

UWIS, Physik II, Lösung Serie 3

Thomas Kuster

12. November 2004

1 Elektrostatische Kraft vs. Gravitationskraft

$$\begin{aligned}
m_p &= 1.67262158 \cdot 10^{-27} \text{ kg Masse Proton} \\
Q_p = e &= 1.602176462 \cdot 10^{-19} \text{ C Proton-, Elektron-, Elementarladung} \\
G &= 6.673 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \text{ Gravitationskonstante} \\
\epsilon_0 &= 8.85418782 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}}{\text{Vm}} \text{ Elektrische Feldkonstante} \\
r &= \text{Abstand der Protonen}
\end{aligned}$$

Gesucht ist $F_E : F_G$:

$$F_E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_p Q_p}{r^2} \quad (1)$$

$$F_G = -G \frac{m_p m_p}{r^2} \quad (2)$$

$$\begin{aligned}
(1) \ \& \ (2) \Rightarrow \frac{F_E}{F_G} = \frac{Q_p Q_p r^2}{4\pi\epsilon_0 (-G) m_p m_p r^2} = \frac{Q_p^2}{4\pi\epsilon_0 (-G) m_p^2} = \\
& - \frac{(1.602 \cdot 10^{-19})^2}{4 \cdot \pi \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \cdot 6.673 \cdot 10^{-11} \cdot (1.673 \cdot 10^{-27})^2} = -1.235 \cdot 10^{36} \\
\Rightarrow |F_E| &\approx 10^{36} \text{ mal grösser als } |F_G|!
\end{aligned}$$

2 Kondensator**2.1 C₁, Q und Überschusselektronen**

$$\begin{aligned}
d &= 0.003 \text{ m Plattenabstand} \\
U &= 9 \text{ V Spannung} \\
A &= 0.2 \cdot 0.5 = 0.1 \text{ m}^2 \text{ Plattenfläche}
\end{aligned}$$

$$C_1 = \epsilon_0 \frac{A}{d} = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}}{\text{Vm}} \frac{0.1 \text{ m}^2}{0.003 \text{ m}} = 2.951 \cdot 10^{-10} \text{ F}$$

$$Q_1 = C_1 U = 2.951 \cdot 10^{-10} \frac{\text{C}}{\text{V}} \cdot 9 \text{ V} = 2.656 \cdot 10^{-9} \text{ C}$$

$$n = \frac{Q_1}{e} = \frac{2.656 \cdot 10^{-9} \text{ C}}{1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 1658 \text{ Anzahl}$$

2.2 Dielektrizitätskonstante von Transformatoröl

$$\begin{aligned}
d &= 0.005 \text{ m Plattenabstand} \\
C_2 &= 2 \cdot 10^{-8} \text{ F Kapazität} \\
A &= 2 \cdot 2 = 4 \text{ m}^2 \text{ Plattenfläche}
\end{aligned}$$

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d} \Rightarrow \epsilon_r = \frac{C d}{A \epsilon_0} = \frac{2 \cdot 10^{-8} \frac{\text{C}}{\text{V}} 0.005 \text{ m}}{4 \text{ m}^2 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}}{\text{Vm}}} = 2.824 \cdot 10^{-10}$$

2.3 Feldenergie

$$\frac{1}{C_3} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad (3)$$

$$Q = C_3 U \quad (4)$$

$$E = \frac{1}{2} Q U \stackrel{(4)}{=} \frac{1}{2} C_3 U^2 \quad (5)$$

$$(3) \ \& \ (5) \Rightarrow E = \frac{1}{2} \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} U^2 =$$

$$\frac{1}{2} \frac{1}{\frac{1}{2.951 \cdot 10^{-10}} + \frac{1}{2 \cdot 10^{-8}}} 9^2 \frac{\text{C}}{\text{V}} = 1.161 \cdot 10^{-8} \text{ J}$$

3 ∞ langer Draht

d = Abstand Punktladung zum Draht

$\vec{r}$ = $\begin{pmatrix} d \\ -z \end{pmatrix}$ Abstand

r = $|\vec{r}| = \sqrt{d^2 + z^2}$

λ = Ladung/Länge

q_p = Punktladung

q_d = $dQ = \lambda dz$ Ladung auf Drahtstück dz

$\vec{F}$ = elektrostatische Kraft

$\vec{E}$ = elektrische Feldstärke

Ausdehnung Draht: in z-Richtung, Punktladung: in x-Richtung bei: $\begin{pmatrix} d \\ 0 \end{pmatrix}$.

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_p q_d}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} \quad (6)$$

$$d\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_d} \quad (7)$$

$$(8)$$

$$(6) \text{ mit } (7) \Rightarrow d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_d}{r^2} \frac{\begin{pmatrix} d \\ -z \end{pmatrix}}{r} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{dz}{r^3} \begin{pmatrix} d \\ -z \end{pmatrix}$$

Da der Draht in +z- und -z-Richtung gleich lang ist heben sich die z-Komponenten des Feldes auf.

$$dE_x = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{dz}{r^3} d = \frac{\lambda d}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^3} dz \Rightarrow E_x = \frac{\lambda d}{4\pi\epsilon_0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{r^3} dz$$

$$d = r \cos(\alpha) \Rightarrow \frac{1}{r} = \frac{\cos \alpha}{d} \quad (9)$$

$$dz = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \quad (10)$$

$$E_x \stackrel{(9) \& (10)}{=} \frac{\lambda d}{4\pi\epsilon_0} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^3 \alpha}{d^3} \frac{d}{\cos^2 \alpha} d\alpha = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 d} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos \alpha d\alpha =$$

$$\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 d} \left(\sin \alpha \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \right) = \frac{2\lambda}{4\pi\epsilon_0 d} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 d}$$

4 Millikan-Versuch

η = $1.836 \cdot 10^{-5} \frac{\text{N}}{\text{m}^2 \text{s}}$ Viskosität der Luft

ϱ_{Luft} = $3.556 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ Dichte

ϱ_{Oel} = $896 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ Dichte

v = $1.060 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}}{\text{s}}$ Fallgeschwindigkeit des Öltröpfchens

d = $1.6 \cdot 10^{-2} \text{m}$ Abstand der Platten

U = 3664V Spannung

4.1 Radius des Tröpfchens

$$0 = F_R + F_A - F_G \quad (11)$$

$$F_R = 6\pi\eta r v \quad (12)$$

$$F_A = \varrho_{Luft} V g \quad (13)$$

$$F_G = \varrho_{Oel} V g \quad (14)$$

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 \quad (15)$$

$$0 = F_E + F_A - F_G \quad (16)$$

$$E = \frac{U}{d} \quad (17)$$

$$F_E = Eq \stackrel{(17)}{=} \frac{U}{d} q \quad (18)$$

$$(11) \text{ bis } (14) \Rightarrow 0 = 6\pi\eta r v + \varrho_{Luft} V g - \varrho_{Oel} V g \stackrel{(15)}{=} 6\pi\eta r v + \frac{4}{3} \pi r^3 g (\varrho_{Luft} - \varrho_{Oel})$$

$$\Rightarrow -6\eta v = \frac{4}{3} r^2 g (\varrho_{Luft} - \varrho_{Oel}) \Rightarrow \frac{-3 \cdot 6\eta v}{4g(\varrho_{Luft} - \varrho_{Oel})} = r^2 \Rightarrow$$

$$r = \sqrt{\frac{-3 \cdot 6\eta v}{4g(\varrho_{Luft} - \varrho_{Oel})}} = \sqrt{\frac{-3 \cdot 6 \cdot 1.836 \cdot 10^{-5} \frac{\text{N}}{\text{m}^2 \text{s}} \cdot 1.060 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}}{\text{s}}}{4 \cdot 9.81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} (3.556 - 896 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3})}} = 1.000 \cdot 10^{-6} \text{m}$$

4.2 Ladung des Öltröpfchens

$$\begin{aligned}
 (16) \Rightarrow 0 &= F_E + F_A - F_G \stackrel{(11)}{=} \frac{U}{d}q + \frac{4}{3}\pi r^3 g(\varrho_{Luft} - \varrho_{Oel}) \\
 \Rightarrow q &= -\frac{d}{U} \frac{4}{3}\pi r^3 g(\varrho_{Luft} - \varrho_{Oel}) = \\
 -\frac{1.6 \cdot 10^{-2} \text{m}}{3664 \text{V}} \frac{4}{3} \pi (1.000 \cdot 10^{-6})^3 \text{m}^3 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (3.556 - 896 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}) &= \\
 1.6022 \cdot 10^{-19} \frac{\text{Nm}}{\text{V}} &= 1.6022 \cdot 10^{-19} \text{C}
 \end{aligned}$$

Nicht unterscheidbar von e innerhalb der signifikanten Stellen!