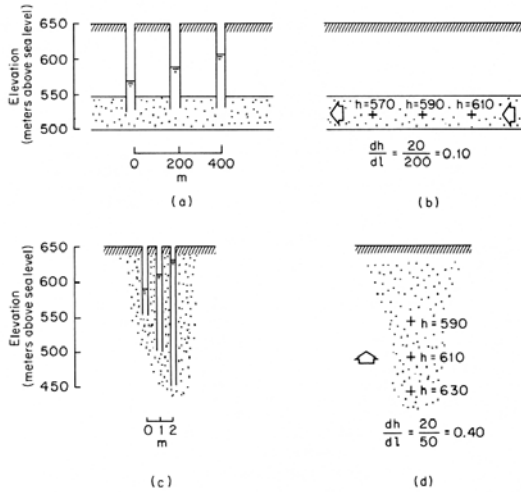


$\frac{\Delta h}{\Delta l}$ Hydraulischer Gradient

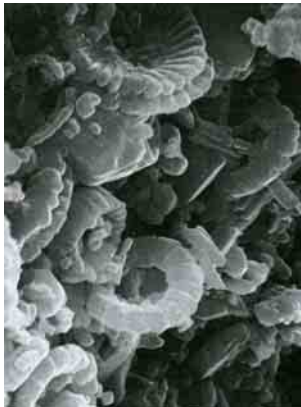
- ist ein Vektor
- zeigt streng genommen in Richtung zunehmender Potenziale \rightarrow Minus-Zeichen

$$Q = -KA \frac{\Delta h}{\Delta l}$$

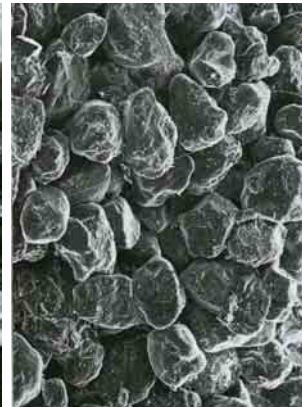
Beispiele hydraulischer Gradienten



Erscheinungsformen der Porosität (1)



5 μm
Kreide



1 mm
Permischer Sandstein



Kalk-Oolith

Erscheinungsformen der Porosität (2)

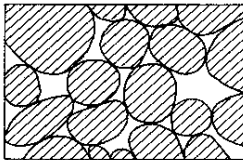


5 cm
Riff-Karbonat

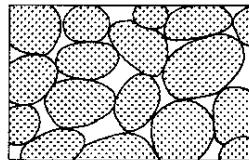


Lockergestein

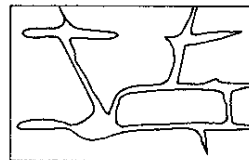
Porosität und Textur



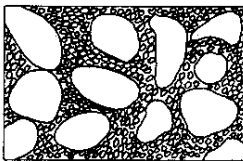
(a)



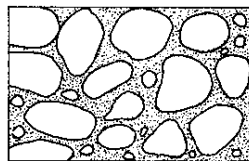
(c)



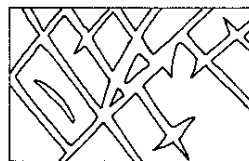
(e)



(b)



(d)

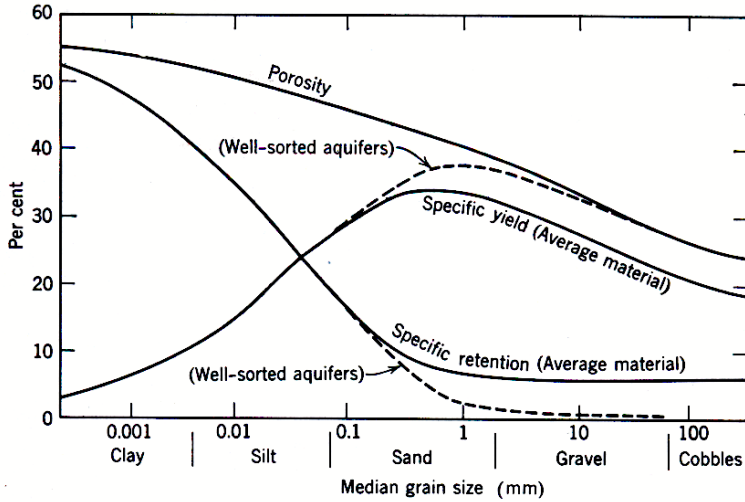


(f)

a) Gut sortiertes Sediment, b) schlecht sortiertes Sediment, c) wie a, jedoch mit Intrapartikel-Porosität, d) nachträglich durch Zementation verringerter Porenraum, e) Karsthohlräume, f) Klufthohlräume

Primäre und sekundäre Porosität und Durchlässigkeit

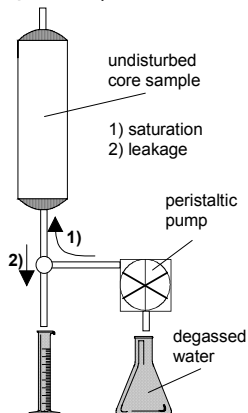
Definitionen der Porosität



Nutzbare Porosität n' = totale Porosität - Haftwasser, dead-end-Poren etc.

Bestimmung im Labor

Leerlaufversuch:



(Herfort, 2000)

Ofentrocknung:

$$n = \frac{V_v}{V_t} = \frac{m_w \rho_w}{V_t}$$

V_v, V_t = void / total volume

m_w, ρ_w = Masse / Dichte des verdunsteten Wassers

Wägung:

$$n = 1 - \frac{\rho_b}{\rho_s}$$

ρ_b = bulk density (Trockenraumdichte)

ρ_s = solid phase density (Feststoffdichte)

Orientierungswerte n_+

Lockergesteine	n [%]
Kies	25-40
Sand	25-50
Silt/Schluff	35-50
Ton	40-70
Festgesteine	
geklüfteter Basalt	5-50
verkarsteter Kalk	5-50
Sandstein	5-30
Kalkstein, Dolomit	0-20
Tonschiefer	0-10
geklüftete Kristallingesteine	0-10
dichte, ungeklüftete Kristallingesteine	0-5

K, k, T

$$Q = -KA \frac{\Delta h}{\Delta l}$$

K: Hydraulische Leitfähigkeit (m/s), enthält Eigenschaften des Gesteins und des Wassers

$$K = k \frac{\rho g}{\mu}$$

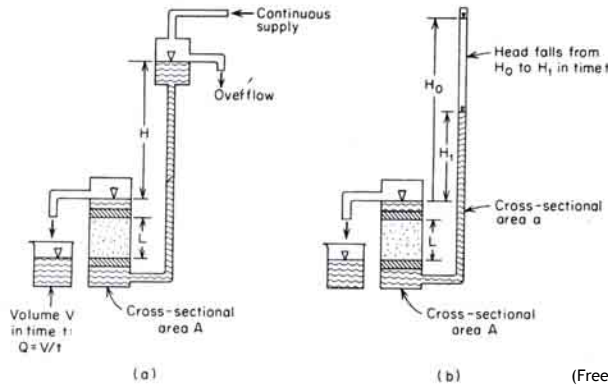
k: Permeabilität (m²), enthält nur Eigenschaften des Gesteins, ist unabhängig vom Fluid (z.B. Öl, Gas)

$$T = K \cdot M$$

T: Transmissivität [m²/s], Durchlässigkeit eines Aquifers in seiner gesamten Mächtigkeit M, wird v.a. bei regionaler Betrachtung und 2D-Strömung angewandt

1 Darcy = 1x10⁻¹² m², ca. 1x10⁻⁵ m/s für Wasser

Laborversuche: Permeameter, (K)



(a) Konstantes Potenzial

$$K = \frac{QL}{AH}$$

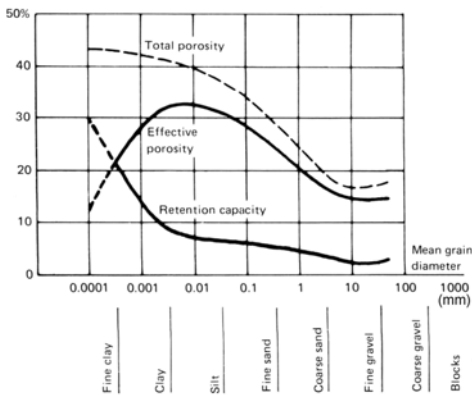
(b) Fallendes Potenzial

$$K = \frac{aL}{At} \ln\left(\frac{H_0}{H_1}\right)$$

(Freeze & Cherry, 1979)

Beispiele empirischer Beziehungen für K und n

$k = \frac{Ne^3}{12}$ gilt für parallele Kluftschär
e = Öffnungsweite der Klüfte,

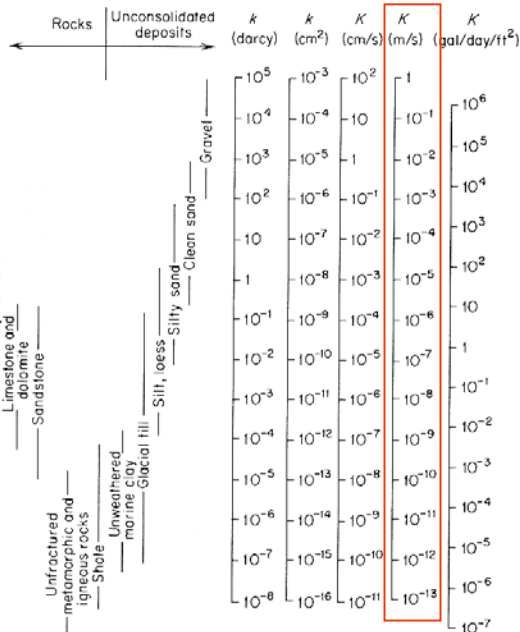
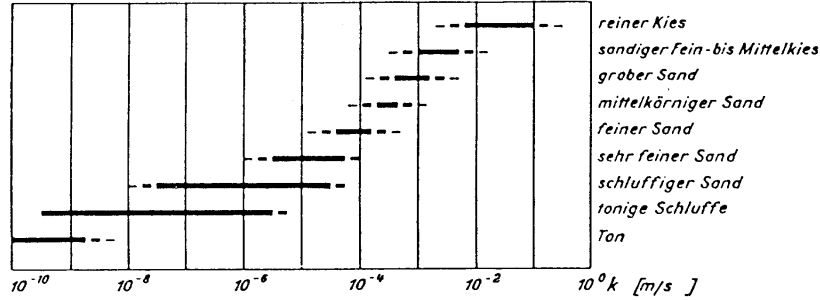


(de Marsily, 1986)

Source	Equation
Hazen (1911)	$K = Cd_{10}^2$
Hardeman et al. (1963)	$k = (6.54 \times 10^{-3})d_{10}^2$
Krumbein and Monk (1943)	$k = 760 d_{10}^{2.310}$
Kozeny (1927)	$k = Cn^3/S^2$
Kozeny-Carmen Bear (1972)	$K = \left(\frac{\rho_w g}{\mu}\right) \frac{n^3}{(1-n)^2} \left(\frac{d_m^2}{180}\right)$

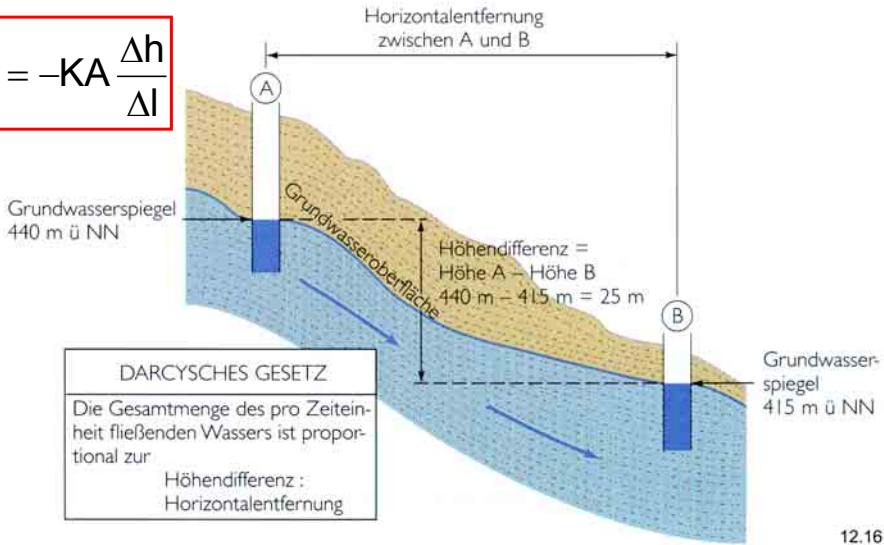
(Domenico & Schwartz, 1998)

Bezeichnung	K-Wert (m/s)
Sehr stark durchlässig	$> 10^{-2}$
Stark durchlässig	$10^{-2} - 10^{-4}$
Durchlässig	$10^{-4} - 10^{-6}$
Gering durchlässig	$10^{-6} - 10^{-8}$
Sehr gering durchlässig	$10^{-8} - 10^{-10}$
Praktisch undurchlässig	$< 10^{-10}$



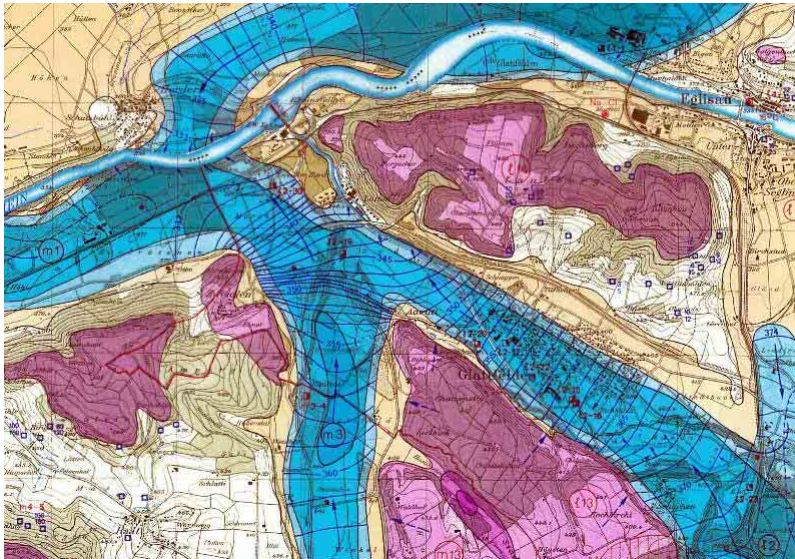
Anwendung Darcy

$$Q = -KA \frac{\Delta h}{\Delta l}$$

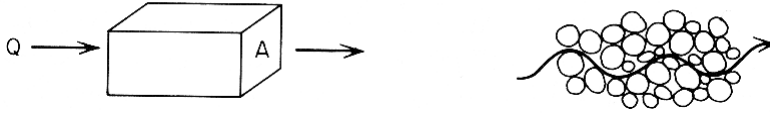


12.16

Grundwasserkarte



Geschwindigkeit



$$q = v_f = Q/A = K \Delta h / \Delta l =$$

Spezifischer Durchfluss = Darcy-Geschwindigkeit = Darcy-Fluss = Filtergeschwindigkeit

$$V_a = Q / A n_e =$$

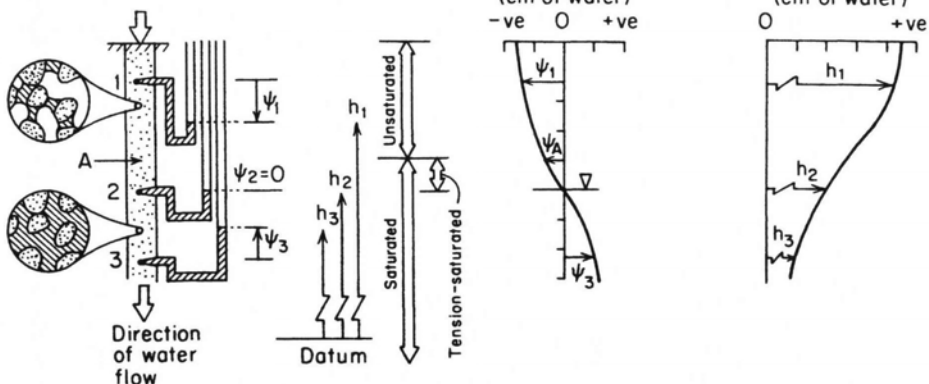
Abstandsgeschwindigkeit

$$V_b = ? =$$

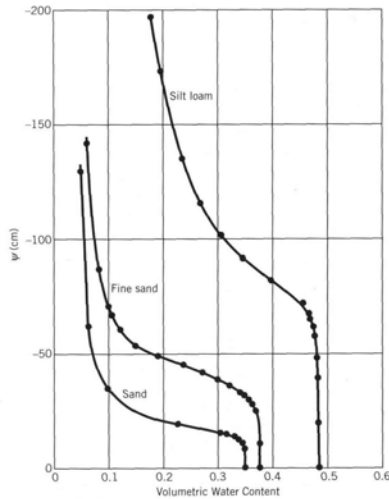
Bahngeschwindigkeit, kaum zu bestimmen

Potenziale in der ungesättigten Zone

$\psi < 0$ (Saugspannung)



Retentionskurve



(Domenico & Schwartz, 1998)

Wassergehalt θ ist eine Funktion des Druckpotenzials ψ

$$\theta = \theta_r + \frac{\theta_s - \theta_r}{(1 + |\alpha\psi|^n)^m}$$

(van Genuchten, 1980)

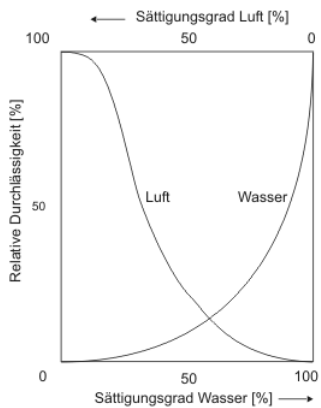
θ_r = Residualsättigung

θ_s = Wassergehalt bei vollständiger Sättigung = Gesamtporosität

ψ = Druckpotenzial

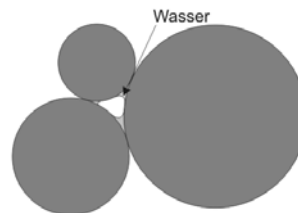
α , m , n = empirische Konstanten (Fit-Parameter)

Relative Durchlässigkeit



(Mull & Holländer, 2002)

$$K_r = \frac{K_{\text{aktuell}}}{K_{\text{gesättigt}}}$$

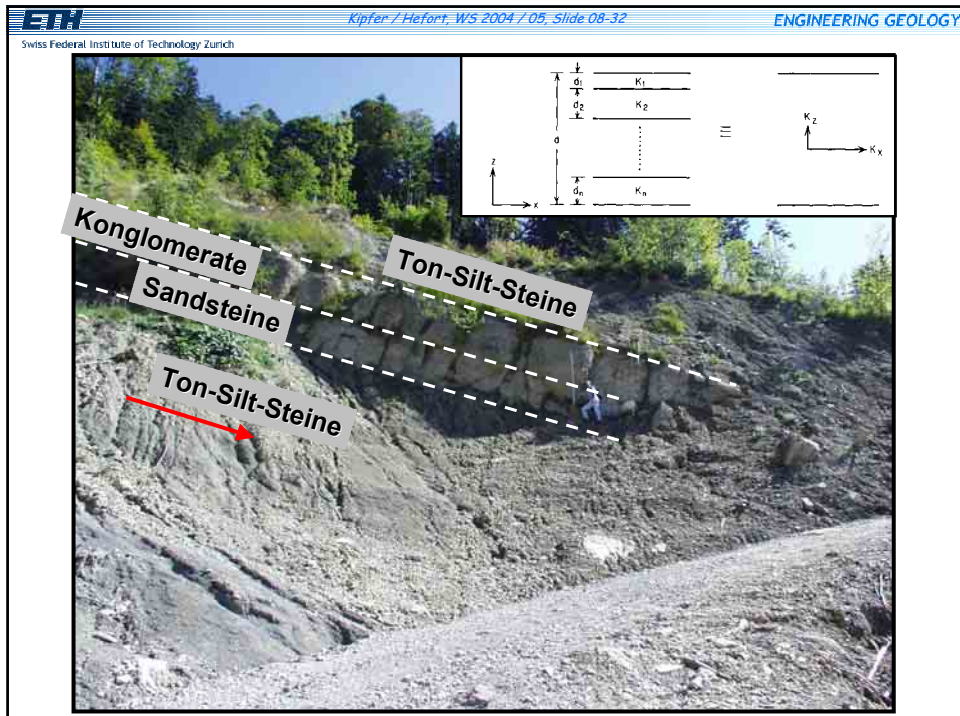


(Mull & Holländer, 2002)

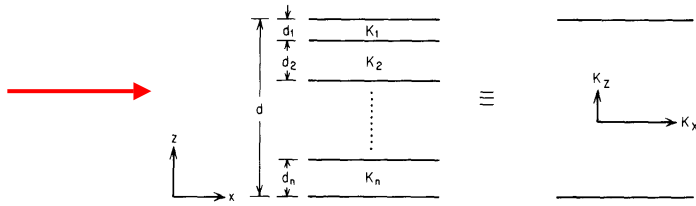
Hydraulische Durchlässigkeit ist eine Funktion des Wassergehalts θ

Die ungesättigte Bodenzone

- o Liegt oberhalb des Grundwasserspiegels und oberhalb des Kapillarsaums
- o Poren sind nur teilweise mit Wasser gefüllt, $\theta < n$
- o Boden trocknet nicht vollständig aus (Residualsättigung S_r)
- o Wasserdruck ist kleiner als Atmosphärendruck ($\psi < 0$)
- o Messung des Wasserdrucks mit Tensiometer möglich
- o Hydraulische Leitfähigkeit und Druckpotenzial sind Funktionen des Wassergehalts
- o Kein Ausfluss in die Atmosphäre möglich (Quellen, freie Sickerflächen, Bohrungen)

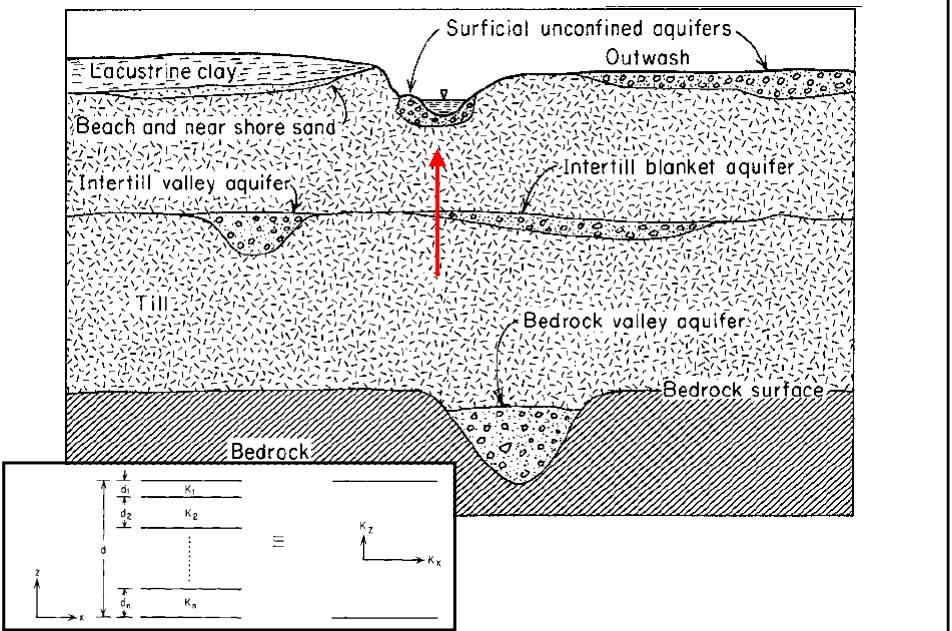


Anisotropie (1)

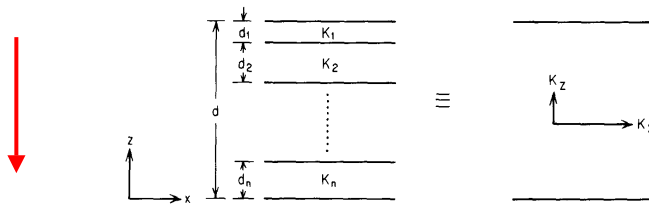


$$\frac{Q}{A} = K_x \frac{\Delta h}{\Delta l} = \frac{\sum_{i=1}^n Q_i}{d} = \frac{1}{d} \sum_{i=1}^n K_i d_i \frac{\Delta h}{\Delta l}$$

$$\Rightarrow K_x = \sum_{i=1}^n \frac{K_i d_i}{d}$$



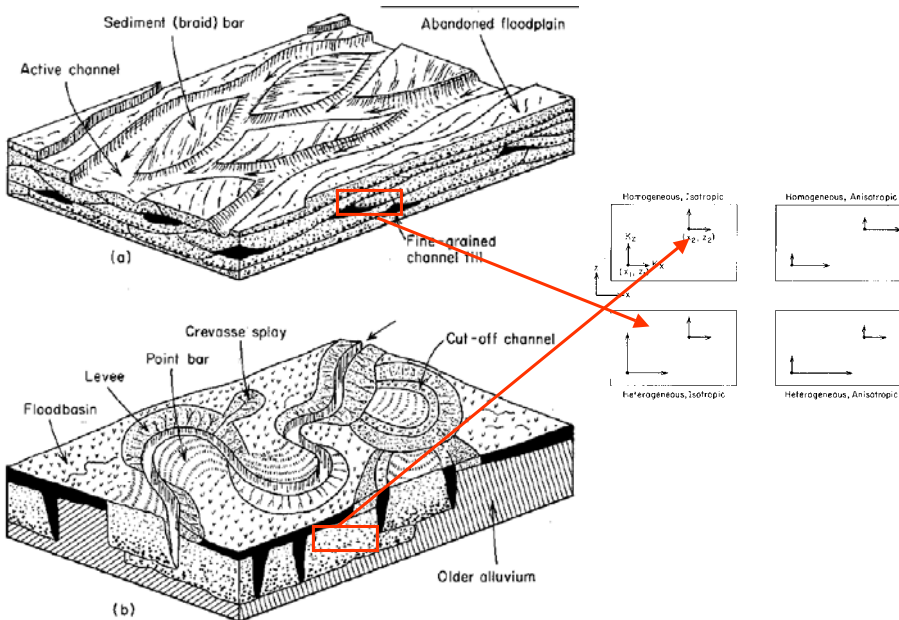
Anisotropie (2)

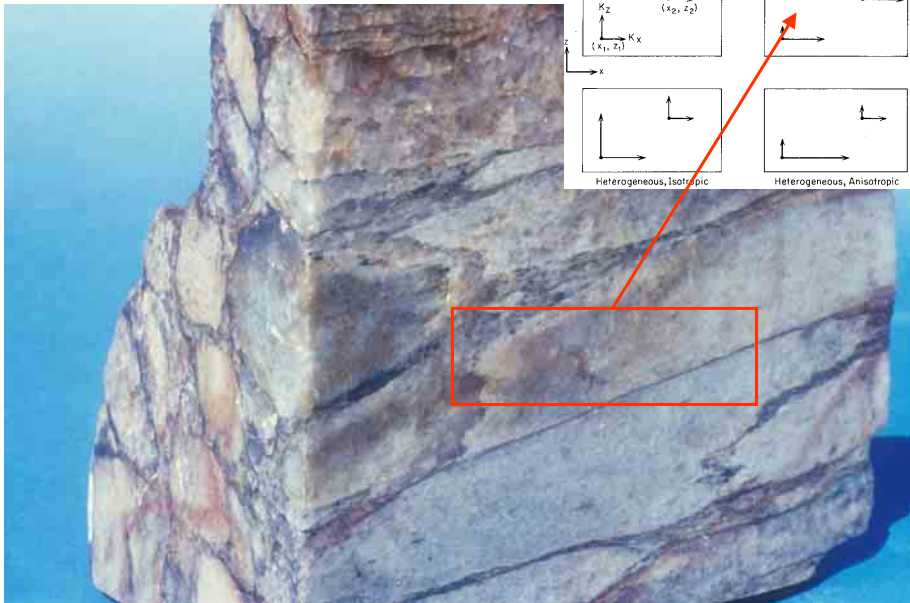
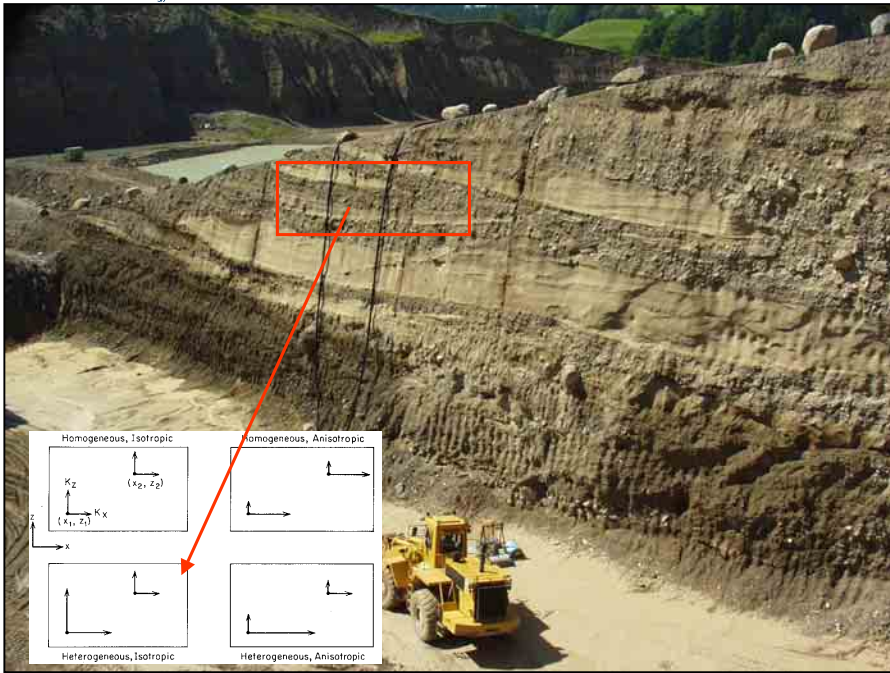


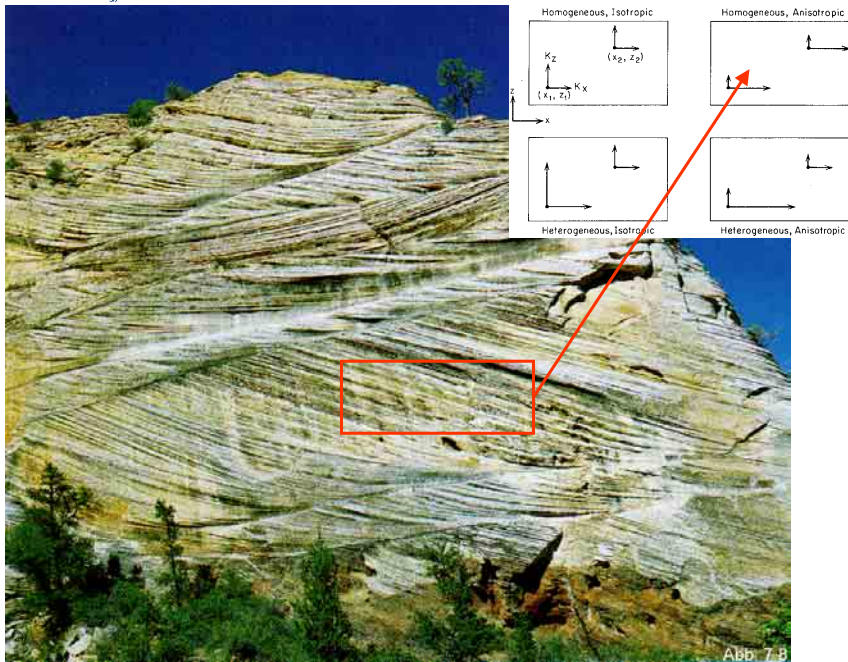
$$Q = Q_1 = \dots = Q_n \Leftrightarrow K_z \frac{\Delta h}{d} = K_1 \frac{\Delta h_n}{d_1} = \dots = K_n \frac{\Delta h_n}{d_n}$$

$$\Rightarrow K_z = \frac{d}{\sum_{i=1}^n \frac{d_i}{K_i}}$$

In anisotropien Medien ist stets $k_z < k_x$







Wichtige Begriffe

hydraulic head	hydraulisches Potenzial (m)	gesättigte und ungesättigte Zone
elevation head	Lagepotenzial, z (m)	
pressure head	Druckpotenzial, ψ (m)	
groundwater level	Grundwasserspiegel (m)	Fläche, auf der gilt: $\psi = 0$
fluid potential	Fluidpotenzial, Φ (m^2/s^2)	In der Hydrogeologie weniger gebräuchlich
piezometric head	Grundwasserstand, (m)	z.B in einer Bohrung
hydraulic gradient	hydraulischer Gradient (-)	Vektor
head loss	Potenzialverlust (m)	
hydraulic conductivity	hydraulische Leitfähigkeit (m/s)	Tensor
permeability	Permeabilität (m^2) oder (D)	
transmissivity	Transmissivität (m^2/s)	