

UMNW, Mathematik 1, Lösung Serie 2

Thomas Kuster

6. November 2003

1

siehe serie2_loesung_aufgabe1_maple.pdf

2

$B(0)$ = 5000 Schulden zum Zeitpunkt $t = 0$

R = 870 monatliche Rate

n = 6 Anzahl Monate

q = monatlicher Zins

$$B(0) = 5000$$

$$B(1) = 5000q - R$$

$$B(1) = B(0)q - R$$

$$B(2) = (B(0)q - R)q - R$$

$\vdots$

$$B(n) = B(0)q^n - R \sum_{k=0}^{n-1} q^k$$

$$B(n) = B(0)q^n - R \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

$$B(n) \stackrel{!}{=} nR$$

$$nR = B(0)q^n - R \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

$$0 = B(0)q^n - R \frac{q^n - 1}{q - 1} - nR$$

Lösen mit Maple

```

> B:=B_0*q^n-R*((q^n-1)/(q-1))-n*R;
                                n
                                q  - 1
      B := B_0 q  - R(-----) - n R
                                q - 1

> B_0 := 5000;
                                B_0 := 5000

> R := 870;
                                R := 870

> n := 6;
                                n := 6

> q := fsolve(B,q);
      q := -1.033414493, 1.033414493

> q[2];
                                1.033414493

> q[2]^12;
                                1.483523996

> (q[2]-1)*100; # in %
                                3.3414493

> (q[2]^12-1)*100; # Jahreszins in %
                                48.3523996

```

3

$x(0)$ = 100kg Salz im Tank zum Zeitpunkt $t = 0$
 A = 12l Ausflussmenge pro t
 T = 400l Tankinhalt
 Δt = kleiner Zeitabschnitt

$$\begin{aligned}
 x(0 + \Delta t) &= x(0) - \frac{A\Delta t}{T}x(0) \\
 x(t + \Delta t) &= x(t) - \frac{A\Delta t}{T}x(t) \\
 x(t + \Delta t) - x(t) &= -\frac{A\Delta t}{T}x(t) \\
 \frac{x(t + \Delta t) - x(t)}{\Delta t} &= -\frac{A}{T}x(t) \\
 \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{x(t + \Delta t) - x(t)}{\Delta t} &= -\frac{A}{T}x(t) \\
 \dot{x}(t) &= -\frac{A}{T}x(t)
 \end{aligned}$$

Ansatz e^{t+c}

$$\begin{aligned}
 \underbrace{-\frac{A}{T}e^{-\frac{A}{T}t+c}}_{\dot{x}(t)} &= -\frac{A}{T}\underbrace{e^{-\frac{A}{T}t+c}}_{x(t)} \\
 x(t) &= e^{-\frac{A}{T}t+c} \\
 x(t) &= e^c e^{-\frac{A}{T}t}
 \end{aligned}$$

Anfangsbedingung

$$\begin{aligned}
 \underbrace{x(0)}_{100} &= e^c \underbrace{e^{-\frac{A}{T}0}}_1 \\
 x(t) &= 100 \cdot e^{-\frac{A}{T}t}
 \end{aligned}$$

