4.1 Atome und Moleküle

1

Stoff		Neon	Stickstoff	Methan	Wasser	Gold	
Formel		Ne	N_2	CH_4	H_2O	Au	
Dichte	ρ	0.900	1.25	0.717	998	19'300	kg/m^3
Molare Masse	M	20.2	28.0	16.0	18.0	197	g/mol
Molares Volumen	V_{mn}	22.4	22.4	22.4	0.0180	0.0102	dm^3/mol
Masse eines Teilchens	m_T	33.5	46.5	26.6	29.9	327	$\cdot 10^{-27}$ kg
Teilchenzahl in 1 m^3	N/V	2.69	2.69	2.69	3340	5900	$\cdot 10^{25}$ m^{-3}

2

a) $N_0 = 6.02\cdot 10^{23}$ b) $N = N_0 \cdot \dfrac{p_i}{p_0}$; $5.9\cdot 10^{20}$ c) $5.9\cdot 10^{10}$

3

$$N = \frac{V_{\text{Löffel}}}{V_{\text{See}}} \cdot \frac{\rho V_{\text{Tasse}}}{M} \cdot N_A; \qquad 4.7\cdot 10^{9}$$

4

$$d = \sqrt[3]{\frac{M}{N_A \rho}}; \qquad 0.207 \text{ nm}$$

5

$$A = V : a = \frac{m}{\rho} : \sqrt[3]{\frac{m_T}{\rho}} = m \cdot \sqrt[3]{\frac{N_A}{\rho^2 M}}; \qquad 1300 \text{ m}^2 \text{ (etwa 5 Tennisplätze)}$$

6

a) $m = N m_a = \dfrac{\sqrt{3} A_{\text{Waage}}}{6 r_a^2} m_a$; $1.9\cdot 10^{-10}$ kg

b) $N = \dfrac{m_{\text{Auflösung}}}{m_a}$; $3.8\cdot 10^{12}$ (also 3800 Milliarden)

c) 0.4 ng sind 0.21% von 190 ng. Das entspricht rund einer $\frac{1}{500}$-stel Monolage.

4.2 Längen-, Volumen und Dichteänderung

Feste Körper

7

Dehnungsschleifen ermöglichen grössere Längenänderungen in den geraden Leitungsstücken, bedingt durch Temperaturschwankungen.

8

Da sich die Brücke im Sommer ausdehnt, sollte sie nicht fest verankert werden. Ansonsten würden grosse Spannungen entstehen, die die Brücke womöglich zerstören könnten. Fahrleitungen sollten stets gespannt sein. Da sie aber im Sommer länger und im Winter kürzer sind, werden Sie durch ein Gewicht gespannt.

9

$\Delta l = l_0 \alpha \Delta \vartheta$; 7.2 cm

10

$\vartheta = \dfrac{\Delta d}{\alpha d_0} + \vartheta_0$; 195 °C

11

Annahme: Die Temperatur der Eisenteile schwankt zwischen –10 °C und +25 °C.
$\Delta l = l_0 \alpha \Delta \vartheta$; 13 cm

12

Mit $\alpha = 1.2 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{K}^{-1}$ (Eisen) ergibt sich $l_0 = \dfrac{\Delta l}{\alpha \Delta \vartheta}$; 1500 m

13

a) $\vartheta = \dfrac{\Delta l}{l_0 \cdot \alpha} + \vartheta_0$; 31 °C

b) $l = l_0 \cdot (1 + \alpha \Delta \vartheta)$; 163.40 mm

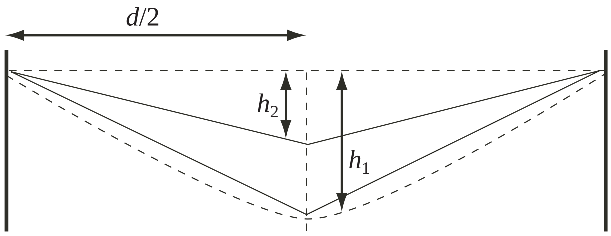
14

$\dfrac{l_1}{l_2} = \dfrac{\alpha_2}{2\alpha_1}$; 1.10

15

Annahme: Zimmertemperatur $\vartheta_0 = 20\ °\mathrm{C}$; $\vartheta = \vartheta_0 + \dfrac{\sqrt{l_0^2 + 4h^2} - l_0}{\alpha l_0}$; 830 °C

16



$$\alpha = \frac{1}{\vartheta_2 - \vartheta_1} \cdot \left(\sqrt{\frac{d^2 + 4h_1^2}{d^2 + 4h_2^2}} - 1 \right); \quad 1.5 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{K}^{-1}$$

17

a) Da sich die beiden Metallstreifen unterschiedlich stark ausdehnen, krümmt sich bei Erwärmung das Bimetall nach oben und bei einer Abkühlung nach unten. Durch die Krümmung bei einer Abkühlung werden die beiden Kontakte zusammengebracht, so dass der Stromkreis geschlossen wird und die Warnlampe aufleuchtet.

b) Mit der Definition des Winkels:
$\beta = \dfrac{l}{r}$ erhält man für β folgende zwei Gleichungen:
$\beta = \dfrac{l_0(1 + \alpha_{\mathrm{Cu}} \Delta\vartheta)}{r + d}$ und $\beta = \dfrac{l_0(1 + \alpha_{\mathrm{Fe}} \Delta\vartheta)}{r}$;
Die zweite nach r aufgelöst und in die erste eingesetzt, ergibt die gesuchte Gleichung.

c) $s = r(1 - \cos\beta) = \dfrac{l_0(1 + \alpha_{\mathrm{Fe}} \Delta\vartheta)}{\beta}(1 - \cos\beta)$; 1.9 mm

Flüssigkeiten

18

Der Benzylalkohol hat bei Zimmertemperatur eine höhere Dichte als Salzwasser. Bei Erwärmung dehnt sich der Benzylalkohol stärker aus als das Salzwasser. Sobald der Benzylalkohol die geringere Dichte als das umgebende Salzwasser aufweist, beginnt er zu steigen. Auf seiner Reise im Salzwasser gibt er ständig Wärme ab, wodurch er sich abkühlt und dichter wird. Sobald seine Dichte grösser wird als diejenige des Salzwassers, sinkt er.

19

1. Wasser hat keine lineare Ausdehnung. Je heisser das Wasser ist, desto grösser ist sein Ausdehnungskoeffizient.
2. Wasser weist bei 4 °C eine Anomalie auf. Bei Temperaturen etwas unter 4 °C würde die Wassersäule wieder ansteigen, womit Temperaturen unter 4 °C als höhere Temperaturen angezeigt würden.
3. Es ist keine Temperaturmessung unter 0 °C möglich, da das Wasser gefriert.

20

Beim Eintauchen in heisses Wasser wird vorerst das Glas des Thermometers ausgedehnt. Die Flüssigkeit findet mehr Platz und sinkt ab. Erst wenn sich die Flüssigkeit zu erwärmen beginnt, steigt die Flüssigkeitssäule, wie erwartet, an.

21

$\Delta V = V_0 \gamma \Delta \vartheta$; $\quad Ah = Ah_0 \gamma \Delta \vartheta$; $\quad h = h_0 \gamma \Delta \vartheta$; 13 cm

22

Massenerhaltung:

$$\rho_2 \cdot V_2 = \rho_1 \cdot V_1$$

$$\rho_2 \cdot V_1 (1 + \gamma \Delta \vartheta) = \rho_1 \cdot V_1$$

$$\rho_2 = \frac{\rho_1}{(1 + \gamma \Delta \vartheta)}$$

$\rho_2 = 999\ \text{kg/m}^3$

Wichtig: Unter 4 Grad nimmt die Dichte jedoch wieder ab, und dieses sehr kalte Wasser bleibt an der Oberfläche, wo es gefriert. (Anomalie des Wassers!)

23

a) $\Delta V(10\ °\text{C}) = \dfrac{V(10\ °\text{C})\gamma \Delta \vartheta}{(1 + \gamma \Delta \vartheta)}$; 0.35 Liter

b) Der Volumenausdehnungskoeffizient von Wasser ist stark temperaturabhängig. Er nimmt im fraglichen Temperaturbereich mit steigender Temperatur zu. Aus tabellierten Dichtewerten für Wasser (999.7 kg/m^3 bei 10 °C und 973.0 kg/m^3 bei 78 °C) berechnet sich ein übergelaufenes Volumen von 0.67 Litern.

24

a) Beim Erwärmen dehnen sich das Wasser und der Speicher aus. Da das Volumen des Speichers aber viel weniger stark zunimmt, fliesst Wasser «tropfend» ab.

b) Bei geschlossenem Rohr würde das Wasser nicht mehr abfliessen können. Es würde sich ein grosser Überdruck im Speicher aufbauen, der den Speicher womöglich zerstören könnte.

c) Die gesuchte Dichte bei 57 °C kann linear interpoliert werden:

$$\rho_{57\ °C} = \rho_{50\ °C} + 7\ °C\frac{\rho_{60\ °C} - \rho_{50\ °C}}{10\ °C} = 984.65\ \text{kg/m}^3$$

$$\Delta m = V\left(\rho_{20\,°C} - \rho_{57\,°C}\right);\quad 0.203\ \text{kg}$$

d) Da sich der Speicher selber auch ausdehnt, fasst er ein grösseres Volumen. Es fliesst daher etwas weniger Wasser ab.

25

In beiden Schenkeln befindet sich die gleiche Masse Toluol. Bezeichnen wir die Steighöhe im Eiswassergemisch als h_0 und diejenige in siedendem Wasser mit h, so gilt:

$$h = h_0 + h_0\gamma\Delta\vartheta \Rightarrow \gamma = \frac{h - h_0}{h_0\Delta\vartheta};\quad 1.09\cdot10^{-3}\ \text{K}^{-1}$$

Systematischer Fehler: Im Toluol finden Wärmeleitung und eventuell sogar Konvektion statt, die das Resultat verfälschen.

26

$$\rho = \frac{\rho_0}{(1+\gamma\Delta\vartheta)};\quad m = \rho V;\quad 14.9\ \text{kg (im Sommer)};\quad 15.0\ \text{kg (im Winter)}$$

27

Es gilt: $\gamma = \dfrac{\Delta V}{V\Delta T}$

Für ΔT wird 11 K abgelesen und eingesetzt.
Für V könnte der Wert 3.290 m^3 eingesetzt werden.
Fälschlicherweise wird für ΔV häufig die Differenz der beiden Volumenangaben der unabhängigen Lieferungen eingesetzt. ΔV muss aber auf die gleiche Heizölmenge (hier die erste Lieferung) bezogen werden. Die Frage ist, welches Volumen die erste Heizölmenge bei Temperatur der zweiten Lieferung hätte. Es gilt:

$$\Delta V = V_2 - V_2 = \frac{\rho_1 V_1}{\rho_2} - V_1 = \left(\frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_2}\right)V_1$$

Daraus folgt: $\gamma = \dfrac{\Delta\rho}{\rho_2\Delta T};\quad 0.0012\ \text{K}^{-1}$

28

a) Mit steigender Temperatur nimmt die Dichte der Flüssigkeit ab. Nacheinander sinken deshalb immer mehr Kugeln ab. Zuletzt sinkt die oberste, die also das Schild mit der höchsten Temperatur trägt.

b) $\gamma = -\dfrac{\Delta\rho}{\Delta\vartheta\rho_2};\quad 1.0\cdot10^{-3}\ \text{K}^{-1}$

c) Nein, da der Volumenausdehnungskoeffizient von Wasser zu klein ist.

29

a) $h_0 = \dfrac{V_0}{l_0 b_0}$; 127.4 cm

b) Es gilt:
$V_0 = l_0 b_0 h_0$ und $V = lbh$
mit $l = l_0(1+\alpha\Delta\vartheta), b = b_0(1+\alpha\Delta\vartheta), h = h_0 + \Delta h$ und $V = V_0(1+\gamma\Delta\vartheta)$ folgt:
$V_0(1+\gamma\Delta\vartheta) = l_0(1+\alpha\Delta\vartheta)\cdot b_0(1+\alpha\Delta\vartheta)\cdot(h_0+\Delta h)$
$h_0(1+\gamma\Delta\vartheta) = (1+\alpha\Delta\vartheta)^2(h_0+\Delta h)$
mit $\Delta h = -9\cdot 10^{-3}$ m und dem Taschenrechner folgt:
$\Delta\vartheta = -8$ °C

4.3 Das ideale Gas

Vorgänge mit einer konstant gehaltenen Zustandsgrösse

30

Vorausgesetzt, dass das Volumen des Reifens konstant bleibt, gilt nach dem Gesetz von Amontons:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow p_1 = p_2 \cdot \frac{T_1}{T_2} = 4.23 \text{ bar}$$

Überdruck = 3.24 bar

31

a) $p_2 = \dfrac{p_1 T_2}{T_1}$; 85 kPa

b) $F = \Delta p A$; 17 kN

Bemerkung: In der Praxis wird dieser Wert wohl kaum erreicht. Schon beim Abkühlen der Luft im Innern strömt Luft von aussen durch die Türspalte in den Gefrierschrank nach. Sonst könnte die Tür auch nach einiger Zeit nicht wieder geöffnet werden. Grosse Gefrierschränke können auch ein Druckausgleichventil besitzen.

32

Der Hinweis auf die schlaffe Hülle bedeutet, dass der Druck im Zeppelin konstant bleibt. Dann gilt: $V_2 = V_1 \dfrac{T_2}{T_1}$; 381 Liter

33

Nach Gay-Lussac gilt:

$$\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^3 = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow d_2 = d_1 \cdot \sqrt[3]{\frac{T_2}{T_1}} = 27.5 \text{ cm}$$

34

Das Volumen des Ballons beträgt $V = \dfrac{4\pi}{3} r^3 = 3.1 \cdot 10^3 \text{ m}^3$.

a) Die Dichte der Luft im Inneren des Ballons ist

$$\rho_i = \rho_n \cdot \frac{T_n}{T_i} = 0.994 \text{ kg/m}^3.$$

Die Masse der im Ballon enthaltenen Luft ist $m_i = \rho_i V = 3.0$ t.

b) Die Masse der verdrängten Luft ist entsprechend $m_a = \rho_a V = \rho_n \frac{T_n}{T_a} \cdot V \; = 3.7$ t.

Diese Masse verursacht den Auftrieb

c) Die Nutzlast ist 3.7 t – 3.0 t – 0.4 t = 0.3 t

d) Die Dichte der Luft im Inneren des Ballons nimmt um

$\Delta\rho = \rho_n T_n \; \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \; = \frac{\rho_n T_n}{T_1 T_2} \Delta T \approx \rho_i \frac{\Delta T}{T_i}$ ab.

Die mögliche Zusatzlast ist $\Delta m = \Delta\rho \cdot V = m_i \frac{\Delta T}{T_i} = 8.5$ kg.

e) Der zweite Schatten stammt vom Ballon, aus dem der auf dem Bild sichtbare Ballon fotografiert wurde.

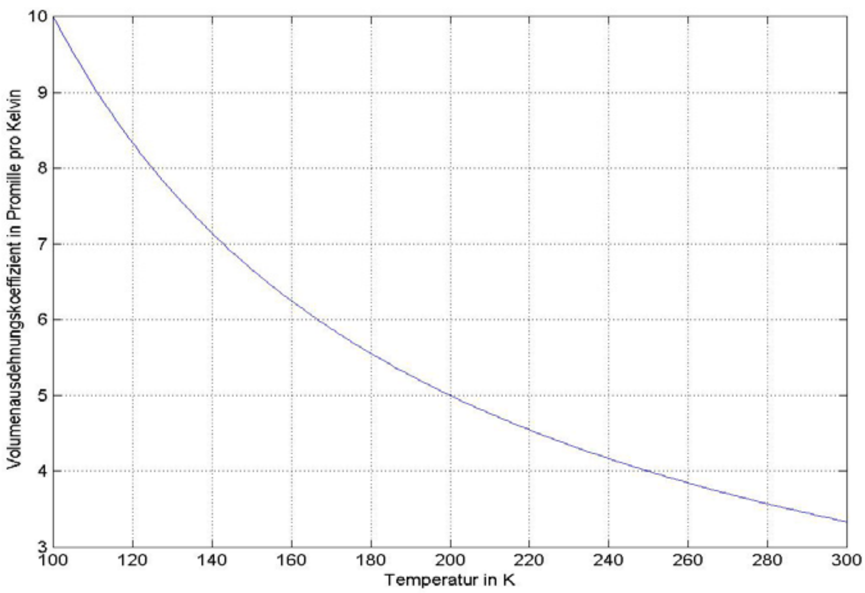
35

a) Nach Gay-Lussac gilt: $\frac{V+\Delta V}{V} = \frac{T+\Delta T}{T}$ oder $1 + \frac{\Delta V}{V} = 1 + \frac{\Delta T}{T} \Rightarrow \frac{\Delta V}{\Delta T} = \frac{1}{T} \cdot V$

Der Volumenausdehnungskoeffizient eines Gases ist demnach $\gamma = \frac{1}{T}$.

Für Luft von 20 ^{o}C beträgt er $\frac{1}{293\,\mathrm{K}}$ = 3.4 Promille pro Kelvin. Er ist also rund 50-mal grösser als derjenige von Aluminium. In einem festen Körper verhindern die Anziehungskräfte zwischen den Molekülen eine völlig freie Eroberung des Raumes durch die Erhöhung der Bewegungsenergie der Teilchen. Beim Gas sind diese zwischenmolekularen Kräfte vernachlässigbar.

b)



Allgemeine Zustandsgleichung

36

Aus $pV = nRT = \frac{m}{M} RT$ erhält man $V = \frac{mRT}{Mp} = 763 \text{ cm}^3$.

37

44.0 g CO_2 sind 1.00 mol CO_2

Aus $pV = nRT$ erhält man $V = \frac{nRT}{p} = 36.5 \text{ dm}^3$.

38

Die Luftdichte ist proportional zum Druck und umgekehrt proportional zur absoluten Temperatur:

$$\rho = \rho_n \frac{T_n}{T} \frac{p}{p_n}$$

$$m = \rho V = 1.9 \text{ kg}$$

39

Dichte von CO_2 bei Normdruck und 0 °C: $\rho_N = 1.98 \text{ kg/m}^3$

Druck des Gases in der Flasche: $p = p_n \frac{V_n T}{V T_n} = p_n \frac{mT}{V \rho_n T_n}$; 2.4 MPa

40

a) $\rho = \frac{pM}{RT} = 210 \text{ kg/m}^3$

b) $m = \rho V = 420 \text{ g}$ $\qquad n = \frac{pV}{RT} = \frac{m}{M} = 13.1 \text{ mol}$

c) $n_1 = \frac{p_1 V}{RT} = 12.3 \text{ mol}$

Es sind also 0.8 mol entwichen. Das sind 26 g.

d) $\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow p_2 = p_1 \frac{T_2}{T_1} = 165 \text{ bar}$

41

Protokollbeispiel: Länge: 4.15 m
Breite: 3.05 m
Höhe: 2.40 m
Temperatur 22 °C

Volumen V = 30 m³

$$m = \rho V = \rho_n \frac{pT_n}{p_n T} V\,; \quad 36 \text{ kg}$$

42

$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow V_2 = V_1 \cdot \frac{T_2}{T_1} = 201.23 \text{ m}^3$. Es entweichen also 1.23 m^3 Luft.

Vor der Erwärmung waren $n_1 = \frac{pV}{RT_1}$, nachher $n_2 = \frac{pV}{RT_2}$ mol Luft im Zimmer.

Es entweichen also $n_1 - n_2 = \frac{pV}{R}\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)$ = 48.5 mol Luft.

Es entweichen also 1.41 kg Luft.

43

a) $m = \rho V = \rho_n \cdot \frac{p}{p_n} \cdot \frac{T_n}{T} \cdot \frac{\pi}{6} d^3 = 1.6\,\text{g}$

b) Vor dem Abpumpen war die Luftmasse 200-mal grösser (1000 hPa/5 hPa). Abgepumpt wurden 199 m = 0.32 kg.

c) Da der Luftdruck senkrecht auf die Kugeloberfläche wirkt, muss man nur die Druckkomponenten in Zugrichtung berücksichtigen.

Man erhält $F = A\Delta p = \frac{\pi}{4} d^2 \Delta p = 50\,\text{kN}$.

d) Der Druckunterschied Δp würde unwesentlich von 995 hPa auf 1000 hPa zunehmen. Entsprechend wäre die Kraft auch nur 0.5% grösser gewesen!

44

Die Massendifferenz von 1.63 g entspricht der Masse des Gases, das sich im Kolben gesammelt hat minus die Masse der Luft, die darin Platz hat.

Diese wiegt $m_L = \rho_{L,n} \cdot \frac{p}{p_n} \cdot \frac{T_n}{T} = 1.13$ g.

Also ist die Masse des gesuchten Gases: $m_G = m_2 - m_1 + m_L = 2.76$ g

Aus $pV = nRT = \frac{m}{M} RT$ erhält man $M = \frac{mRT}{pV} = 70.7$ g/mol.

Es könnte Chlorgas Cl_2 mit der Molmasse 70.9 g/mol sein.

45

$p_1V_1 = n_1RT_1$ beschreibt die Luft bei 20 °C in der Flasche.

Man erhält $n_1 = \dfrac{p_1V_1}{RT_1} = 0.0119\ \text{mol}$

9 cm^3 Wasser sind 9 g Wasser. Weil die Molmasse von Wasser 18 g/mol beträgt, sind 9 g Wasser 0.5 mol Wasser.
Bei 300 °C hat man insgesamt $n_2 = 0.5119$ mol Gas, das gegen die Wände drückt.

Aus $p_2V_2 = n_2RT_2$ erhält man $p_2 = \dfrac{n_2RT_2}{V_2} = 81.3\,\text{bar}$.

Den Überdruck von 81.3 bar hält die Flasche nicht aus. Noch bevor das Wasser in der Flasche verdampft ist, explodiert sie.
Zu beachten: wenn die Flasche nur Luft enthalten hätte, wäre der Druck bei 300 °C bloss 1.96 bar!

46

Die Dichte eines Gases kann man aus $\rho = \dfrac{pM}{RT}$ berechnen.

Für das Heliumgas im Inneren des Ballons erhält man $\rho_{\text{He}} = 0.180\ \text{kg/m}^3$ und für die vom Ballon verdrängte Luft $\rho_{\text{Luft}} = 1.135\ \text{kg/m}^3$.

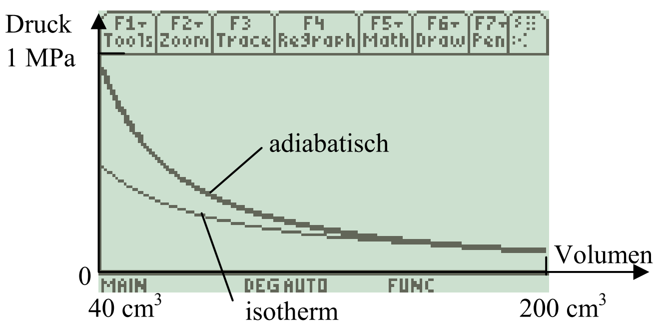
Das Volumen des Ballons ist $V = \dfrac{\pi}{6}d^3 = 0.0287\ \text{m}^3$.

Die Masse der verdrängten Luft (Auftrieb) beträgt demnach 32.6 g, diejenige des Heliums im Ballon hingegen bloss 5.2 g.
Als «Nutzlast» erhalten wir 32.6 g – 5.2 g – 7.2 g = 20 g.

Adiabatische Zustandsänderungen

47

a) Am Gas wird Arbeit verrichtet. Dadurch nimmt die Energie des Gases zu. Alle Teilchen bewegen sich schneller, und daher ist die Temperatur höher.
b) Die Geschwindigkeiten der Teilchen, die gegen den bewegten Kolben prallen, sind nach dem Stoss grösser als vorher. Die gewonnene kinetische Energie wird durch Stösse mit den anderen Teilchen im Gas verteilt.
c) Es muss gleich viel Wärme abgeführt werden, wie Arbeit zugeführt wird. Der Kontakt mit der kühleren Umgebungsluft kann die Wärmeabfuhr bewirken, wenn bei langsamer Kompression genug Zeit für den Wärmetransport vorhanden ist.
d) Beispiel: TI-89



48

Es gelten die Adiabatengleichung $p_1 V_1^\kappa = p_2 V_2^\kappa$ (1) und das allgemeine Gasgesetz $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$ (2).

Mit Gleichung (1) wird V_2 berechnet: $V_2 = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{\kappa}} \cdot V_1$

Mit Gleichung (2) kann nun T_2 und dann ϑ_2 bestimmt werden:

$T_2 = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{\kappa}-1} \cdot T_1$; 273 K = 0 °C

Die Luft kühlt also beim Steigen ab. Daher ist es kein Widerspruch, dass «warme Luft aufsteigt» und es oben doch meist kühler als unten ist.

49

Es gelten die Adiabatengleichung $p_1 V_1^\kappa = p_2 V_2^\kappa$ (1) und das allgemeine Gasgesetz $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$ (2).

Um den Druck p aus den Gleichungen zu eliminieren, teilen wir Gleichung (1) durch Gleichung (2). Das Ergebnis ist $T_1 V_1^{\kappa-1} = T_2 V_2^{\kappa-1}$

Diese Gleichung gibt das Ergebnis $V_2 = V_1 \cdot \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}}$; 22 cm^3

50

a) Es gelten die Adiabatengleichung $p_1 V_1^\kappa = p_2 V_2^\kappa$ (1) und das allgemeine Gasgesetz $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$ (2).

Um den Druck p aus den Gleichungen zu eliminieren, teilen wir Gleichung (1) durch Gleichung (2). Das Ergebnis ist $T_1 V_1^{\kappa-1} = T_2 V_2^{\kappa-1}$.

Diese Gleichung gibt das Ergebnis $T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa-1}$; $1.1 \cdot 10^3$ K = 850 °C.

b) $p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa}$; 5.7 MPa

51

a) Die Abkühlung durch adiabatische Expansion lässt die Temperatur unter den Taupunkt für Alkohol (und eventuell Wasser) fallen. Der Nebel besteht aus schwebenden Alkohol-Tröpfchen.

b) Es gelten die Adiabatengleichung $p_1V_1^\kappa = p_2V_2^\kappa$ und das allgemeine Gasgesetz $\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$. Die Elimination von V_1 und V_2 führt auf:

$$T_2 = T_1\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{1-\frac{1}{\kappa}} = T_1\left(\frac{p_2}{p_2 + \frac{F}{\pi r^2}}\right)^{1-\frac{1}{\kappa}} \quad ; \quad 279\text{ K} = 6\text{ °C}$$

Kinetische Gastheorie

52

a)

Teilchen	Gas
Masse m Geschwindigkeit v Impuls p kinetische Energie E_{kin}	Druck p Temperatur T Volumen V Teilchenzahl N, Stoffmenge n Dichte ρ Geschwindigkeitsverteilung $f(v)$

b) Ein Teilchen in einem würfelförmigen Kasten prallt in konstanten zeitlichen Abständen gegen dieselbe Wand. Die Zeit dazwischen ist der Quotient aus der doppelten Kantenlänge und der Geschwindigkeitskomponente senkrecht zur Wand. Die Impulsänderung beim Stoss führt zu einer Kraft auf die Wand. Der Mittelwert dieser Kraft für die Zeit zwischen zwei Stössen multipliziert mit der Anzahl N der Teilchen ergibt die Kraft. Den Druck erhält man, indem man die Kraft durch die Fläche teilt. Das Quadrat der Geschwindigkeitskomponente senkrecht zur Wand darf im Mittel durch ein Drittel des Quadrates der Gesamtgeschwindigkeiten ersetzt werden.

Das Ergebnis dieser formalen Berechnungen ist $pV = \frac{1}{3}Nm\overline{v}^2$.

53

a) Die Waage zeigt gleich viel an. Die mittlere Kraft, die die Flöhe beim Springen und Landen auf den Boden ausüben, entspricht genau ihrem Gewicht.
Folgende Rechnung zeigt dies für den Fall ohne Luftreibung:

Absprung- und Landegeschwindigkeit = v
Impulsübertrag bei Start und Landung auf den Boden = $\Delta p = mv + mv = 2mv$

Zeit zwischen zwei Sprüngen = Flugzeit = $\Delta t = 2\frac{v}{g}$

Mittlere Kraft $F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = 2mv \cdot \frac{g}{2v} = mg$

Auch Komplikationen wie Flöhe, die gegen den Deckel prallen oder Luftreibung ändern nichts am Prinzip und am Ergebnis.

b) Die Teilchen im Gefäss üben durch ihre Bewegung und das Abprallen von den Wänden Kräfte auf diese aus. Die Kraft auf den Boden des Gefässes zeigt nach unten und muss etwas grösser sein als die Kraft auf den Deckel, die nach oben zeigt, damit die Waage etwas anzeigt. Das heisst, dass pro Sekunde entweder mehr Teilchen gegen den Boden prallen oder heftiger als gegen den Deckel. Bei gleicher Temperatur oben und unten im Kasten ist die Teilchengeschwindigkeit gleich. Also müssen es mehr Teilchen pro Sekunde sein, die gegen den Boden prallen. Und das bedeutet, dass die Dichte des Gases unten grösser ist als oben. Der Dichteunterschied ist eine Folge der Gravitation, also der Gewichtskraft auf die Gasteilchen. Er ist gerade so gross, dass die Waage die Masse der Teilchen anzeigt.

c) Nichts. Bei vernachlässigbarer Dicke des Deckels ist die Kraft auf dessen Oberseite (nach unten) und dessen Unterseite (nach oben) gleich gross und heben sich auf. Bei nicht vernachlässigbarer Dicke gibt es einen Unterschied der Kräfte auf Ober- und Unterseite (=Auftrieb). Dieser hängt aber bei horizontaler Verschiebung des Deckels nicht von dessen Lage ab.

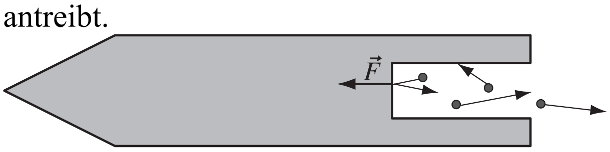
54

a) In einer bestimmten Zeiteinheit prallen nun doppelt so viele Hagelkörner auf das Dach. Ihre Impulsänderung (sie liegt zwischen mv für vollkommen inelastischen und $2mv$ für vollkommen elastischen Stoss) ist gleichzeitig auch doppelt so gross. Das führt zur vierfachen Kraft auf das Autodach (48 N).

b) Gasteilchen, die gegen eine Gefässwand prallen, bewirken eine Kraft. Die Kraft geteilt durch die Fläche ist der Druck im Gas. Der Druck ist proportional zum Quadrat der Teilchengeschwindigkeit. Oder die Teilchengeschwindigkeit ist proportional zur Wurzel des Druckes. Wegen der Geschwindigkeitsverteilung der Teilchen muss allerdings noch ein geeigneter Mittelwert für die Teilchengeschwindigkeit definiert werden, damit diese Aussage stimmt.

55

a) Während am offenen Ende die Gasmoleküle ungehindert ausströmen, stossen sie gegen das geschlossene Ende und prallen dort ab. Dabei üben sie eine Kraft F auf die Rakete aus, die diese antreibt.



b) Im Mittel fliegen die Hälfte der Moleküle nach links und stossen erst gegen die Wand, bevor sie nach hinten aus der Rakete fliegen. Die andere Hälfte fliegt aus dem Triebwerk, ohne die Rakete je in Flugrichtung gestossen zu haben. Für die gegen die Wand prallenden Teilchen ist aber die Impulsänderung je doppelt so gross wie der Impuls eines hinten hinausfliegenden Teilchens. So ergibt sich bei beiden Betrachtungsweisen die gleiche Impulsänderung für die Rakete.

56

a) $v_{\text{Ausbreitung}} = \frac{s}{t}$; 0.7 m/s

b) $\bar{v} \approx \sqrt{\frac{3RT}{M}}$; 0.46 km/s (mit der molaren Masse $M = 0.034$ kg/mol)

c) Die Moleküle erfahren viele Stösse mit den Luftmolekülen. Ihr Weg wird dadurch zu einem Zickzackkurs.

57

a) Die Teilchenzahl ist gleich (Satz von Avogadro). Das allgemeine Gasgesetz $pV = nRT$ liefert in beiden Fällen den gleichen Wert für die Stoffmenge n.

b) Die Dichte ist bei dem Gas mit der grösseren Teilchenmasse (Neon) grösser, weil Teilchenzahl und Volumen gleich sind.

c) Die mittlere Teilchengeschwindigkeit ist bei dem Gas mit der kleineren Dichte (Helium) grösser, weil die Dichte in der Formel $\bar{v} \approx \sqrt{\frac{3p}{\rho}}$ unter dem Bruchstrich steht und der Druck gleich ist.

d) Die mittlere kinetische Energie eines Teilchens ist in beiden Gasen gleich. Sie ist ein Mass für die Temperatur, die in beiden Gasen gleich ist: $\bar{E}_{\text{kin}} = \frac{3}{2}kT$

e) Der mittlere Impuls eines Teilchens ist beim Gas mit der grösseren Teilchenmasse (Neon) höher. Die schwereren Teilchen sind langsamer und prallen daher weniger häufig gegen die Wände als die leichten; da sie aber den gleichen Druck erzeugen sollen, muss ihr Impuls grösser sein:

$$\bar{p} = m\bar{v} = m\sqrt{\frac{3p}{\rho}} = m\sqrt{\frac{3pV}{Nm}} = \sqrt{m}\sqrt{\frac{3pV}{N}}$$

Da p, V und N gleich sind, ist der mittlere Impuls proportional zu $\sqrt{m}$.

58

a) $E = N\overline{E_{\text{kin}}} = \frac{3}{2}NkT = \frac{3}{2}nRT = \frac{3}{2}pV$

b) $E = \frac{3}{2}pV$; 228 J

c) Mit $\rho = 1.20\,\text{kg/m}^3$ bei 20 °C ergibt sich $h = \frac{3p}{2\rho g}$; 12.9 km.

59

a) Der Druck sinkt, weil der Schweredruck des Wassers proportional zur Tiefe ändert.
b) Das Volumen nimmt gemäss dem Gesetz von Boyle und Mariotte bei konstanter Temperatur und Teilchenzahl mit sinkendem Druck zu.
c) Die Dichte sinkt, weil bei konstanter Masse das Volumen zunimmt.
d) Die mittlere Geschwindigkeit $\overline{v} = \sqrt{\frac{3p}{\rho}}$ bleibt gleich. Sowohl der Druck als auch die Dichte sind proportional zum Kehrwert vom Volumen V.
e) Die mittlere kinetische Energie ist konstant, weil sie proportional zur Temperatur ist.
f) Die gesamte kinetische Energie ist konstant, weil die Teilchenzahl und die mittlere kinetische Energie konstant sind. Zwar verrichtet die Blase beim Ausdehnen Arbeit, gleichzeitig fliesst ihr aber Wärme aus dem Wasser zu, so dass die Temperatur konstant bleibt.

60

a) $\overline{v} \approx \sqrt{\frac{3p}{\rho}} = \sqrt{\frac{3pV}{m_{\text{Gas}}}}$; 428 m/s
b) $T_2 = \left(1 + \frac{2E}{3pV}\right) T_1$; 534 K (= 261°C)
c) $\overline{v}_2 \approx \sqrt{\frac{3pV + 2E}{m_{\text{Gas}}}}$; 577 m/s
d) Wegen $3RT = m_{\text{Gas}} \overline{v^2}$ vervierfacht sich die Temperatur auf 1172 K (= 899 °C). Auch die Gesamtenergie vervierfacht sich, so dass das Dreifache der vorhandenen Energie dazukommen muss: $\Delta E = \frac{9}{2} pV$; 365 J.

4.4 Wärme

Spezifische Wärmekapazität, Mischtemperatur

61

Für die Wärmeabgabe gilt:
$Q = cm\Delta\vartheta = c\rho V\Delta\vartheta$
Da das Volumen V und die Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta$ gleich sind, kommt es nur auf das Produkt aus spezifischer Wärmekapazität c und Dichte ρ an.
Dieses Produkt hat die Werte $2.42 \cdot 10^6 \ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{K}}$ für Aluminium, $1.46 \cdot 10^6 \ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{K}}$ für Blei, $3.54 \cdot 10^6 \ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{K}}$ für Eisen und $3.42 \cdot 10^6 \ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{K}}$ für Kupfer.
Eisen ist bei diesen Bedingungen am besten geeignet. Die abgebildeten Platten sind trotzdem meist aus Aluminium, weil auch deren geringes Gewicht vorteilhaft ist.

62

Das warme Wasser gibt Wärme ab, das kalte Wasser nimmt Wärme auf. Unter den genannten Umständen müssen beide Wärmemengen gleich gross sein: $Q_{\mathrm{ab}} = Q_{\mathrm{auf}}$

Daraus folgt mit der Mischtemperatur ϑ_M:
$m_{\mathrm{warm}}(\vartheta_{\mathrm{warm}} - \vartheta_M) = m_{\mathrm{kalt}}(\vartheta_M - \vartheta_{\mathrm{kalt}})$

Auflösen nach $m_{\mathrm{kalt}} = \dfrac{m_{\mathrm{warm}}(\vartheta_{\mathrm{warm}} - \vartheta_M)}{(\vartheta_M - \vartheta_{\mathrm{kalt}})}$; 4.8 kg

63

Bedeutung der Indizes:
G = Glas
W = Wasser
Nach einiger Zeit stellt sich eine gemeinsame Temperatur ϑ_M ein.
Der Teller nimmt dabei gleich viel Wärme auf, wie das Wasser abgibt:
$c_G m_G(\vartheta_M - \vartheta_G) = c_W m_W(\vartheta_W - \vartheta_M)$

Auflösen nach der Anfangstemperatur des Tellers:
$\vartheta_G = \vartheta_M - \dfrac{c_W m_W(\vartheta_W - \vartheta_M)}{c_G m_G}$; 49 °C

64

Bedeutung der Indizes:
Hg = Quecksilber
G = Glas
W = Wasser
Nach einiger Zeit stellt sich eine gemeinsame Mischtemperatur aller drei Stoffe ein:

$$\vartheta_M = \frac{c_G m_G \vartheta_G + c_{\mathrm{Hg}} m_{\mathrm{Hg}} \vartheta_{\mathrm{Hg}} + c_W m_W \vartheta_W}{c_G m_G + c_{\mathrm{Hg}} m_{\mathrm{Hg}} + c_W m_W}\,; \quad 59.8\ °\mathrm{C}$$

65

a) Die spezifische Wärmekapazität gibt an, wie viel Wärme einem Stoff zugeführt werden muss, um die Temperatur eines Kilogramms dieses Stoffes um ein Kelvin zu erhöhen.

b) Bei konstantem Druck dehnt sich das Gas bei Temperaturerhöhung aus. Dadurch gibt es Energie in Form von Arbeit ab. Das geschieht nicht bei Erwärmung bei konstantem Volumen.

c) In beiden Fällen muss die innere Energie des Gases (= kinetische Energie der Gasteilchen bei einem idealen Gas) um den gleichen Wert erhöht werden, um eine Temperatursteigerung von einem Kelvin zu erreichen. Da bei konstantem Druck das Gas bei Wärmezufuhr Arbeit abgibt, muss mehr Wärme zugeführt werden als bei konstantem Volumen. Daher ist c_p stets grösser als c_V .

d) Eigentlich gibt es den Unterschied auch bei Flüssigkeiten und festen Körpern. Aber erstens ist der Unterschied deutlich geringer, weil die Ausdehnung wesentlich kleiner ist als bei Gasen. Zweitens kommen Erwärmungen bei konstantem Volumen für Flüssigkeiten und feste Körper selten vor, weil sie in der Regel im Kontakt mit der Atmosphäre und damit unter konstantem Druck sind. Bei den Tabellenwerten handelt es sich daher immer um c_p, wenn nichts anderes ausdrücklich geschrieben steht.

66

Es gilt $Q = c_p m \Delta T$ mit $m = \rho V = \rho_n \cdot \frac{T_n p V}{p_n T_2}$, wobei T_2 die tiefere Temperatur ist.

$$Q = c_p \rho_n \cdot \frac{T_n p V}{p_n T_2}(T_1 - T_2)\,; \quad 13.3\ \mathrm{kJ}$$

67

Es gilt $Pt = c_p m(T_2 - T_1)$ mit $m = \rho V = \rho_n \cdot \dfrac{T_n pV}{p_n T_2}$, also $Pt = c_p \rho_n \cdot \dfrac{T_n pV}{p_n T_2}(T_2 - T_1)$

Aufgelöst nach der gesuchten Grösse: $T_2 = T_1 \left(1 - \dfrac{Ptp_n}{c_p \rho_n T_n pV}\right)^{-1}$

Nach Umrechnung in °C

	◐	● ●	● ● ●
9 *l*/s	35 °C	71 °C	107 °C
14 *l*/s	40 °C	88 °C	155 °C

68

Es gilt $Q = c_V m \Delta T$ mit $m = \rho V = \rho_n \cdot \dfrac{T_n p_1 V}{p_n T_1} = \rho_n \cdot \dfrac{T_n nR}{p_n}$ und $\Delta T = \dfrac{V}{nR}\Delta p$, also

$Q = c_V \rho_n \cdot \dfrac{T_n V}{p_n}\Delta p$; 7.4 kJ

Arbeit, Heizwert

69

a) $\Delta \vartheta \leq \dfrac{25gh}{c_{\text{Blei}}}$; 2 °C

b) Die Angabe der Masse ist nicht nötig.

70

Die mechanische Arbeit erwärmt das Wasser und den Topf: $Nmgh = (c_K m_K + c_w m_w)\Delta T$

$N = \dfrac{(c_K m_K + c_w m_w)\Delta T}{mgh}$; 13

71

Die kinetische Energie des Autos erwärmt die Bremsscheiben:

$\dfrac{1}{2} m_{\text{Auto}} v^2 = c_E m_E (\vartheta_f - \vartheta_1)$

$v = \sqrt{\dfrac{2c_E m_E(\vartheta_f - \vartheta_1)}{m_{\text{Auto}}}}$; $1.3 \cdot 10^2$ m/s = $4.9 \cdot 10^2$ km/h

72

Die zugeführte Energie ist die Arbeit $W = F_R s$

Es gilt $\eta W = c_{\text{Eisen}} \rho_{\text{Eisen}} A s \Delta T_{\text{Eisen}}$

$$F_R = \frac{c_{\text{Eisen}} \rho_{\text{Eisen}} A \Delta T_{\text{Eisen}}}{\eta}; \quad 0.48 \text{ kN}$$

73

a) $H m_S \geq c_W m_W \Delta\vartheta$, $H \geq \dfrac{c_W m_W \Delta\vartheta}{m_S}$; 4.8 MJ/kg

b) Beim Verbrennen heizt der Spiritus auch eine unbekannte Menge Luft und den Erlenmeyerkolben auf.

c) $P = \dfrac{Q}{t} \geq \dfrac{c_W m_W \Delta\vartheta}{t}$; 0.16 kW

74

$3mgh = \eta m H$

$$\eta = \frac{3gh}{H}; \quad 0.13\%$$

75

a) Der Gesamtwirkungsgrad ist das Produkt aus den Einzelwirkungsgraden
$\eta = \eta_{\text{Motor}} \cdot \eta_{\text{Generator}} \cdot \eta_{\text{Leitungen}}$; 25%

b) $V = \dfrac{Pt}{\eta H \rho}$; 30 Liter

76

a) Der Gesamtwirkungsgrad ist das Produkt aus den Einzelwirkungsgraden
$\eta = \eta_{\text{Muskel}} \cdot \eta_{\text{Fahrrad}} \cdot \eta_{\text{Generator}}$; 17%

b) $m = \dfrac{c_W m_W \Delta T_W}{\eta H}$; 20 g

c) $N = \dfrac{c_W m_W \Delta T_W}{2\pi r F \eta_{\text{Fahrrad}} \eta_{\text{Generator}}}$; $1.9 \cdot 10^3$

77

s = 100 km, Benzin: ρ = 744 kg/m^3, H = 42 MJ/kg

a) $V=\dfrac{m}{\rho}=\dfrac{Ps}{\eta H\rho v}$; 14 Liter

b) $\eta=\dfrac{Ps}{VH\rho v}$; 34 %

Schmelzen, Erstarren

78

Das Wasser kühlt ab und gefriert. In beiden Fällen gibt es Wärme ab. Insbesondere beim Gefrieren gibt es pro Kilogramm $3.338\cdot10^5$ J Wärme ab. Diese Wärme wird zum Teil auf die Früchte und Blüten übertragen, deren Temperatur dadurch auf 0 °C gehalten wird, obwohl die Luft kälter ist. Es ist wichtig, dass die ganze Nacht über Wasser zum Gefrieren zur Verfügung steht. Eine einmalige Bewässerung würde weniger nützen, weil die entstehende, dünne Eisschicht kein ausreichend guter Isolator wäre. Zu viel Eis könnte aber andererseits durch sein Gewicht Schaden anrichten.

79

Nein! $\vartheta_2=\vartheta_1+\dfrac{L_f}{c}$; 198 °C (Schmelztemperatur: 327.4 °C)

80

a) $L_f\geq\dfrac{c_W\left(m_W\left(\vartheta_2-\vartheta_1\right)-m_E\vartheta_1\right)}{m_E}$; 0.31 MJ/kg

b) Die Temperatur des Gefässes hat sich auch geändert.

c) Wasser ist ein schlechter Wärmeleiter. Mit intensivem Umrühren wird erreicht, dass die Temperatur überall gleich gross ist.

81

a) $Q=c_E m\Delta\vartheta$; 1.8 kJ

b) $P=\dfrac{Q}{t}=\dfrac{c_E m\Delta\vartheta+\frac{1}{10}L_f m}{t}$; 0.96 W

c) $t=\dfrac{c_E m\Delta\vartheta}{P}$; nach 31 min

d) $t=\dfrac{c_E m\Delta\vartheta+L_f m}{P}$; nach 5.3 h

82

$\vartheta_M\geq\dfrac{m_W c_W\vartheta_W-m_E\left(L_f+c_E\left|\vartheta_E\right|\right)}{\left(m_W+m_E\right)c_W}$; 7.8 °C

83

$$m_E = \frac{m_W c_W \Delta\vartheta_W}{c_E \Delta\vartheta_E + L_f};\quad 0.57\ \text{kg}$$

84

$$L_f = \frac{\left(m_G c_G + m_W c_W\right)\left(\vartheta_W - \vartheta_M\right)}{m_E} - c_W \vartheta_M;\quad 308\ \text{kJ/kg}$$

$$\frac{\Delta L_f}{L_{f,\text{Tab}}} \cdot 100\ \%;\quad -7.6\ \%$$

85

Die höchste Temperatur wird erreicht, wenn das Wasser und das Eis schon zu Beginn so warm wie möglich sind. Für das Eis bedeutet das eine Anfangstemperatur von 0 °C (Schmelzpunkt), für das Wasser 100 °C (Siedepunkt). Wenn das Eis schmilzt, kühlt das restliche Wasser von $\vartheta_1 = 100$ °C auf die Temperatur ϑ_2 ab.

Es gilt: $c_\text{Wasser} \cdot m \cdot (\vartheta_1 - \vartheta_2) = m \cdot L_f$

Daraus folgt: $\vartheta_2 = \vartheta_1 - \dfrac{L_f}{c_\text{Wasser}} = 20\ °\text{C}$

Das Schmelzwasser (0 °C) vermischt sich mit dem restlichen Wasser (20 °C) zu Wasser mit 10 °C. Das ist die Maximaltemperatur, die Aussage ist also unglaubwürdig.

86

Im Idealfall geht keine Wärme an die Umgebung verloren. Dann nimmt das Eis und der Topf die gesamte Wärme auf, die bei der Verbrennung des Butangases entsteht. Das Eis muss erst auf 0 °C erwärmt werden, dann schmelzen und dann als Wasser weiter auf 80 °C erhitzt werden:

$$c_\text{Eis} m_\text{Eis} \Delta\vartheta_\text{Eis} + m_\text{Eis} L_f + c_\text{Wasser} m_\text{Eis} \Delta\vartheta_\text{Wasser} + c_\text{Alu} m_\text{Alu} \Delta\vartheta_\text{Alu} = m_\text{Gas} H$$

$$m_\text{Eis} = \frac{m_\text{Gas} H - c_\text{Alu} m_\text{Alu} \Delta\vartheta_\text{Alu}}{c_\text{Eis} \Delta\vartheta_\text{Eis} + L_f + c_\text{Wasser} \Delta\vartheta_\text{Wasser}};\quad 0.95\ \text{kg}$$

87

Im Idealfall wird keine Wärme an die Umgebung abgegeben und die Wärmeabgabe an das Gefäss wird vernachlässigt. Dann gelangt die gesamte Wärme, die das Blei beim Erstarren und Abkühlen abgibt, ins Wasser:

$$m_\text{Blei} L_f + c_\text{Blei} m_\text{Blei} \Delta\vartheta_\text{Blei} = c_\text{Wasser} m_\text{Wasser} \Delta\vartheta_\text{Wasser}$$

$$m_\text{Blei} L_f + c_\text{Blei} m_\text{Blei} (\vartheta_f - \vartheta_2) = c_\text{Wasser} m_\text{Wasser} (\vartheta_2 - \vartheta_1)$$

$$\vartheta_2 = \frac{m_\text{Blei} L_f + c_\text{Blei} m_\text{Blei} \vartheta_f + c_\text{Wasser} m_\text{Wasser} \vartheta_1}{c_\text{Blei} m_\text{Blei} + c_\text{Wasser} m_\text{Wasser}};\quad 23.7\ °\text{C}$$

Verdampfen, Kondensieren

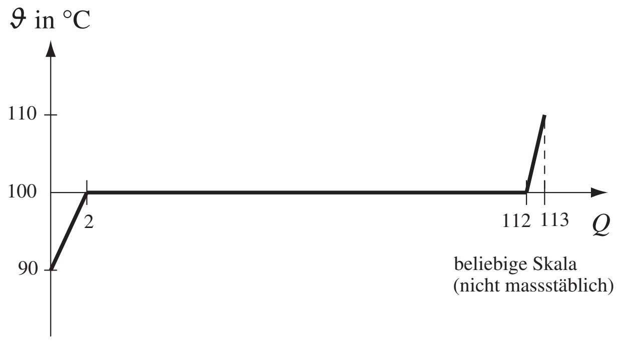
88

a) Nur die ersten kleineren Blasen sind Luftblasen. Die grösseren sind Wasserdampfblasen.

b) Bildung von Dampfblasen im Innern der Flüssigkeit, die aufsteigen und austreten; der Dampfdruck muss gleich der Summe aus atmosphärischem und hydrostatischem Druck sein. Die kleinen Wasserdampfblasen steigen auch auf. Die ersten Blasen kollabieren aber nach dem Loslösen vom Boden (Geräusch). Erst allmählich kommen sie ganz an die Oberfläche.

89

a) Erwärmen des Wassers; Verdampfen des Wassers; Erwärmen des Wasserdampfes
b) $4.2 \cdot 10^4 : 2.3 \cdot 10^6 : 1.9 \cdot 104 \approx 2 : 110: 1$;
c)



90

Glas und Wasser muss die Wärme $Q_{\text{zu}} = (c_W m_W + c_G m_G)(\vartheta_2 - \vartheta_1)$ zugeführt werden. Der Dampf gibt beim Kondensieren und der anschliessenden Abkühlung auf 80 °C die Wärme $Q_{\text{ab}} = m_D L_v + c_W m_D (\vartheta_V - \vartheta_2)$ ab. Beide Wärmemengen sind gleich, wenn die Wärmeabgabe an die Umgebung vernachlässigt wird. Daraus folgt

$$m_D = \frac{(c_W m_W + c_G m_G)(\vartheta_2 - \vartheta_1)}{L_v + c_W (\vartheta_V - \vartheta_2)}; \quad 15 \text{ g}$$

91

Am meisten Wasser verdampft, wenn die Anfangstemperaturen vom Wasser und vom Eisen so hoch wie möglich sind. Für Wasser bedeutet das eine Anfangstemperatur von 100 °C (Siedepunkt) und für Eisen von 1535 °C (Schmelzpunkt). Während das Wasser verdampft, kühlt das Eisen auf 100 °C ab. Der Einfluss des Gefässes wird vernachlässigt. So berechnen Sie die maximal verdampfte Wassermenge:

$$m_{\text{Wasser}} = \frac{c_{\text{Eisen}} m_{\text{Eisen}} \Delta T_{\text{Eisen}}}{L_v}; \quad 34 \text{ g}$$

Das ist viel weniger als 200 g (= 20% von 1000 g). Also ist die Aussage unglaubwürdig.

Luftfeuchtigkeit

92

Wenn 100% relative Feuchtigkeit überschritten ist, kommt es zur Kondensation. Nur die relative Feuchtigkeit ist also für die Beurteilung der Niederschlagswahrscheinlichkeit bzw. für die Wolken- oder Dunstbildung massgebend.

93

$p_{\text{Wasserdampf}} = f_r \cdot p_s(10\ °\text{C})$; 8.6 mbar; 0.89 %

94

$\Delta m = \varphi_r \rho_s V$; 0.85 g

95

$\rho_\text{W} = \varphi_r \rho_s\left(20\ °\text{C}\right)$; 6.8 g/m^3 also 5 °C.

96

$m = \varphi_\text{r} \rho_s V$; 21 kg

97

$\varphi_\text{a} = \rho_W = \rho_\text{s}\left(10\ °\text{C}\right)$; 9.41 g/m^3, $\varphi_r = \dfrac{\rho_W}{\rho_s\left(20\ °\text{C}\right)}$; 54 %

98

a) Mit der einströmenden Luft gelangt auch dampfförmiges Wasser, das praktisch immer in der Luft enthalten ist, in den Kühlschrank und gefriert an den Wänden zu Eiskristallen.

b) Bei –10 °C kann die Luft 2.36 g/m^3 aufnehmen, bei +20 °C 0.7·17.32 g/m^3.
Bei jedem Öffnen gelangen also 3.91 g Wasser in den Kühlschrank.
$\dfrac{1.00\ \text{kg}}{2 \cdot 3.91\ \text{g}}$; 128 Tage

Wärme-Arbeits-Maschinen, Kreisprozesse

99

a) Bei jedem Durchlaufen des Kreisprozesses der genannten Maschinen muss das Gas im Zylinder komprimiert werden. Beim Dieselmotor ist das die Kompression der Luft vor dem Einspritzen des Kraftstoffs. Diese Kompressionsarbeit wird vom Schwungrad verrichtet, das dabei Bewegungsenergie verliert. Das Schwungrad nimmt also in jedem Zyklus der Maschine Energie auf und gibt einen Teil davon an den Motor zurück. Nur die Differenz kann für andere Zwecke genutzt werden.

b) Es handelt sich in der Regel um Motoren mit vier oder mehr Zylindern. Die Kompressionsarbeit in einem Zylinder wird dann von einem anderen Zylinder verrichtet, der sich gerade im Arbeitstakt befindet. Wenn das Fahrzeug fährt und die Antriebsräder mit dem Motor gekoppelt sind, kann auch das Fahrzeug selbst die Rolle des Schwungrades übernehmen.

100

a) $\eta = \frac{Pt}{mH_u}$; 0.018 (1.8%)

b) $\eta_{\text{max}} = 1 - \frac{T_{\text{kalt}}}{T_{\text{warm}}}$; 0.44 (44%)

101

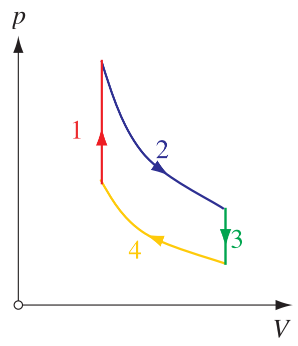
a) Der Teil mit konstantem Druck, also ein Viertel des Zylinders, wird mit Dampf gefüllt.
b) Durch Auszählen der Kästchen oder Ausschneiden und Wägen der Flächen: $W_{\text{Ex}} \approx 1.35 \cdot W$
c) $4 \cdot W$
d) Aus der gleichen Dampfmenge wird mit Expansion des Dampfes etwa 2.35-mal mehr Arbeit gewonnen. Allerdings ist die Arbeit pro Kolbenhub nur etwas mehr als halb so gross.
e) Der Ursprung des p-V-Koordinatensystems liegt in der linken unteren Ecke des Kästchenfeldes. Von dort aus gezählt hat der oberste Punkt auf der Kurve die Koordinaten (5|10). Das Produkt ist 50. Andere Punkte nahe an der Kurve sind (7|7), (10|5) und (16|3). In allen Fällen ist das Produkt etwa 50 oder grösser. Bei adiabatischer Expansion müsste es deutlich kleiner werden. Daher ist Watt wohl eher von einer isothermen Expansion ausgegangen.

102

a) Das Gas steht mit dem kalten Reservoir in Kontakt und hat sein maximales Volumen. Der Motor befindet sich am Übergang von der isochoren Abkühlung zur isothermen Kompression.

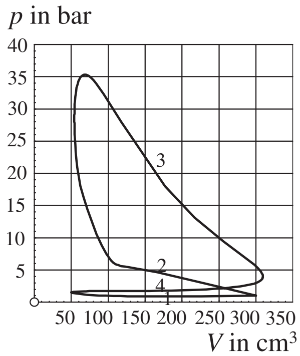
b) Während der Kompression bzw. Expansion bewegt sich der Verdrängerkolben fast nicht, so dass das Gas in dieser Zeit in Kontakt mit dem kalten bzw. heissen Wärmereservoir steht.

c)



1	Isochore Erwärmung	Wärmeaufnahme
2	Isotherme Expansion	Wärmeaufnahme Arbeitsabgabe
3	Isochore Abkühlung	Wärmeabgabe
4	Isotherme Kompression	Wärmeabgabe Arbeitsaufnahme

103



a) Es könnte ein Benzinmotor sein, wegen des Knickes nach der Zündung und weil der maximale Druck für einen Dieselmotor zu gering ist.

b) 1 Ansaugen
2 Komprimieren (mit Zündung)
3 Arbeitstakt
4 Ausschieben

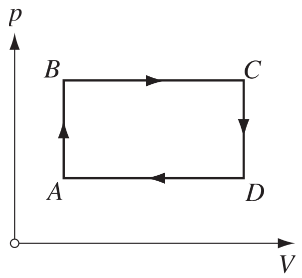
c) Die abgegebene Arbeit entspricht der eingeschlossenen Fläche im *p*-*V*-Diagramm. Ein Kästchen entspricht 25 J. Das ergibt 0.33 kJ.

d) Pro Arbeitszyklus (2 Umdrehungen) wird eine Arbeit von etwa 0.33 kJ abgegeben. Dies entspricht bei 4000 U/min einer Leistung von 11 kW.

e) $m = \dfrac{Pt}{\eta H}$; 2.7 kg

104

a)



b) $T_B = 1.5 T_A$; 560 K

$T_C = 2T_B$; $1.12 \cdot 10^3$ K

$T_D = \dfrac{T_C}{1.5}$; 746 K

c) $W = \Delta V \cdot \Delta p$; 188 J

d) Stoffmenge: $n = \dfrac{p_A V_A}{R T_A}$. Aufgenommene Wärme:

$Q_{\text{auf}} = C_V n(T_B - T_A) + C_p n(T_C - T_B)$.

Wirkungsgrad: $\eta = \dfrac{W}{Q_{\text{auf}}}$; 0.0769 = 7.69 %

e) $\eta_{\text{Carnot}} = 1 - \dfrac{T_A}{T_C}$; 0.667 = 66.7 %

105

$W_a = p_s \cdot \Delta V_s = m \cdot p_s \left(\dfrac{1}{\rho_s} - \dfrac{1}{\rho_{\text{Fl}}} \right) \approx m \cdot p_s \dfrac{1}{\rho_s}$; $1.69 \cdot 10^5$ J

106

a) $Q_K = (\varepsilon - 1) W_A$; 0.5 kJ bzw. P_K = 0.5 kW

b) $t \geq \dfrac{L_f m}{P_K}$; 2 h

c) Bezahlt wird W_A: 0.2 kW·2 h·17 Rappen/kWh; 7 Rappen

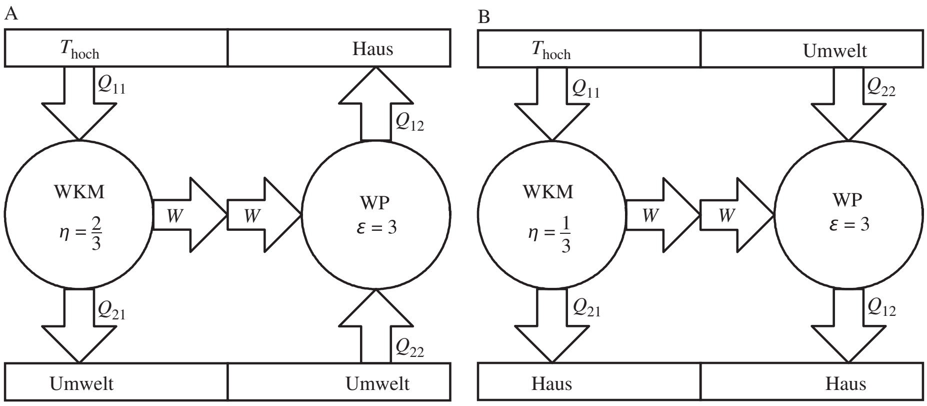
107

a) Numerisch: $\eta_1 = 1/3$, $\eta_2 = 1/2$, $\eta = 2/3$ mit den Temperaturen aus der Grafik und dem Carnot-Wirkungsgrad.
$Q_1 = Q_{11} = 3$ J aus der Grafik. $W_1 = \eta_1 Q_1$; 1J, $Q_{21} = Q_{11} - W_1$; 2J, $W_2 = \eta_2 Q_{12}$; 1J,
$W = \eta Q_1$; 2J
Die beiden Maschinen links geben zusammen dieselbe Arbeit ab, wie die Maschine rechts bei gleicher Primärenergie. Also haben sie denselben Wirkungsgrad!

b) Formal: Aus $\eta_1 = 1 - \frac{T_{\text{medium}}}{T_{\text{hoch}}}$, $\eta_2 = 1 - \frac{T_{\text{tief}}}{T_{\text{medium}}}$ und $\eta = 1 - \frac{T_{\text{tief}}}{T_{\text{hoch}}}$ folgt:
$\eta = \eta_1 + \eta_2 - \eta_1 \eta_2$
numerischer Test: $\frac{2}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}$

108

a)



b) Primärenergie = Q_{11}
A: $W = \eta_A Q_{11}$, Heizwärme = $Q_{12} = \varepsilon W = \varepsilon \eta_A Q_{11}$
$$\frac{\text{Heizwärme}}{\text{Primärenergie}} = \varepsilon \eta_A = 2$$

B: $W = \eta_B Q_{11}$, Heizwärme = $Q_{21} + Q_{12} = (1 - \eta_B) Q_{11} + \varepsilon \eta_B Q_{11}$
$$\frac{\text{Heizwärme}}{\text{Primärenergie}} = (1 - \eta_B) + \varepsilon \eta_B = \frac{5}{3}$$, also geringer als bei A.

System A ist besser.

Wärmeleitung

109

a) Alle Gegenstände am gleichen Ort haben nach einer gewissen Zeit die gleiche Temperatur.
b) Die schlechten Wärmeleiter im Kühlschrank (z.B. Butter) fühlen sich wärmer an als die guten Wärmeleiter (z.B. metallische Gitterroste), weil schlechte Wärmeleiter die Wärme der Hand kaum aufnehmen.

110

Die Luft zwischen den Wänden bzw. der Schaumstoffmantel sind sehr schlechte Wärmeleiter. Der Sekt muss vorgekühlt sein.

111

Geringe Wärmeleitung von Holz und der Luft im Zwischenraum,
Verminderung der Konvektion im Zwischenraum durch die Glaswolle.

112

a) $\vartheta_V = -195.8$ °C
b) Leitung: Glas guter Isolator, Vakuum zwischen den beiden Wänden bester Isolator.
Strömung: Dichteabnahme der Luft über dem Stickstoff nach oben, keine Strömung.
Strahlung: Reflexion der von aussen einfallenden Strahlung an der verspiegelten Wand.

113

Es bildet sich sehr schnell eine Dampfhaut (zischendes Geräusch beim ersten Berühren der heissen Platte), die schlecht wärmeleitend ist, und die den Flüssigkeitstropfen vor der raschen Verdampfung schützt.

114

a) $\Delta Q = \lambda \dfrac{\Delta T}{\Delta x} A \Delta t$; Kork 7.2 kJ

b) $d_{\text{Holz}} = d_{\text{Kork}} \cdot \dfrac{\lambda_{\text{Holz}}}{\lambda_{\text{Kork}}}$; 5.0 cm

c) Stein leitet die Wärme viel zu gut.

115

$$\frac{P}{A} = \frac{\Delta Q}{\Delta t A} = \lambda \cdot \frac{\Delta T}{\Delta x}$$; Holzwand: 17 W/m^2 ; Fenster: 250 W/m^2

Neue Fenster einbauen (mindestens Doppelverglasung).

116

a) Mit d_a = Aussendurchmesser und Δr = Wandstärke gilt für die Querschnittfläche *beider* Stützrohre: $A = 2\pi(d_a - \Delta r)\Delta r$.

Damit ist die gesuchte Leistung: $P = A\lambda\frac{\Delta T}{h} = 2\pi(d_a - \Delta r)\Delta r\lambda\frac{\Delta T}{h}$; 18 W

b) $m = \frac{Pt}{L_f}$; 4.6 kg

c) $1.3 \cdot 10^5$ t

Wärmestrahlung

117

$$P = \varepsilon\sigma A\left(T_{\text{Körper}}^4 - T_{\text{Luft}}^4\right) \Rightarrow T_{\text{Luft}} = \sqrt[4]{T_{\text{Körper}}^4 - \frac{P}{\varepsilon\sigma A}}; \quad 25\ °\text{C}$$

118

a) $P = \lambda\frac{\Delta T}{\Delta x}\pi d l$; 8.8 kW;

Diese Leistung ist grösser als die Heizleistung für ein gut isoliertes Einfamilienhaus.

b) $d' \approx 64$ mm, $\Delta x' = 10$ mm, $\lambda = 0.04\ \text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ (siehe Fundamentum); 11 W

c) $P = \sigma A_a\left(T^4 - T_{\text{Luft}}^4\right) = \sigma\pi(d + \Delta x)l\left(T^4 - T_{\text{Luft}}^4\right)$; 34 W

d) Das Wasserrohr gibt sicher etwas mehr Energie ab als in c), aber viel weniger als in a) berechnet. Kurze Rohrstücke mit nicht allzu hoher Oberflächentemperatur müssen nicht unbedingt isoliert werden.
Die viel zu grosse (falsche) Wärmeleistung in a) folgt aus falschen Voraussetzungen für die Temperaturen. Die Differenz von Innen- und Aussenwandtemperatur ist viel kleiner als 4 °C. Die Einstellung des Thermostaten darf nicht gleich der (präzisen) Innenwandtemperatur gesetzt werden. Die Messung von Oberflächentemperaturen ist sehr schwierig. Deshalb ist das Messergebnis von Karin ebenfalls nicht sehr genau.

119

$$\pi r_E^2 j_{\text{Sonne}} = 4\pi r_E^2 \sigma T_E^4$$

$$T_E = \sqrt[4]{\frac{j_{\text{Sonne}}}{4\sigma}}; \quad 279\ \text{K} = 6\ °\text{C}$$

120

a) $q = 1.7\ \text{W/kg}$

b) Für die Masse gilt: $m = \dfrac{4\pi}{3} r^3 \rho$, für die Oberfläche $A = 4\pi \cdot r^2$

Energieerhaltung (Leistung):

$A\sigma\left(T_K{}^4 - T_U{}^4\right) = qm$ und daraus $r = \dfrac{3}{\rho q}\sigma\left(T_K{}^4 - T_U{}^4\right)$; 16 cm

Höhe: 32 cm; Oberfläche: 0.32 m^2; Masse: 17 kg (Fuchs!)

c) $r = 37$ cm
Höhe: 73 cm; Oberfläche: 1.7 m^2; Masse: 0.21 t (Hirsch, Bär)

d) Die Ohren vergrössern die Oberfläche (Kühlrippen!) und ermöglichen dem Tier mehr Wärme abzugeben. Dadurch lässt sich eine Überhitzung des Körpers vermeiden. In kalten Regionen sind die Ohren dagegen klein, damit möglichst wenig Wärme abgegeben wird.

121

Wegen des Vakuums und der dünnen Zuleitungsdrähte kann Wärmeleitung vernachlässigt werden. Die zugeführte, elektrische Leistung und die empfangene Wärmestrahlung der Umgebung muss also bei konstanter Temperatur durch Wärmestrahlung vollständig wieder abgegeben werden:

$P + \sigma A T_U^4 = \sigma A T^4$

$P = \sigma(2\pi r^2 + 2\pi r h)(T^4 - T_U^4)$; 9.9 W

122

a) Der Wärmestrom von der Drahtoberfläche (Enden vernachlässigt) ist gleich der elektrischen Leistung: $2\pi r l \sigma (T^4 - T_U^4) = P$

Für die Leistung gilt aber auch: $P = \dfrac{U^2}{R} = \dfrac{U^2 A}{\rho_{2000} \cdot l} = \dfrac{\pi r^2 U^2}{\rho_{2000} \cdot l}$

Eliminieren von l und Auflösen nach r liefert: $r = \sqrt[3]{\dfrac{P^2 \rho_{2000}}{2\pi^2 U^2 \sigma (T^4 - T_U^4)}}$; 0.012 mm

Die Länge ist $l = \dfrac{U^2 \pi r^2}{\rho_{2000} \cdot P}$; 0.54 m

(Der feine Draht ist zu einer Wendel aufgewickelt.)

b) Die Abkühlzeit für einen Schritt berechnet sich aus dem Quotienten der abgegebenen Wärme und des Wärmestroms von der Oberfläche des Drahtes:

$$\Delta t \approx \frac{Q}{P} = \frac{c m \Delta T}{A\sigma\left(\bar{T}^4 - T_U^4\right)} = \frac{c r \rho \Delta T}{2\sigma\left(\bar{T}^4 - T_U^4\right)}$$

Eine Berechnung (z.B. mit einem Tabellenkalkulationsprogramm) liefert die Ergebnisse. Die gesuchte Zeit ist $t = 0.18$ s.

ϑ in °C	Δt in s
2000	0.0011
1900	0.0013
1800	0.0016
1700	0.0019
1600	0.0024
1500	0.0030
1400	0.0038
1300	0.0050
1200	0.0065
1100	0.0087
1000	0.0119
900	0.0168
800	0.0245
700	0.0371
600	0.0590
500	
Summe:	0.1848

123

a) 3000 K: σT^4; 459 W/cm^2, farbige Fläche 50 W/cm^2, 11 %
5700 K: σT^4; 5.99 kW/cm^2, farbige Fläche 2.3 kW/cm^2, 38 %
20000 K: σT^4; 0.91 MW/cm^2, farbige Fläche 0.11 MW/cm^2, 12 %
Bemerkung: Ablesegenauigkeit sollte zu einer Genauigkeit von etwa 5% führen. Die schraffierten Flächen können durch Dreiecke, Rechtecke oder Trapeze angenähert werden.

b) Für eine möglichst hohe Lichtausbeute ist eine Drahttemperatur von 5700 K wünschenswert, eine höhere Temperatur führt zu einem höheren Ultraviolett-Anteil und damit zu weniger (sichtbarem) Licht.
Die Schmelztemperatur begrenzt die Temperatur nach oben.

c) Aus einem leitenden Material mit hoher Schmelztemperatur.
Wolfram: 3695 K
Kohlenstoff: 4098 K (Sublimation)
Osmium: 3306 K
Tantal: 3290 K
Rhenium: 3459 K
Der Name Osram ist übrigens abgeleitet von Osmium und Wolfram.
Der Erfinder der Glühbirne T. A. Edison verwendete unter anderem Kohlefäden.