UWIS, Physik II, Lösung Serie 3

Thomas Kuster

12. November 2004

1 Elektrostatische Kraft vs. Gravitationskraft

$$
\begin{aligned}
m_p &= 1.67262158 \cdot 10^{-27}\text{kg Masse Proton} \\
Q_p = e &= 1.602176462 \cdot 10^{-19}\text{C Proton-, Elektron-, Elementarladung} \\
G &= 6.673 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \text{Gravitationskonstante} \\
\epsilon_0 &= 8.85418782 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}}{\text{Vm}} \text{ Elektrische Feldkonstante} \\
r &= \text{Abstand der Protonen}
\end{aligned}
$$

Gesucht ist $F_E : F_G$:

$$
\begin{aligned}
F_E &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_p Q_p}{r^2} \qquad (1) \\
F_G &= -G \frac{m_p m_p}{r^2} \qquad (2)
\end{aligned}
$$

$$
(1)\ \&\ (2) \Rightarrow \frac{F_E}{F_G} = \frac{Q_p Q_p r^2}{4\pi\epsilon_0(-G) m_p m_p r^2} = \frac{Q_p^2}{4\pi\epsilon_0(-G) m_p^2} =
$$

$$
-\frac{(1.602 \cdot 10^{-19})^2}{4 \cdot \pi \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \cdot 6.673 \cdot 10^{-11} \cdot (1.673 \cdot 10^{-27})^2} = -1.235 \cdot 10^{36}
$$

$\Rightarrow |F_E| \approx 10^{36}$ mal grösser als $|F_G|$!

2 Kondensator

2.1 C_1, Q und Überschusselektronen

$$
\begin{aligned}
d &= 0.003\text{m Plattenabstand} \\
U &= 9\text{V Spannung} \\
A &= 0.2 \cdot 0.5 = 0.1\text{m}^2 \text{ Plattenfläche}
\end{aligned}
$$

$$C_1 = \epsilon_0 \frac{A}{d} = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{Vm}} \frac{0.1\mathrm{m}^2}{0.003\mathrm{m}} = 2.951 \cdot 10^{-10}\mathrm{F}$$

$$Q_1 = C_1 U = 2.951 \cdot 10^{-10} \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{V}} \cdot 9\mathrm{V} = 2.656 \cdot 10^{-9}\mathrm{C}$$

$$n = \frac{Q_1}{\epsilon} = \frac{2.656 \cdot 10^{-9}\mathrm{C}}{1.602 \cdot 10^{-19}\mathrm{C}} = 1658 \text{ Anzahl}$$

2.2 Dielektrizitätskonstante von Transformatoröl

$$\begin{aligned} d &= 0.005\mathrm{m} \text{ Plattenabstand} \\ C_2 &= 2 \cdot 10^{-8}\mathrm{F} \text{ Kapazität} \\ A &= 2 \cdot 2 = 4\mathrm{m}^2 \text{ Plattenfläche} \end{aligned}$$

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d} \Rightarrow \epsilon_r = \frac{Cd}{A\epsilon_0} = \frac{2 \cdot 10^{-8} \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{V}} 0.005\mathrm{m}}{4\mathrm{m}^2 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{Vm}}} = 2.824 \cdot 10^{-10}$$

2.3 Feldenergie

$$\frac{1}{C_3} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \tag{3}$$

$$Q = C_3 U \tag{4}$$

$$E = \frac{1}{2} Q U \overset{(4)}{=} \frac{1}{2} C_3 U^2 \tag{5}$$

$$(3) \;\&\; (5) \Rightarrow E = \frac{1}{2} \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} U^2 =$$

$$\frac{1}{2} \frac{1}{\frac{1}{2.951 \cdot 10^{-10}} + \frac{1}{2 \cdot 10^{-8}}} 9^2 \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{V}} \mathrm{V}^2 = 1.161 \cdot 10^{-8}\mathrm{J}$$

3 ∞ langer Draht

$$
\begin{aligned}
d &= \text{Abstand Punktladung zum Draht} \\
\vec{r} &= \begin{pmatrix} d \\ -z \end{pmatrix} \text{ Abstand} \\
r &= |\vec{r}| = \sqrt{d^2 + z^2} \\
\lambda &= \text{Ladung/Länge} \\
q_p &= \text{Punktladung} \\
q_d &= dQ = \lambda dz \text{ Ladung auf Drahtstück } dz \\
\vec{F} &= \text{elektrostatische Kraft} \\
\vec{E} &= \text{elektrische Feldstärke}
\end{aligned}
$$

Ausdehnung Draht: in z-Richtung, Punktladung: in x-Richtung bei: $\begin{pmatrix} d \\ 0 \end{pmatrix}$.

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_p q_d}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} \tag{6}$$

$$d\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_d} \tag{7}$$

$$\tag{8}$$

$$(6) \text{ mit } (7) \Rightarrow d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_d}{r^2} \frac{\begin{pmatrix} d \\ -z \end{pmatrix}}{r} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{dz}{r^3} \begin{pmatrix} d \\ -z \end{pmatrix}$$

Da der Draht in +z- und -z-Richtung gleich lang ist heben sich die z-Komponenten des Feldes auf.

$$dE_x = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{dz}{r^3} d = \frac{\lambda d}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^3} dz \Rightarrow E_x = \frac{\lambda d}{4\pi\epsilon_0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{r^3} dz$$

$$d = r\cos(\alpha) \Rightarrow \frac{1}{r} = \frac{\cos\alpha}{d} \tag{9}$$

$$dz = \frac{1}{\cos^2\alpha} \tag{10}$$

$$E_x \overset{(9)\ \&\ (10)}{=} \frac{\lambda d}{4\pi\epsilon_0} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^3\alpha}{d^3} \frac{d}{\cos^2\alpha} d\alpha = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 d} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos\alpha d\alpha =$$

$$\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 d} \left(\sin\alpha|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \right) = \frac{2\lambda}{4\pi\epsilon_0 d} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 d}$$

4 Millikan-Versuch

$$\begin{aligned}
\eta &= 1.836 \cdot 10^{-5}\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}\mathrm{s} \text{ Viskosität der Luft} \\
\varrho_{Luft} &= 3.556\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \text{ Dichte} \\
\varrho_{Oel} &= 896\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \text{ Dichte} \\
v &= 1.060 \cdot 10^{-4}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \text{ Fallgeschwindigkeit des Öltröpfchens} \\
d &= 1.6 \cdot 10^{-2}\mathrm{m} \text{ Abstand der Platten} \\
U &= 3664\mathrm{V} \text{ Spannung}
\end{aligned}$$

4.1 Radius des Tröpfchens

$$0 = F_R + F_A - F_G \tag{11}$$
$$F_R = 6\pi\eta r v \tag{12}$$
$$F_A = \varrho_{Luft} V g \tag{13}$$
$$F_G = \varrho_{Oel} V g \tag{14}$$
$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \tag{15}$$
$$0 = F_E + F_A - F_G \tag{16}$$
$$E = \frac{U}{d} \tag{17}$$
$$F_E = Eq \overset{(17)}{=} \frac{U}{d}q \tag{18}$$

(11) bis (14) $\Rightarrow 0 = 6\pi\eta r v + \varrho_{Luft}Vg - \varrho_{Oel}Vg \overset{(15)}{=} 6\pi\eta r v + \frac{4}{3}\pi r^3 g(\varrho_{Luft} - \varrho_{Oel})$

$$\Rightarrow -6\eta v = \frac{4}{3}r^2 g(\varrho_{Luft} - \varrho_{Oel}) \Rightarrow \frac{-3 \cdot 6\eta v}{4g(\varrho_{Luft} - \varrho_{Oel})} = r^2 \Rightarrow$$

$$r = \sqrt{\frac{-3 \cdot 6\eta v}{4g(\varrho_{Luft} - \varrho_{Oel})}} = \sqrt{\frac{-3 \cdot 6 \cdot 1.836 \cdot 10^{-5}\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}\mathrm{s} \cdot 1.060 \cdot 10^{-4}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{4 \cdot 9.81\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}(3.556 - 896\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3})}} =$$

$$1.000 \cdot 10^{-6}\mathrm{m}$$

4.2 Ladung des Öltröpfchens

$$(16) \Rightarrow 0 = F_E + F_A - F_G \stackrel{(11)}{=} \frac{U}{d}q + \frac{4}{3}\pi r^3 g(\varrho_{Luft} - \varrho_{Oel})$$

$$\Rightarrow q = -\frac{d}{U}\frac{4}{3}\pi r^3 g(\varrho_{Luft} - \varrho_{Oel}) =$$

$$-\frac{1.6 \cdot 10^{-2}\mathrm{m}}{3664\mathrm{V}}\frac{4}{3}\pi(1.000 \cdot 10^{-6})^3\mathrm{m}^3 \cdot 9.81\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot (3.556 - 896\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}) =$$

$$1.6022 \cdot 10^{-19}\frac{\mathrm{Nm}}{\mathrm{V}} = 1.6022 \cdot 10^{-19}\mathrm{C}$$

Nicht unterscheidbar von e innerhalb der signifikanten Stellen!