Inhaltsverzeichnis

1 Grundbegriffe

1.1 Zufallsvariable

$$X(\omega) = x$$

Eine Zufallsvariable X ist eine Funktion welche einem Elemetarereignis (ω) einen Zahlenwert x zuordnet. ω ist zufällig, nicht die Funktion X.

1.1.1 Standardabweichung/Varianz

Die Varianz beschreibt die Variabilität der Verteilung, die Standardabweichung deren Streuung (Skript S. 14)

$$\begin{aligned}
\underbrace{\sigma(X)}_{\text{Standardabweichung}} &= \sqrt{Var(X)} \\
\sigma(X)^2 &= \underbrace{Var(X)}_{\text{Varianz}}
\end{aligned}$$

$$Var(X) = \mathcal{E}\left((X - \mathcal{E}(X))^2\right)$$

1.1.2 Erwartungswert (Skript S. 14, S. 32)

$$\mathcal{E}[X] = \sum_{x \in W_x} xP(X = x) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)\,dx \qquad \text{mit } W_x = \text{Wertebereich von X}$$

1.1.3 Rechenregel (Skript S. 33)

$$\begin{aligned}
\mathcal{E}[a + bX] &= a + b\mathcal{E}[X] \\
Var(X) &= \mathcal{E}[X^2] - (\mathcal{E}[X])^2 \quad \text{stupides Einsetzen} \\
Var(a + bX) &= b^2 Var(X)
\end{aligned}$$

1.1.4 Arithmetische Mittel

diskret:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

1.2 Mengenlehre (Skript S. 10)

$$\begin{aligned} \text{Vereinigt:} &\quad \cup \\ \text{Durchschnitt/Schnittmenge:} &\quad \cap \end{aligned}$$

1.3 Quantil/Median (Skript S. 28)

empirische α-Quantil ist der Wert, bei dem $\alpha \cdot 100\%$ der Datenpunkte kleiner und $(1-\alpha)\cdot 100\%$ der Punkte grösser.
Werte ordnen:

$$x_1 \leq x_2 \leq \cdots \leq x_n$$

$$\alpha\text{-Quantil} = \begin{cases} \frac{1}{2}(x_{\alpha n} + x_{\alpha n+1}) & : \quad \alpha n \text{ ganze Zahl} \\ x_k & : \quad \text{sonst, mit } k = \text{ nächst grössere ganze Zahl von } \alpha n \end{cases}$$

Median (=50%-Quantil) ist der Wert $x_{n/2+1/2}$ (n ungerade) bzw. $(x_{n/2} + x_{n/2+1})/2$ (n gerade).

1.4 Normaler Wert

Definition: Ein normaler Wert ist höchstens 1.5 mal die Quartilsdifferenz von einem der beiden Quartile entfernt.

2 Verteilungen

2.1 Binominalverteilung ($X \sim Bin(n,p)$) (diskret) (Skript S. 13f)

$$X \sim Bin(n,p)$$

Mit $Y = 2$ Werte (a,b) $\mathcal{E}[Y] = aP(x=a) + bP(x=b)$

n	=	Anzahl Ereignisse
p	=	Wahrscheinlichkeit für das Eintreffen des Ereignisses
W	=	0,1

$$p_0[X = k] = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

$$p_0[X \leq c] = \sum_{k=0}^{c} \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \leq \alpha \stackrel{\text{i. a.}}{=} 0.05$$

Wertebereich ist beschränkt: $W = \{0, 1, 2, \ldots, n\}$, falls nicht beschränkt Poissonverteilung (siehe 2.3) nehmen.

2.1.1 Erwartungswert

$$\mathcal{E}[X] = np$$

2.1.2 Varianz (Skript S. 16)

$$Var(X) = np(1-p) \qquad \Rightarrow \qquad \sigma(X) = \sqrt{np(1-p)}$$

2.1.3 Binominalkoeffizienten („n Tief k“) (FS: S. 28)

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

2.1.4 Vertrauensintervall (Skript S. 24)

$$I[x,n] \approx \frac{x}{n} \pm 1.96\sqrt{\frac{x}{n}(1-\frac{x}{n})\frac{1}{n}} \qquad \Rightarrow \qquad \left[\frac{x}{n} - \cdots, \frac{x}{n} + \cdots\right]$$

Approximation mit Normalverteilung (oder auch Poissonverteilung siehe Skript S. 17)

2.2 Bernoulliverteilung ($X \sim Bernoulli(p)$) (diskret) (Skript S. 16)

$X \sim Bernoulli(p)$, Spezialfall der Binominalverteilung (nur 1 Ereignis).
$\mathcal{E} = 0 \cdot P[X = 0] + 1 \cdot P[X = 1] = p$

2.3 Poissonverteilung ($X \sim Poisson(n, p)$) (diskret) (Skript S. 17)

$$P[X = x] = e^{-\lambda}\frac{\lambda^x}{x!}$$

λ: Wert der Bekannt ist.
Falls der Wertebereich nicht wie bei der Binomial(n, p)-Verteilung (siehe 2.1) beschränkt ist, bietet sich für Zähldaten die Poissonverteilung an.
Plotten von $P(x)$ ergibt die Wahrscheinlichkeitsfunktion (Glockenkurve), $\sum_{x=0}^{\infty} P(x)$ (bzw. bis $2np$ da $P(> 2np) \approx 0$) die kumulative Verteilungsfunktion.
Mit $\lambda = np$ (falls n gross) kann die Binominalverteilung durch die Poissonverteilung approximiert werden.

2.3.1 Erwartungswert und Varianz

$$\mathcal{E}[X] = \lambda \qquad Var(X) = \lambda \qquad \sigma(X) = \sqrt{\lambda}$$

2.3.2 Vertrauensintervall

Approximation für zweiseitiges Vertrauensintervall (Konfidenzintervall) zum Niveau $1 - \alpha = 0.95$:

$I[x] \approx x \pm 1.96\sqrt{x}$	mit x Anzahl Ereignisse
$I_{Einzelmessung}[x] \approx I[x]/n$	Vertrauensintervall für eine Messung

Z. B. werden in $n = 5$ Messungen 1, 0, 2, 1, 3 Aspestfasern gefunden $\Rightarrow$ 7 Ergebnisse.

2.4 Stetige Zufallsvariablen (Skript S. 31)

Eine Zufallsvariable X heisst stetig, wenn deren Wertebereich W_X kontinuierlich ist. Wahrcheinlichkeitsverteilung kann nur noch für alle Intervalle angeben werden, mit der kumulativen Verteilungsfunktion $F(x) = P(X \leq x)$:

$$P(X \in (a, b]) = P(a < X \leq b) = F(b) - F(a)$$

2.4.1 Dichte (Skript S. 32)

Die Idee einer „Punkt“-Wahrscheinlichkeit $P(X = x)$ kann im Infinitesimalen auch für stetige Zufallsvariablen formuliert werden. Die (Wahrscheinlichkeits-)Dichte $f(.)$ ist die Ableitung der kumulativen Verteilungsfunktion $F(.)$ (Übung 5).
Es gilt:

1. $f(x) \geq 0 \quad \forall x$ (da F(.) monoton wachsend ist)
2. $P(a < X \leq b) = \int_a^b f(x)\,dx$
3. $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 1$ (wegen 2.)

2.5 Standardisieren (Skript S. 36f)

Eine stetige Zufallsvariable X kann immer linear transformiert werden, so dass $\mathcal{E} = 0$ und $Var = 1$:

$$g(x) = -\frac{\mathcal{E}(X)}{\sigma_X} + \frac{1}{\sigma_X}x \Rightarrow Z = g(X) = \frac{X - \mathcal{E}(X)}{\sigma_X}$$

Falls $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma)$ so ist $Z \sim \mathcal{N}(0, 1)$ (gültig bei Normalverteilung, im Allgemeinen nicht).

2.5.1 Kennzahlen von stetigen Verteilungen (Skript S. 32)

$$\mathcal{X} = \int_{\infty}^{\infty} xf(x)dx$$

$$Var(X) = \int_{\infty}^{\infty} (x - (\mathcal{E}(X))^2 f(x)dx = \mathcal{E}\left((X - \mathcal{E}(X))^2\right)$$

2.6 Uniforme Verteilung (stetig) (Skript S. 34)

Gleichmässige Verteilung, jeder Wert ist gleich wahrscheinlich. Da stetig Verteilung, ist die Wahrscheinlichkeit genau einen bestimmten Wert zu erhalten = 0.

2.7 Exponentialverteilung (Skript S. 34)

Abstände (meist Zeitdauer) zwischen Ereignissen. Beachte Anzahl Ausfälle ist in gegebenen (Zeit-) Abstand ist Poissonverteilt (2.3)
Dichte:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda \exp -\lambda x & : \quad \text{falls } x \geq 0 \\ 0 & : \quad \text{sonst} \end{cases}$$

kumulative Verteilungsfunktion:

$$F(x) = \begin{cases} 1 - \exp -\lambda x & : \quad \text{falls } x \geq 0 \\ 0 & : \quad \text{sonst} \end{cases}$$

2.7.1 Erwartungswert und Varianz

$$\mathcal{E} = \frac{1}{\lambda} \text{ bei } X \sim Exp(\lambda)$$

$$Var(X) = \frac{1}{\lambda^2} \qquad \sigma_X = \sqrt{Var(X)}$$

2.8 Normalverteilung (stetig) (Skript S. 35)

Normal-Verteilung ist die häufigste Verteilung für Messwerte.

2.8.1 Erwartungswert und Varianz

Für $\mathcal{N}(\mu, \sigma_X^2)$:

$$\mathcal{E}[X] = \mu$$

$$Var(X) = \sigma^2 \qquad \sigma_X = \sqrt{Var(X)}$$

2.8.2 Standardisierung

Falls $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma_X^2)$, so ist die standardisierte Zufallsvariable

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \sim \mathcal{N}(0, 1)$$

Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei $\mathcal{N}(\mu, \sigma_X^2)$
$X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma_X^2)$ und gesucht ist $P(X \leq c)$

$$P(X \leq c) = P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \leq \frac{c - \mu}{\sigma}\right) = P\left(Z \leq \Phi\left(\frac{c - \mu}{\sigma}\right)\right)$$

Quantil

$$\alpha\text{-Quantil} = (\Phi^{-1}(\alpha) + -\mu)\frac{1}{\sigma}$$

ACHTUNG Weiderspruch zu Beispiel auf Seite 37 im Skript.

2.8.3 Zentraler Grenzwertsatz (Skript S. 41)

$$\bar{X}_n \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma_X^2/n) \text{ falls } X_1, \ldots, X_n \text{ i.i.d} \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma_X^2)$$

$$\bar{X}_n \approx \mathcal{N}(\mu, \frac{\sigma_X^2}{n})$$

Approximation wird mit grösserem n besser, zudem ist sie auch besser je näher sie bei $\mathcal{N}(\mu, \sigma_X^2)$ liegt, ebenso gilt für die standardisierte Zufallsvariable:

$$\frac{\sqrt{n}(\bar{X}_n - \mu)}{\sigma_X} \approx \mathcal{N}(0, 1)$$

2.9 t-Verteilung (Skript S. 43) (stetig)

Langschwänziger als Normalverteilung.
Für $T \sim t_\nu$ (ν = degrees of freedom) gilt:

$$\mathcal{E}(T) = 0$$

$$Var(T) = \frac{\nu}{\nu - 2}$$

3 Statistischer Test

3.1 0-/A-Hypothese (Skript S. 20f)

H_0: $\mu = \mu_0$

Im Allgemeinen möchte man zeigen, dass man H_0 verwerfen kann (gewünschtes Ergebnis), kann H_0 nicht verworfen werden, kann nichts gezeigt/statistisch belegt werden.

H_A: $\mu \neq \mu_0$ (zweiseitig)
H_A: $\mu > \mu_0$ (einseitig nach oben)
H_A: $\mu < \mu_0$ (einseitig nach unten)

μ_0 = Wert der Bekannt ist z. B. Herstellerangabe, Wert der Erreicht werden soll,. . .
μ = Effektiver Wert, kennt nur das Orakel

3.2 Fehler 1. Art (Skript S. 22)

Fälschliches Verwerfen von H_0, obwohl H_0 richtig ist. Wird direkt mittels Signifikanzniveau α kontrolliert.

3.3 Fehler 2. Art (Skript S. 22)

Fälschliches Beibehalten von H_0, obwohl H_A richtig wäre. Die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler 2. Art wird grösser falls α kleiner gewählt wird.

3.3.1 Macht

$1-$ die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler 2. Art.

3.4 P-Wert (Skript S. 22f)

Der P-Wert ist definiert als das kleinste Signifikanzniveau, bei dem H_0 (gerade noch) verworfen wird.

3.5 (Punkt-) Schätzung (Skript S. 41)

Die (Punkt-) Schätzung für den Erwartungswert:

$$\hat{\mu} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$$

und die Varianz (empirische Standardabweichung $\hat{\sigma}_X^2$):

$$\sigma_X^2 = Var(X) = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2$$

3.6 z-Test für μ (Skript S. 42)

Modell: $X_1, \ldots, X_n$ i.i.d. (unabhängig, identisch verteilt) mit Verteilung $\mathcal{N}(\mu, \sigma_X^2)$.
Daten: $x_1, \ldots, x_n$ Realisierungen von $X_1, \ldots, X_n$
Beachte meist nur eine Realisierung (1 Versuch) $\Rightarrow n = 1$
Varianz: σ_X^2 bekannt.
$H_0 : \mu = \mu_0$
$H_A : \mu \neq \mu_0$ (oder $<$ bzw. $>$)

Teststatistik:

$$z = \frac{\sqrt{n}(\bar{x}_n - \mu_0)}{\sigma_X}$$

3.6.1 Verwerfungsbereich

$K = (-\infty, \mu_0 - \Phi^{-1}(1-\alpha/2)\sigma_X/\sqrt{n}] \cup [\mu_0 + \Phi^{-1}(1-\alpha/2)\sigma_X/\sqrt{n}, \infty)$
Verwerfe H_0, falls arithmetisches Mittel der Daten $\bar{x}_n \in K$
Zusammenfassend: verwerfe H_0 falls:

$$\begin{aligned}
|\frac{\sqrt{n}(\bar{x}_n - \mu_0)}{\sigma_X}| &> \Phi^{-1}(1-\alpha/2) \quad \text{bei } H_A : \mu \neq \mu_0 \\
\frac{\sqrt{n}(\bar{x}_n - \mu_0)}{\sigma_X} &< -\Phi^{-1}(1-\alpha) \quad \text{bei } H_A : \mu < \mu_0 \\
\frac{\sqrt{n}(\bar{x}_n - \mu_0)}{\sigma_X} &> \Phi^{-1}(1-\alpha) \quad \text{bei } H_A : \mu > \mu_0
\end{aligned}$$

3.6.2 Vertrauensintervall (Skript S. 45)

Diejenigen Werte μ bei denen der Test nicht verwirft:

$$\bar{x}_n \pm \Phi^{-1}(1-\alpha/2)\frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} \quad \text{falls } \sigma_x \text{ bekannt, sonst t-Test}$$

3.7 t-Test für μ(Skript S. 43)

Modell: $X_1, \ldots, X_n$ i.i.d. (unabhängig, identisch verteilt) mit Verteilung $\mathcal{N}(\mu, \sigma_X^2)$.
Daten: $x_1, \ldots, x_n$ Realisierungen von $X_1, \ldots, X_n$
Varianz (Schätzung):

$$\sigma_X^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X}_n)^2$$

$H_0 : \mu = \mu_0$
$H_A : \mu \neq \mu_0$ (oder $<$ bzw. $>$)
Teststatistik:

$$t = \frac{\sqrt{n}(\bar{x}_n - \mu_0)}{\hat{\sigma}_X}$$

und deren Verteilung unter der Nullhypothese H_0 ist: $T = \frac{\sqrt{n}(\bar{X}_n - \mu_0)}{\hat{\sigma}_X} \sim t_{n-1}$.

3.7.1 Verwerfungsbereich

$K = (-\infty, \mu_0 - t_{n-1,1-\alpha/2}\hat{\sigma_X}/\sqrt{n}] \cup [\mu_0 + t_{n-1,1-\alpha/2}\hat{\sigma_X}/\sqrt{n}, \infty)$
Verwerfe H_0, falls $t \in K$
Zusammenfassend: verwerfe H_0 falls:

$$\begin{aligned}
|t| = |\frac{\sqrt{n}(\bar{x}_n - \mu_0)}{\hat{\sigma}_X}| &> t_{n-1,1-\alpha/2} \quad \text{bei } H_A : \mu \neq \mu_0 \\
t = \frac{\sqrt{n}(\bar{x}_n - \mu_0)}{\hat{\sigma}_X} &< -t_{n-1,1-\alpha} \quad \text{bei } H_A : \mu < \mu_0 \\
t = \frac{\sqrt{n}(\bar{x}_n - \mu_0)}{\hat{\sigma}_X} &> t_{n-1,1-\alpha} \quad \text{bei } H_A : \mu > \mu_0
\end{aligned}$$

3.7.2 Vertrauensintervall (Skript S. 45)

$$\bar{x}_n \pm t_{n-1,1-\alpha/2}\frac{\hat{\sigma}_x}{\sqrt{n}} \quad \text{falls } \sigma_x \text{ unbekannt, sonst z-Test}$$

3.7.3 gepaart (Skript S. 48)

Bei der Analyse von gepaarten Vergleichen arbeitet man mit den Differenzen innerhalb der Paare:

$$u_i = x_i - y_i \qquad (i = 1, \dots, n)$$

Realisierungen von i.i.d. Zufallsvariablen $U_1, \dots, U_n$. Kein Unterschied: $\mathcal{E}[U_i] = 0$.

3.7.4 ungepaart (Skript S. 48, Serie 8 (1b))

$H_0 : \mu_X = \mu_Y$
$H_A : \mu_X \neq \mu_Y$ (oder $<$ bzw. $>$)
Teststatistik:

$$T = \frac{\bar{X}_n - \bar{Y}_m}{\sqrt{\left(\frac{1}{n} + \frac{1}{m}\right)\frac{1}{n+m-2}\left((n-1)s_x^2 + (m-1)s_y^2\right)}} = \frac{\bar{X}_n - \bar{Y}_m}{S_{pool}\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}}$$

bzw. falls $m = n$

$$T = \frac{\bar{X}_n - \bar{Y}_m}{\sqrt{\frac{1}{n}(s_x^2 + s_y^2)}}$$

mit $S_{pool} = \frac{1}{n+m-2}\left(\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X}_n)^2 + \sum_{i=1}^{m}(Y_i - \bar{Y}_m)^2\right)$ bzw. $s_{pool} = \sqrt{\frac{Var(X)+Var(Y)}{2}}$

3.7.5 Verwerfungsbereich

Zusammenfassend: verwerfe H_0 falls:

$$\begin{aligned}
|T| = \frac{|\bar{X}_n - \bar{Y}_m|}{S_{pool}\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}} &> t_{n+m-2,1-\alpha/2} \quad \text{bei } H_A : \mu_X \neq \mu_Y \\
T = \frac{\bar{X}_n - \bar{Y}_m}{S_{pool}\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}} &< -t_{n+m-2,1-\alpha} \quad \text{bei } H_A : \mu_X < \mu_Y \\
T = \frac{\bar{X}_n - \bar{Y}_m}{S_{pool}\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}} &> t_{n+m-2,1-\alpha} \quad \text{bei } H_A : \mu_X > \mu_Y
\end{aligned}$$

3.8 Test für μ bei nicht-normalverteilten Daten (Skript S. 45)

3.8.1 Vorzeichentest (Skript S. 46)

Modell: $(X_i)_{1\leq i\leq n}$ i.i.d. (unabhängig, identisch verteilt) mit Verteilung $X_i \sim F$ (F irgendeine Verteilung welche symetrisch ist) und Median $\widetilde{m}$.
$H_0 : \widetilde{m} = m_0 =$ bekannter Wert (z. B. Gerät misst richtig)
$H_A : \widetilde{m} \neq m_0$ (z. B. Gerät misst falsch)
Teststatistik K: Wieviele Werte liegen unter dem Median:

$$K := \#\{i | X_i < m_0\}$$

Unter H_0 ist $K \sim Bin(n, \frac{1}{2})$, wodurch mit der Fausregel:

$$I \approx \left[\frac{n}{2} - \sqrt{n}, \frac{n}{2} + \sqrt{n}\right]$$

das 5%-Vertrauensintervall folgt und draus wiederum der Verwerfungsbereich: $K = [0, n] \backslash I$.
Ohne Fausregel, die kumulative Verteilfunktion bis $\leq \alpha$ berechnen:

$$P[V = 0] + P[V = 1] + \cdots P[V = k] \leq \alpha \text{ mit } P[V = k] = \binom{n}{k} \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

ergibt den Verwerfungsbereich: $K = [0, c] \cup [n - k, n]$.

3.8.2 Wilcoxon-Test (Skript S. 47)

Kompromiss zwischen t-Test und Vorzeichentest. Setzt keine Normalverteilung voraus (wie t-Test) nützt die Daten jedoch besser aus wie ein Vorzeichentest (hat besser Macht als t-Test und Vorzeichentest).

4 Mehrere Variablen

Zur numerische Zusammenfassung der Abhängigkeit, der Daten von der Form: $(x_1, y_1), \ldots, (x_n, y_n)$, ist die empirische Korrelation r am gebräuchlichsten (nie r berechnen ohne ein Streudiagramm zu plotten). r ist eine dimensionslose Zahl zwischen -1, 1 (Vorzeichen: Richtung, Betrag: stärke des Zusammenhangs (0 = keiner)).

$$r = \frac{s_{xy}}{s_x s_y}, \qquad s_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_1 - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n - 1}$$

5 R

5.1 R-Output interpretieren (Vorlesungsnotizen 16.6.2005)

Regressionsmodell:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_1 i + \cdots + \beta_n x_j i + \epsilon_i, \qquad \epsilon_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$$

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> $\|t\|$)
(Intercept)	$\hat{\beta}_0$	$\widehat{s.e.}(\hat{\beta}_0)$	$\hat{\beta}_0 / \widehat{s.e.}(\hat{\beta}_0)$	P-Wert für $H_0 : \beta_0 = 0; H_A : \beta_0 \neq 0$
x	$\hat{\beta}_1$	$\widehat{s.e.}(\hat{\beta}_1)$	$\hat{\beta}_1 / \widehat{s.e.}(\hat{\beta}_1)$	P-Wert für $H_0 : \beta_1 = 0; H_A : \beta_1 \neq 0$

Residual standard error: $\hat{\sigma}$ on $n - 2$ (bzw. $n - (j + 1)$: $(j + 1)$ = Anzahl Variablen, hier β_0, β_1) degrees of freedom (df)
Multiple R-squared: ... (je besser, je näher bei 1), Adjusted R-squared: ...

5.1.1 Vertrauensintervall

$$\beta_j \pm t_{df, 1-\alpha} \cdot \text{Std. Error}$$

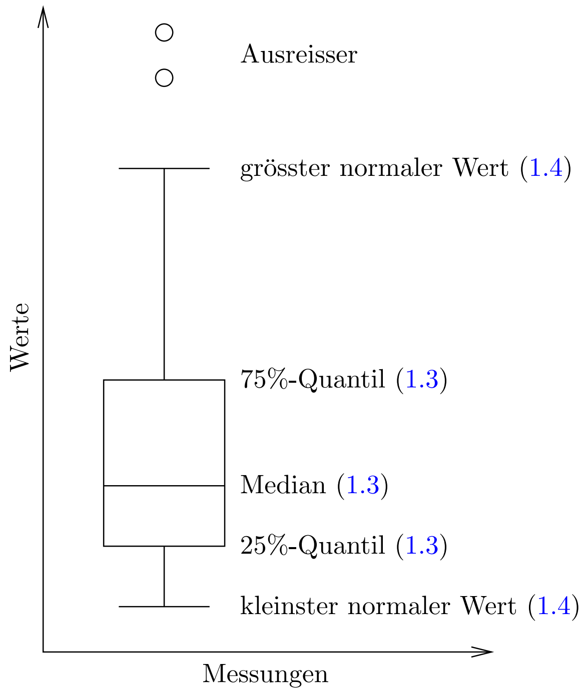
5.1.2 Residuenquadratsumme

$$\hat{\sigma}^2 \cdot \text{ degrees of freedom}$$

5.1.3 F-Test (F-statistic) (Skript S. 64)

P-Wert für
$H_0 : \beta_0 = \beta_1 = \cdots = \beta_{j+1} = 0$
H_A : mindestens ein $\beta_i \neq 0$ mit $i = \{0, \ldots, j\}$

5.2 Grafisch



Stichwortverzeichnis