UWIS, Testprüfung 1, „Lösung“

Thomas Kuster

19. Februar 2005

1 Schwimmendes Schiff (3 Punkte)

2 Kollision mit Känguruhs (3 Punkte)

3 Heisse Bremsen (5 Punkte)

4 Kühlbox (4 Punkte)

5 Akustische Interferenz (3 Punkte)

6 Optische Absorption eines Moleküls (2 Punkte)

Die harmonische Normalschwingung eines Moleküls hat eine Nullpunktenergie $E_0 = 0.3\text{eV}$. Bei welcher Wellenlänge λ (im Vakuum) absorbiert das Molekül bei Übergang $n = 2 \to n = 3$, wobei n die Vibrationsquantenzahl bedeutet?

Da ich keine Ahnung hatte und Divna einem gesagt hat die Aufgabe sei geschenkt, sie stehe im Tipler, schlägt man diese Bibel (2. Auflage Deutsch) einfach mal auf. Im Index steht Absorptionsspektren zweiatomiger Moleküle (S. 1208ff), dort geht dann weiter zur Gleichung (37.18):

$$E_{vib} = \left(v + \frac{1}{2}\right) h\nu, \qquad v = 0,\, 1,\, 2, \ldots$$

Nun heisst es mal nachdenken...

v ist unser n „Wir schreiben hier nicht n, sondern v...“, auch der nächste Satz hat ist wichtig „Interessant an den Schwingungsenergieniveaus ist, dass sie äquidistant sind,...“, also ist es egal ob von $n = 2 \to n = 3$, $n = 1 \to n = 2$ oder $n = 0 \to n = 1$. Setzen wir einmal ein was wir haben:

$$E_0 = \left(0 + \frac{1}{2}\right) h\nu \overset{\lambda = \frac{c}{\nu}}{=} \frac{1}{2} h \frac{c}{\lambda} \Rightarrow 2E_0 = h\frac{c}{\lambda} \tag{1}$$

Nun suchen wir noch die Differenz ΔE zwischen zwei Energieniveaus.

$$E_{n+1} - En = \Delta E = \left((n+1) + \frac{1}{2}\right) h\frac{c}{\lambda} - (n + \frac{1}{2})h\frac{c}{\lambda} =$$

$$\left[\left((n+1) + \frac{1}{2}\right) - \left(n + \frac{1}{2}\right)\right] h\frac{c}{\lambda} = \left[n + 1 + \frac{1}{2} - n - \frac{1}{2}\right] h\frac{c}{\lambda} =$$

$$h\frac{c}{\lambda} \tag{2}$$

Nun haben wir jedoch bei der Gleichung (1) $h\frac{c}{\lambda}$ bekommen, also setzen wir Gleichung (1) gleich mit Gleichung (2):

$$2E_0 = \Delta E = h\frac{c}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{2E_0} = \frac{6.626 \cdot 10^{-34}\text{Js } 2.998 \cdot 10^{8}\text{ms}^{-1}}{2 \cdot 0.3\text{eV } \cdot 1.602 \cdot 10^{-19}\text{J eV}^{-1}} =$$

$$2.067 \cdot 10^{-6}\text{m} = 2.07\mu\text{m}$$

Also im IR-Bereich.

7 Magnetische Sturm (3 Punkte)

Während eines magnetischen Sturmes, d. h. einer Schwankung des Erdmagnetfeldes, ausgelöst durch Vorgänge auf der Sonne, schwankt die senkrechte Komponente des Erdmagnetfeldes um 1% pro Minute ungefähr sinusförmig um ihren Mittelwert $B_\perp = 10^{-4}$T.

Wie gross ist die Amplitude U_0 der induzierten Spannung in einem Kabel, welches die Städte Paris, Warschau und Neapel geradlinig verbindet (Die Städte bilden ungefähr ein gleichseitiges Dreieck mit Seitenlänge $s = 1350$km)?

Wir gehen mal der Reihe nach und formulieren den ersten Satz mal mathematisch, das Erdmagnetfeld schwankt um 1% pro Minute ungefähr sinusförmig (also sinusförmig). Die Periode (T) ist eine Minute die Schwankung ist $p = 1\% = 0.01$ von gegebenen $B_\perp$.

$$B_\perp p \sin(\omega t) \overset{\omega=\frac{2\pi}{T}}{\Rightarrow} B_\perp p \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$$

Damit hätten wir die Schwankung, und durch Addition des Mittelwertes erhalten wir $B(t)$:

$$B(t) = B_\perp + B_\perp p \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right) = B_\perp \left(1 + p \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right)\right) \tag{3}$$

Nun kommen wir zur eigentlichen Aufgabe, die Phyik an der Aufgabe ist zu verstehen, dass ein magnetischer Fluss durch das Leiterdreieck existiert. Dies induziert bekanntlich eine Spannung U_{ind}, welche in der Aufgabe gesucht ist.

$$U_{ind} = -\frac{\Delta\Phi_m}{\Delta t} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\Phi_m \tag{4}$$

Nun fehlt Φ_m welches gegeben ist durch:

$$\Phi_m(t) = \int_A B \,\mathrm{d}A \overset{(3)}{=} \int_A B_\perp \left(1 + p \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right)\right) \mathrm{d}A$$

Da B von t abhängt tut die Φ_m natürlich auch, sieht hässlich aus. B hängt aber nicht von der Fläche ab, über die integriert wird (sondern nur von der Zeit), daher kann $B(t)$ als Konstante behandelt werden (vor das Integral schreiben):

$$\Phi_m(t) = B_\perp \left(1 + p \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right)\right) \int_A \mathrm{d}A$$

Nun setzten wir das in Gleichung (4) ein:

$$U_{ind}(t) = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} B_\perp \left(1 + p \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right)\right) \int_A \mathrm{d}A$$

Dies ist nun die die exakte Lösung, bei der U_{ind} von der Zeit abhängt, da das eingesetzte Φ_m ebenfalls von t abhängt. Diese lässt sich nun vereinfachen. Das Intergral ist über die Fläche der „Spule“ welche in unserem Fall eine Wicklung hat und durch das Leiterdreieck zwischen den Städten gebildet wird, somit müssen wir nur die Dreiecksfläche berechnen $A = \frac{s^2}{4}\sqrt{3}$ und anstelle des Integrals einsetzen.

$$U_{ind}(t) = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} B_\perp \left(1 + p\sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)\right)\frac{s^2}{4}\sqrt{3}$$

Anders schreiben:

$$U_{ind}(t) = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} B_\perp \frac{s^2}{4}\sqrt{3}\left(1 + p\sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)\right)$$

Nun leiten wird den Ausdruck nach t ab, da ein $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}$ vor dem Ausdruck steht:

$$U_{ind}(t) = B_\perp \frac{s^2}{4}\sqrt{3}\left(0 + p\frac{2\pi}{T}\cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right)\right) =$$

$$B_\perp \frac{s^2}{4}\sqrt{3}p\frac{2\pi}{T}\cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$$

Nach draussen schauen und sich nochmals überlegen was gesucht ist. Die grösse der Amplitude U_0, also setzen wir den $\cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) = 1$ (z. B. mit $t = 0$).

$$U_{ind}(0) = B_\perp \frac{s^2}{4}\sqrt{3}\,p\frac{2\pi}{T} = 10^{-4}\mathrm{T}\cdot\frac{1350000^2\mathrm{m}^2}{4}\cdot\sqrt{3}\cdot 0.01\cdot\frac{2\pi}{60\mathrm{s}} =$$

$$82641\frac{\mathrm{T}}{\mathrm{s}} \approx 83\mathrm{kV}$$

8 Lichtbrechnung (3 Punkte)

9 Der Versuch von Millikan (4 Punkte)