

Übungsblatt 10 zur Quantenelektronik I

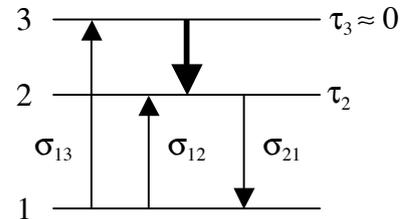
Bereitgestellt: 28.05.07

Abgabe: 04.06.07

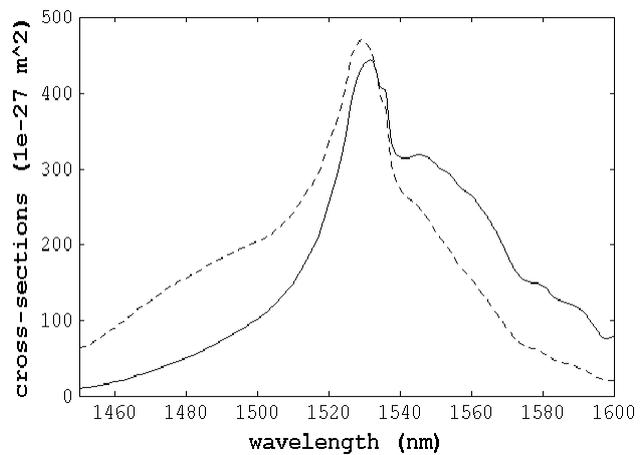
Rückgabe: 12.06.07

Aufgabe 1 Erbium-Faserverstärker und -Faserlaser

Faserlaser und vor allem Faserverstärker auf der Basis von Erbium-dotierten Glasfasern haben in den letzten Jahren sehr grosse Bedeutung für die Telekommunikation erlangt. Insbesondere werden solche Faserverstärker für Datenübertragung über lange Strecken eingesetzt. Die niedrigsten drei Energieniveaus des Er^{3+} -Ions sind in der Zeichnung rechts angedeutet.



Wir haben einen optischen Pumpübergang bei ca. 980 nm von Niveau 1 (Grundzustand) in Niveau 3 mit Wirkungsquerschnitt σ_{13} . Ionen im Niveau 3 werden durch einen Multiphononen-Übergang sehr schnell in Niveau 2 transferiert, welches eine Fluoreszenzlebensdauer $\tau_2 \approx 10$ ms hat. Die Spektren für den Laserübergang $2 \rightarrow 1$ in einem typischen Glas sind nebenan gezeigt, und zwar die Absorption σ_{12} gestrichelt und Emission σ_{21} durchgezogen. Für eine gegebene Laser-Wellenlänge λ_L können daraus die Werte für σ_{12}



und σ_{21} entnommen werden. Die spektrale Abhängigkeit kommt dadurch zustande, dass die Energieniveaus jeweils aus mehreren Unterzuständen bestehen, die aus verschiedenen Gründen etwas unterschiedliche Energien haben und deswegen auch bei gegebener Temperatur mit unterschiedlichen Wahrscheinlichkeiten besetzt werden. Die gezeigten wellenlängen-abhängigen "effektiven Wirkungsquerschnitte" σ_{12} und σ_{21} enthalten diese Besetzungswahrscheinlichkeiten bereits und sind deswegen sehr nützlich: Die Kenntnis der einzelnen Unterzustände ist für ihre Verwendung nicht notwendig.

- Wir betrachten ein Er^{3+} -dotiertes Glas mit Dotierungsdichte N_d , in welchem die Pumpintensität I_p und die Laser-Intensität I_L auftritt. Die zur Pump- und Laserwellenlänge gehörenden Wirkungsquerschnitte σ_{13} , σ_{12} und σ_{21} seien gegeben. Berechnen Sie mit Hilfe einer Ratengleichung die Dichte N_2 der Ionen im Niveau 2 für den stationären Fall als Funktion von I_p und I_L .
(Tipp: Beachten Sie, dass sich zu jeder Zeit alle Ionen im Niveau 1 oder 2 befinden.)
- Berechnen Sie den Amplituden-Verstärkungskoeffizienten $g(N_2)$, wobei g so definiert ist, dass die Laser-Intensität für konstantes g proportional zu $\exp(2gL)$ (mit $L =$ Propagationslänge) anwachsen würde (Notation wie im Skript). Skizzieren Sie den Verlauf von g in Abhängigkeit von I_p mit $I_L = 0$.
- Bei welcher Wellenlänge tritt für grosses I_p und $I_L = 0$ die höchste Verstärkung der Laserwelle auf? Was heisst hier "grosses I_p "? Wie verändert sich das Verstärkungsmaximum qualitativ für weniger starke Anregung? Diskutieren Sie darauf aufbauend, wie die Wellenlänge eines Er:Glas-Lasers (ohne weitere wellenlängenselektive Komponenten

im Resonator) sich ändert, wenn die Resonatorverluste geändert werden. Tritt zusätzlich eine Änderung der Wellenlänge auf, wenn die Pumpleistung verändert wird?

- d) Aus einer Er^{3+} -dotierten Glasfaser kann durch Anbringen von zwei Spiegeln an den Enden ein Faserlaser hergestellt werden. Gepumpt wird dieser gewöhnlich durch Injektion von Pumplicht durch eines der Enden. Diskutieren Sie, wie die Schwellenleistung von der Faserlänge abhängt, wenn immer die gleichen Spiegel verwendet werden. (Eine qualitative Diskussion genügt.)
- e) Der Anteil der Er^{3+} -Ionen, der im Betrieb des Faserlasers nicht angeregt ist, absorbiert Laserstrahlung. Diskutieren Sie, wie dies sich auf die Schwellenleistung und auf die Effizienz des Lasers auswirkt.

Aufgabe 2 Thermische Linse

Wir betrachten einen homogenen zylindrischen Laserkristall mit Länge L und Radius R , in dem durch die Anregung mit Pumplicht eine Wärmeleistung P mit räumlich und zeitlich konstanter Leistungsdichte zugeführt wird. Die beiden Endflächen sind thermisch isoliert, während die Mantelfläche durch Kontakt mit einer Kühleinrichtung auf der konstanten Temperatur T_0 gehalten wird. Dadurch entsteht eine alleine von der radialen Position r abhängige Temperaturverteilung.

- a) Bestimmen Sie die Funktion $T(r)$ aus der stationären Wärmeleitungsgleichung $\Delta T = -Q/K$, wobei Δ der Laplace-Operator, $Q = P/V = P/(\pi R^2 L)$ die pro Volumen umgesetzte Wärmeleistung und K der Wärmeleitungskoeffizient des Kristalls (in W/Km) ist.
Tipp: Verwenden Sie den Laplace-Operator in zylindrischen Koordinaten. Verwenden Sie $T(r) = -ar^2 + b$ als Lösungsansatz mit zu bestimmenden Koeffizienten a und b (Randbedingung nicht vergessen).
- b) Die radiale Abhängigkeit der Temperatur erzeugt über den Koeffizienten dn/dT ein Brechungsindex-Profil mit ähnlichem räumlichen Verlauf. (Wir vernachlässigen hier zusätzliche Effekte durch mechanische Spannungen, obwohl diese auch wichtig sein können.) Dies führt zu einer "thermischen Linse". Berechnen Sie deren Brechkraft (Kehrwert der Brennweite).
Tipp: Die Wirkung einer dünnen Linse kann so beschrieben werden, dass sie einem einfallenden Strahl eine r -abhängige Phasenverschiebung aufprägt, wobei die funktionale Form der in Teil a) berechneten gleicht. Diese Phasenverschiebung lässt sich mit der Brennweite f in Verbindung bringen, indem man z. B. verwendet, dass von einem Punkt im Abstand f von der Linse ausgehende Kugelwellen in ebene Wellen nach der Linse übergehen. Eine solche Rechnung ist korrekt, solange die Brennweite wesentlich grösser ist als die Dicke der Linse bzw. die Länge des Kristalls. Zudem sei der Durchmesser der Linse klein im Vergleich zur Brennweite (d.h. wir betrachten nur Phasenverschiebungen für $r \ll f$).
- c) Diskutieren Sie, welche Auswirkungen die Ausbildung einer thermischen Linse in einem Laser haben könnte.