UWIS, Physik, Lösung Serie 8

Thomas Kuster

7. Juni 2004

1 Schiff

$$\begin{aligned} m_N &= \text{600t Masse Ladung (Netto)} \\ m_T &= \text{Masse Schiff (Tara)} \\ m_B &= \text{Masse Schiff und Ladung (Brutto)} \\ \varrho_M &= 1.03 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \text{ Dichte Meerwasser} \\ \varrho_S &= 1 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \text{ Dichte Süsswasser} \\ h_1 &= \text{Tiefgang im Meerwasser } (m_B)\text{, im Süsswasser } (m_T) \\ h_2 &= \text{Tiefgang im Süsswasser } (m_B) \\ A &= \text{Grundrissfläche Schiff} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_B &= A \cdot h_1 \cdot \varrho_M & (1) \\ m_B &= A \cdot h_2 \cdot \varrho_S & (2) \\ m_T &= A \cdot h_1 \cdot \varrho_S & (3) \\ m_B &= m_T + m_N & (4) \end{aligned}$$

Gesucht Bruttomasse des Schiffes m_B.

$$\begin{aligned} (1)\ m_B &= A \cdot h_1 \cdot \varrho_M \Rightarrow h_1 = \frac{m_B}{A \cdot \varrho_M} & (5) \\ (3)\ m_T &\overset{(5)}{=} A \frac{m_B}{A \cdot \varrho_M} \varrho_S \overset{(4)}{\Rightarrow} m_B - m_N = m_B \frac{\varrho_S}{\varrho_M} \Rightarrow 1 - \frac{m_N}{m_B} = \frac{\varrho_S}{\varrho_M} & (6) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{\varrho_S}{\varrho_M} = \frac{m_N}{m_B} \Rightarrow m_B = \frac{m_N}{1 - \frac{\varrho_S}{\varrho_M}}$$

$$m_B = \frac{m_N}{1 - \frac{\varrho_S}{\varrho_M}} = \frac{600000}{1 - \frac{1000}{1030}} = 2.06 \cdot 10^7 kg = 20600\text{t}$$

2 Hydrauliklift

$$\begin{aligned} r_1 &= 0.2\text{m} \\ r_2 &= 0.02\text{m} \\ m_1 &= 1500\text{kg} \end{aligned}$$

2.1 Kraft

Annahme: Hydrauliköl hat keine innere Reibung und keine Reibung am Kolben $\Rightarrow$ Druck bei 1 und 2 gleich

$$\begin{aligned} \text{Bei 1: } p &= \frac{F_1}{r_1^2 \pi} \\ \text{Bei 2: } p &= \frac{F_2}{r_2^2 \pi} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{F_1}{r_1^2 \pi} &= \frac{F_2}{r_2^2 \pi} & (7) \\ \frac{m_1 g}{r_1^2} &= \frac{F_2}{r_2^2} \text{ mit } F_1 = m_1 g & (8) \\ F_2 &= \frac{m_1 g r_2^2}{r_1^2} & (9) \\ F_2 &= \frac{1500 \cdot g \cdot 0.02^2}{0.2^2} = 1500\text{kg} \cdot g \cdot \frac{1}{100} = 15\text{kg} \cdot g = 147.15N & (10) \end{aligned}$$

2.2 Energieerhaltung

Die geleistete Arbeit muss bei beiden Kolben gleich sein. $\Rightarrow F_1 \cdot \Delta h_1 = W_1$ Arbeit am Kolben 1. Δh_1 entspricht einer Volumenänderung von $\Delta h_1 r_1^2 \pi$. Diese Volumenänderung führt zu einem Δh_2: $\frac{\Delta h_1 r_1^2 \pi}{r_2^2 \pi} = \Delta h_2$.

Nun lässt sich die Arbeit W_2 berechnen:

$$\begin{aligned} W_2 = F_2 \Delta h_2 = F_2 \frac{\Delta h_1 r_1^2}{r_2^2} &\overset{?}{=} F_1 \Delta h_1 = W_1 \\ \text{Mit (9) } W_2 = \frac{m_1 g r_2^2}{r_1^2} \frac{\Delta h_1 r_1^2}{r_2^2} &\overset{?}{=} F_1 \Delta h_1 \\ m_1 \cdot g &\overset{?}{=} F_1 \\ F_1 &= F_1 \quad \blacksquare \end{aligned}$$

3 Eis in Wasser: Auftrieb

$$\begin{aligned}
h_0 &= 0.2\text{m Wasserhöhe ohne Eis zugabe}\\
r &= 0.08\text{m Gefässdurchmesser}\\
s &= 0.11\text{m Kantenlänge des Eiswürfels}\\
\varrho_{Wasser} &= 1\cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\text{ Dichte Wasser}\\
\varrho_{Eis} &= 0.9179\cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\text{ Dichte Eis}\\
\Delta V &= \text{Eisvolumen welches unter Wasser ist}
\end{aligned}$$

3.1 Wasserhöhe

$$\begin{aligned}
\Delta V &= \frac{m_{Eis}}{\varrho_{Wasser}} && (11)\\
m_{Eis} &= s^3\cdot\varrho_{Eis} \overset{(11)}{\Rightarrow} \Delta V = \frac{s^3\cdot\varrho_{Eis}}{\varrho_{Wasser}} && (12)\\
\Delta h &= \frac{\Delta V}{r^2\pi} \overset{(12)}{\Rightarrow} \Delta h = \frac{s^3\cdot\varrho_{Eis}}{\varrho_{Wasser} r^2\pi} = \frac{0.11^3\cdot 917.9}{1000\cdot 0.08^2\pi} = 6.08\cdot 10^{-2} && (13)\\
&\Rightarrow h_1 = \Delta h + h_0 = 26\text{cm} && (14)
\end{aligned}$$

3.2 Spitze des Eisbergs

$$\frac{V_{Eis}-\Delta V}{s^2} \overset{(11)}{=} \frac{V_{Eis}\frac{m_{Eis}}{\varrho_{Wasser}}}{s^2} = \frac{s^3\frac{s^3\varrho_{Eis}}{\varrho_{Wasser}}}{s^2} = \frac{s^3(1-\frac{\varrho_{eis}}{\varrho_{Wasser}})}{s^2} = s(1-\frac{\varrho_{eis}}{\varrho_{Wasser}})$$

$$= 0.11(1-\frac{917.9}{1000} \approx 0.009\text{m} \Rightarrow h_{Eis}\approx 9\text{mm}$$

3.3 Auftrieb

$$\begin{aligned}
h_{Eis}s^2\varrho_{Wasser} &= 0.109\text{kg}\\
s^3\varrho_{Wasser} - s^3\varrho_{Eis} &= s^3(\varrho_{Wasser}-\varrho_{Eis}) = 0.109\text{kg}
\end{aligned}$$

$$\Rightarrow F = 0.109\text{kg}\cdot g = 1.072\text{N}$$

3.4 Eis ist geschmolzen

Gleich hoch wie in 3.1.

$$\frac{V_{Eis}\varrho_{Eis}}{\varrho_{Wasser}r^2\pi} = \frac{s^3\varrho_{Eis}}{\varrho_{Wasser}r^2\pi} = 6.08\cdot 10^{-2}\text{m} = \Delta h \qquad \blacksquare$$

4 Tröpfchen

$$\begin{aligned}
d &= 5.2\text{mm} = 5.2\cdot 10^{-3}\text{m}\\
V &= 0.115\text{cm} = 1.15\cdot 10^{-7}\text{m}^3\\
\sigma_{Wasser} &= 7.49\cdot 10^{-2}\frac{\text{N}}{\text{m}}\text{ Oberflächenspannung von Wasser}\\
\varrho &= 1\cdot 10^3\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\text{ Dichte Wasser}
\end{aligned}$$

4.1 Oberflächenspannung

$$\begin{aligned}
\Delta W &= F\Delta s = \sigma\Delta A \Rightarrow F = \frac{\sigma\Delta A}{\Delta s} && (15)\\
\frac{\Delta A}{\Delta s} &= 2\pi r && (16)\\
F &= V\varrho g && (17)\\
V &= \frac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow \left(\frac{3V}{4\pi}\right)^{\frac{1}{3}} = r && (18)\\
& && (19)
\end{aligned}$$

$$(15) \overset{(16)}{\Rightarrow} F = \sigma 2\pi r \overset{(17)}{\Rightarrow} V\varrho g = \sigma 2\pi r \Rightarrow \sigma = \frac{V\varrho g}{2\pi r} \overset{(18)}{\Rightarrow} \sigma = \frac{V\varrho g}{2\pi\left(\frac{3V}{4\pi}\right)^{\frac{1}{3}}}$$

$$= 5.95\cdot 10^{-2}\frac{\text{N}}{\text{m}} < \sigma_{Wasser}$$

4.2 Oberflächenenergie

$$\begin{aligned}
\sigma &= \frac{\Delta W}{\Delta A} && (20)\\
\Delta W &= \Delta p\Delta V && (21)\\
\Delta A &= (A+\Delta A) - A = 4\pi(r+\Delta r)^2 - 4\pi r^2 && (22)\\
&= 4\pi(r^2 + 2r\Delta r + \underbrace{\Delta r^2}_{\Delta r^2 \lll r}) - 4\pi r = 4\pi r\Delta r && (23)\\
\Delta V &= (V+\Delta V) - V = \frac{4\pi}{3}(r^3 + r^2\Delta r + 2r^2\Delta r) - \frac{4\pi}{r^3} && (24)\\
&= \frac{4\pi}{3}(r^2\Delta r + 2r\Delta r) && (25)
\end{aligned}$$

$$(20)\ \sigma = \frac{\Delta W}{\Delta A} \overset{(21)\ \&\ (23)}{\Rightarrow} \sigma = \frac{\Delta p\Delta V}{4\pi r\Delta r} \overset{(25)}{\Rightarrow} \sigma = \frac{\Delta p\frac{4\pi}{3}(r^2\Delta r + 2r\Delta r)}{4\pi r\Delta r}$$

$$= \frac{\Delta p(r+2)}{3} \Rightarrow \Delta p = \frac{3\sigma}{r+2} = \frac{3 \cdot 5.95 \cdot 10^{-2}}{\left(\frac{3 \cdot 1.115 \cdot 10^{-7}}{4\pi}\right)^{\frac{1}{3}} + 2} = 2.97 \cdot 10^{-2}\text{Pa ???}$$

4.3 Druck

$$2.97 \cdot 10^{-2}\text{Pa} + 10^5\text{Pa} \approx 10^5\text{Pa}$$

5 Heureka

$$\begin{aligned} F_L &= 8\text{N Gewichtskraft in Luft} \\ F_W &= 7.586\text{N Gewichtskraft in Wasser} \\ \varrho_{Wasser} &= 1 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \text{ Dichte Wasser} \\ \varrho_{Au} &= 19.32 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \text{ Dichte Gold} \end{aligned}$$

$$F_L = V_{Krone}\varrho_{Krone}g \Rightarrow V_{Krone} = \frac{F_l}{\varrho_{Krone}g} \tag{26}$$

$$F_W = V_{Krone}\varrho_{Krone}g - V_{Krone}\varrho_{Wasser}g \tag{27}$$

$$(27)\ V_{Krone}g(\varrho_{Krone} - \varrho_{Wasser}) = F_W \overset{(26)}{=} \frac{F_L}{\varrho_{Krone}g} g(\varrho_{Krone} - \varrho Wasser)$$

$$\Rightarrow F_W = F_L - \frac{\varrho_{Wasser}}{\varrho_{Krone}} F_L \Rightarrow F_W = F_L\left(1 - \frac{\varrho_{Wasser}}{\varrho_{Krone}}\right) \Rightarrow \frac{F_W}{F_L} = 1 - \frac{\varrho_{Wasser}}{\varrho_{Krone}}$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{F_W}{F_L} = \frac{\varrho_{Wasser}}{\varrho_{Krone}} \Rightarrow \varrho_{Krone} = \frac{\varrho_{Wasser}}{1 - \frac{F_W}{F_L}} = \frac{1000}{1 - \frac{7.586}{8}} = 19323.7\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\text{Vergleich: } \varrho_{Krone} - \varrho Au = 3.67\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \approx 0\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \Rightarrow \text{Krone ist aus Gold.}$$

6 Dose mit Loch

$$\sigma = \frac{\Delta p \Delta V}{\Delta A} \tag{28}$$

$$\Delta A = 2\pi r(h + \Delta h) - 2\pi r h = 2\pi r \Delta h \tag{29}$$

$$\Delta V = \frac{\pi(h+\Delta h)^2}{3}(3r - (h - \Delta h) - \frac{\pi h^2}{3}(3r - h) \tag{30}$$

$$= \frac{\pi}{3}\Delta h(-h^2 + 6r - 2h) \tag{31}$$

$$(28)\ \sigma \overset{(31)\ \&\ (29)}{=} \frac{\Delta p \frac{\pi}{3}\Delta h(-h^2 + 6r - 2h)}{2\pi r \Delta h} = \frac{\varrho g h_w(-h^2 + 6r - 2h)}{6r}$$

$$\sigma = \lim_{h \to 0} \frac{\varrho g h_w(-h^2 + 6r - 2h)}{6r} = \frac{\varrho g h_w 6r}{6r} = \varrho g h_{uw} \Rightarrow \frac{\sigma}{\varrho g} = 7.64 \cdot 10^{-6}$$

??? da auch falsche Dimension.