UWIS, Physik, Lösung Serie 9

Thomas Kuster

14. Juni 2004

1 Zürichsee

$$
\begin{aligned}
A &= 67.2\mathrm{km}^2 \; = 67.2 \cdot 10^6\mathrm{m}^2 \text{ Seeoberfläche} \\
V &= 3305 \cdot 10^6\mathrm{m}^3 \text{ Seevolumen} \\
\lambda &= 207.0 \cdot 10^{-6}\mathrm{K}^{-1} \text{ Raumausdehnungskoeffizient} \\
\Delta T &= 5\mathrm{K} \\
\Delta V &= \text{ Volumenänderung m}^3 \\
\Delta h &= \text{ Anstieg des Wasserspiegels m}
\end{aligned}
$$

1.1 Anstieg des Wasserspiegels

$$
\begin{aligned}
V\lambda\Delta T &= \Delta V && (1) \\
\frac{\Delta V}{A} &= \Delta h && (2) \\
& && (3)
\end{aligned}
$$

$$
(2) \overset{(1)}{\Rightarrow} \frac{V\lambda\Delta T}{A} = \Delta h = \frac{3305 \cdot 10^6\mathrm{m}^3 \; 207 \cdot 10^{-6}\mathrm{K}^{-1} \; 5\mathrm{K}}{67.2 \cdot 10^6\mathrm{m}^2} = 5.1\mathrm{cm}
$$

1.2 Warum wird der Anstieg nicht festgestellt

Die Auswirkungen eines starken Regenfalls sind viel grösser: „Vom 2. bis am 4.5.2002 fallen am Beobachtungsort (nahe Zürich) 67.2mm Regen“, der See kann sich jedoch nie innerhalb von 2 Tagen um 5K erwärmen. Die Auswirkungen der Schneeschmelze werden ebenfalls viel grösser sein, zudem wird auch mehr abfliessen sobald der Pegel steigt.

2 Brunnen

$$\begin{aligned}
h_O &= 13\text{m Höhe der Wassersäule} \\
h_D &= 0\text{m Höhe der Düse} \\
h_P &= -3\text{m Höhe der Pumpe} \\
r_D &= 0.005\text{m Radius der Düse} \\
r_Z &= 0.01\text{m Radius Zuleitung}
\end{aligned}$$

Bernoulli:

$$k = \underbrace{p_O}_{0} + \frac{1}{2}\varrho \underbrace{v_O^2}_{0} + \varrho g h_O = \varrho g h_O \tag{4}$$

$$k = p_P + \frac{1}{2}\varrho v_P^2 + \varrho g h_P \tag{5}$$

$$(4)\ \&\ (5) \Rightarrow p_P = \varrho g h_O - \frac{1}{2}\varrho v_P^2 - \varrho g h_P \tag{6}$$

Energieerhaltung:

$$E = m g h_O + \frac{1}{2} m \underbrace{v_O^2}_{0} = m g h_O \tag{7}$$

$$E = m g \underbrace{h_D}_{0} + \frac{1}{2} m v_D^2 = \frac{1}{2} m v_D^2 \tag{8}$$

$$(7)\ \&\ (8) \Rightarrow m g h_O = \frac{1}{2} m v_D^2 \Rightarrow v_D^2 = 2 g h_O \tag{9}$$

Kontinuitätsgleichung:

$$v_P A_P = v_D A_D \Rightarrow v_P = \frac{v_D A_D}{A_P} \tag{10}$$

$$(6) \Rightarrow p_P = \varrho g h_O - \frac{1}{2}\varrho v_P^2 - \varrho g h_P \overset{(10)}{\Rightarrow} p_P = \varrho g h_O - \frac{1}{2}\varrho \frac{v_D^2 A_D^2}{A_P^2} - \varrho g h_P$$

$$\overset{(9)}{\Rightarrow} p_P = \varrho g h_O - \frac{1}{2}\varrho \frac{2 g h_O A_D^2}{A_P^2} - \varrho g h_P = \varrho g h_O - \varrho \frac{g h_O r_D^4 \pi^2}{r_P^4 \pi^2} - \varrho g h_P$$

$$= \varrho g \left(h_O - h_O \frac{r_D^4}{r_P^4} - h_P \right) = 139793\text{Pa} \approx 1.4\text{bar}$$

3 Erster Hauptsatz

$$\begin{aligned} h_O &= 13\text{m Fallhöhe} \\ \Delta T &= 3\text{K Temperaturänderung} \\ \gamma &= 4190\text{Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}\text{ spezifische Wärme von Wasser} \end{aligned}$$

3.1 Gefäss fällt

$$E_{Oben} = mgh_O + \frac{1}{2}m\underbrace{v_O^2}_{0} \tag{11}$$

$$E_{Unten} = mg\underbrace{h_O}_{0} + \frac{1}{2}m\underbrace{v_O^2}_{0} = 0 \tag{12}$$

$$(11)\ \&\ (12) \Rightarrow E_{frei} = mgh_O\text{Deformationsenergie} \tag{13}$$

Dies folgt auch aus der Deformationsenergie eines unelatischen Stoss

$$\frac{m_1m_2(v_1-v_2)^2}{2(m_1+m_2)} \overset{m_1<<m_2}{\Rightarrow} \frac{m_1m_2(v_1-v_2)^2}{2m_2} \overset{v_2=0}{=} \frac{m_1v_1^2}{2}$$

Die Deformationsenergie wird in Wärme ungewandelt da der Boden keine Energie aufnimmt kann sich nur das Wasser erwärmen.

3.2 Höhe h

$$\begin{aligned} E_{frei} = mgh_O &= \Delta T m\gamma \\ h_O &= \frac{\Delta T\gamma}{g} = \frac{3\cdot 4190}{9.81} = 1281\text{m} \end{aligned}$$

4 Ideales Gas

$$\begin{aligned} T_1 &= 293\text{K} \\ p_1 &= 1\text{bar} \\ V_1 &= 10^{-3}\text{m}^3 \end{aligned}$$

4.1 Druck

$$\begin{aligned} p_2 &= 100\text{bar} \\ T_1 &= T_2 = T \end{aligned}$$

$$p_1 V_1 = nRT \tag{14}$$
$$p_2 V_2 = nRT \tag{15}$$

$$(14)\ \&\ (15) \Rightarrow p_1V_1 = p_2V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{p_1V_1}{p_2} = \frac{10^5\text{pa } 10^{-3}\text{m}^3}{100 \cdot 10^5\text{pa}} = 10^{-4}\text{m}^3$$

4.2 Arbeit

$$\Delta W = -p\Delta V \Rightarrow W = -\int p\,dV \tag{16}$$
$$p_1V_1 = p_xV_x \Rightarrow p(V_x) = \frac{p_1V_1}{V_x} \tag{17}$$

$$(16)\ \&\ (17) \Rightarrow -\int p(V)\,dV = -\int \frac{p_1V_1}{V}\,dV = -p_1V_1 \ln(V)\Big|_{V_1}^{V_2} =$$
$$-1\text{bar} \cdot 10^{-3}\text{m}^3 \left(\ln(10^{-3} - 10^{-4})\right) = 701\text{J}$$

4.3 maximale Arbeit

Von p_1 nach p_2 mit dem Volumen V_1 (Rechteck):

$$\Rightarrow W = (p_2 - p_1)V_1 = (10^7\text{pa } - 10^5\text{pa})10^{-3}\text{m}^3 = 9.9\text{kJ}$$

5 Adiabatisch expandierende Luft

$$\begin{aligned} p_1 &= 2\text{bar } = 2 \cdot 10^5\text{pa} \\ V_1 &= 4\text{l } = 0.004\text{m}^3 \\ T_1 &= 20\text{C}^\circ = 293.15\text{K} \\ V_2 &= 2V_1 \\ \kappa &= 1.4 \end{aligned}$$

5.1 Enddruck

$$p_1V_1^\kappa = p_2V_2^\kappa \Rightarrow p_2 = \frac{p_1V_1^\kappa}{(2V_1)^\kappa} = p_1\left(\frac{1}{2}\right)^\kappa = 758\text{mbar}$$

5.2 Endtemperatur

$$T_1V_1^{\kappa-1} = T_2V_2^{\kappa-1} \Rightarrow T_2 = T_1\left(\frac{1}{2}\right) 222.16\text{K } = -51\text{C}^\circ$$

5.3 Arbeit