

UMNW, Mathematik 1, Lösung Serie 2

Thomas Kuster

11. November 2003

1

siehe serie2_loesung_aufgabe1_maple.pdf

2

$B(0)$ = 5000 Schulden zum Zeitpunkt $t = 0$
 R = 870 monatliche Rate
 n = 6 Anzahl Monate
 q = monatlicher Zins

$$\begin{aligned}
 B(0) &= 5000 \\
 B(1) &= 5000q - R \\
 B(1) &= B(0)q - R \\
 B(2) &= (B(0)q - R)q - R \\
 &\vdots \\
 B(n) &= B(0)q^n - R \sum_{k=0}^{n-1} q^k \\
 B(n) &= B(0)q^n - R \frac{q^n - 1}{q - 1} \\
 B(n) &\stackrel{!}{=} 0 \\
 0 &= B(0)q^n - R \frac{q^n - 1}{q - 1}
 \end{aligned}$$

Lösen mit Maple

UMNW, Mathematik 1, Lösung Serie 2

2

```

> B:= 0 = B_0*q^n-R*(q^n-1)/(q-1);

                                     n
                                     R (q  - 1)
      B := 0 = B_0 q  - -----
                                     q - 1

> B_0 := 5000;
                                     B_0 := 5000

> R := 870;
                                     R := 870

> n := 6;
                                     n := 6

> q := fsolve(B,q);
                                     q := 1.012443209

> q^12;
                                     1.159973480

> (q-1)*100; # in %
                                     1.2443209

> (q^12-1)*100; # Jahreszins in %
                                     15.9973480
    
```

3

$x(0)$ = 100kg Salz im Tank zum Zeitpunkt $t = 0$
 A = 12l Ausflussmenge pro t
 T = 400l Tankinhalt
 Δt = kleiner Zeitabschnitt

$$\begin{aligned}
x(0 + \Delta t) &= x(0) - \frac{A\Delta t}{T}x(0) \\
x(t + \Delta t) &= x(t) - \frac{A\Delta t}{T}x(t) \\
x(t + \Delta t) - x(t) &= -\frac{A\Delta t}{T}x(t) \\
\frac{x(t + \Delta t) - x(t)}{\Delta t} &= -\frac{A}{T}x(t) \\
\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{x(t + \Delta t) - x(t)}{\Delta t} &= -\frac{A}{T}x(t) \\
\dot{x}(t) &= -\frac{A}{T}x(t)
\end{aligned}$$

Ansatz e^{t+c}

$$\begin{aligned}
\underbrace{-\frac{A}{T}e^{-\frac{A}{T}t+c}}_{\dot{x}(t)} &= -\frac{A}{T}\underbrace{e^{-\frac{A}{T}t+c}}_{x(t)} \\
x(t) &= e^{-\frac{A}{T}t+c} \\
x(t) &= e^c e^{-\frac{A}{T}t}
\end{aligned}$$

Anfangsbedingung

$$\begin{aligned}
\underbrace{x(0)}_{100} &= e^c \underbrace{e^{-\frac{A}{T}0}}_1 \\
x(t) &= 100 \cdot e^{-\frac{A}{T}t}
\end{aligned}$$

