

Übungsblatt 6 zur Quantenelektronik I

Bereitgestellt: 23.04.07

Abgabe: 07.05.07

Rückgabe: 15.05.07

Aufgabe 1 *Interferenz nichtkollinearer Wellen unterschiedlicher Frequenz*

In der Vorlesung wurde die Interferenz zweier ebener Wellen im Fall gleicher Frequenz und nichtkollinearer k -Vektoren und im kollinearen Fall mit unterschiedlichen Frequenzen diskutiert.

- a) Berechnen Sie das Interferenzmuster, welches bei der Überlagerungen zweier ebener Wellen mit unterschiedlichen Kreisfrequenzen ω_1 und ω_2 auf einem Schirm entsteht. Die Wellen sollen unter Einfallswinkeln von $+\theta$ bzw. $-\theta$ (d.h. nichtkollineare k -Vektoren) auf den Schirm einfallen.
- b) Aus dem Resultat von a) sehen wir, dass ein zeitlich veränderliches Streifenmuster entsteht. Bestimmen Sie die Modulationsperiode (d.h. Abstand zwischen zwei Interferenzmaxima) und die Geschwindigkeit, mit der sich die Modulation über den Schirm bewegt.
- c) Nachdem wir die Überlagerung monochromatischer Wellen eingehend diskutiert haben, soll nun betrachtet werden, was passiert, wenn zwei Gauss'sche Wellenpakete (Gauss-Puls in der Zeit, ebene Welle im Raum) unterschiedlicher Zentralfrequenz und mit einer relativen zeitlichen Verzögerung von τ unter obiger Geometrie auf dem Schirm überlagert werden. Die elektrischen Felder der beiden Gauss'schen Wellen, welche sich mit Gruppengeschwindigkeit v_g in Richtung des k -Vektors ausbreiten, seien hier gegeben:

$$E_1(\vec{r}, t) = A_1 e^{-\Gamma \left(t - \frac{1}{v_g} \frac{\vec{k}_1 \cdot \vec{r}}{|\vec{k}_1|} \right)^2} e^{i(\omega_1 t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r} + \varphi_1)}, \quad E_2(\vec{r}, t) = A_2 e^{-\Gamma \left(t - \frac{1}{v_g} \frac{\vec{k}_2 \cdot \vec{r}}{|\vec{k}_2|} \right)^2} e^{i(\omega_2 t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r} + \varphi_2)}$$

Leiten Sie den Ausdruck für das Interferenzmuster auf dem Schirm her und diskutieren Sie dieses Resultat (Hinweis: Plotten Sie zum Beispiel die Zeitabhängigkeit des Interferenzmusters mit einem Programm wie Matlab, um die Wirkung der verschiedenen Parameter zu verstehen).

Aufgabe 2 *Michelson-Interferometer*

Wir diskutieren Längenmessungen mit einem Michelson-Interferometer. Skizzieren Sie den Aufbau.

- a) Geben Sie eine Gleichung an, die die Abhängigkeit der Leistung am Detektor von der Längendifferenz δ der Interferometerarme beschreibt. Der Strahlteiler sei zu 50 % reflektierend. Wo verbleibt die Leistung, die nicht am Detektor ankommt?
- b) Die Richtung einer Längenänderung, die z. B. ausgehend von einem Intensitätsmaximum erfolgt, lässt sich am Detektorsignal nicht unmittelbar erkennen. Zeigen Sie, dass sich die dazu noch fehlende Information gewinnen lässt, indem man die Längendifferenz zusätzlich schnell sinusförmig moduliert (Wie? Wie schnell? Wie stark?) und die im Detektorsignal entstehende Modulation geeignet auswertet.

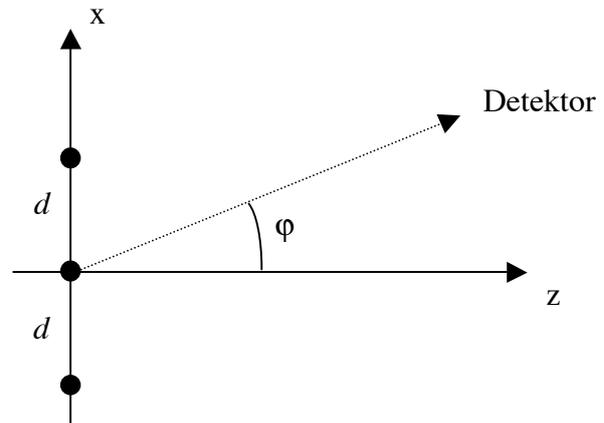
Tipp: Um den Phasenwinkel (modulo 2π) zu ermitteln, muss man den Kosinus und den Sinus davon ermitteln. Eines davon bekommt man aus der mittleren Intensität, das andere aus der detektierten Modulation, indem man das Modulationssignal elektronisch mit dem für die Weglängenmodulation verwendeten Signal multipliziert und zeitlich mittelt.

- c) Manche Michelson-Interferometer werden mit zwei Laser-Wellenlängen gleichzeitig betrieben. Welcher Vorteil kann damit erreicht werden?

Tipp: Welches Problem verursacht die Periodizität des Detektorsignals?

Aufgabe 3 „Phased-Array“ Antenne

Wir betrachten eine Antennenanlage, die aus drei einzelnen Antennen besteht, welche in der Zeichnung rechts senkrecht zur Zeichenebene ausgerichtet sind. Der Abstand zwischen je zwei Antennen sei d . Die Antennen werden mit den gleichen Signalen betrieben, wobei jedoch die Signale für die beiden äusseren Antennen gegenüber dem Signal der mittleren Antenne zeitlich verschoben sind (eines um $+\delta t$ und eines um $-\delta t$).



- Berechnen Sie die entstehende Intensität in der x-z-Ebene in grossem Abstand ($\gg d$) als Funktion der Winkelkoordinate φ . (Es interessiert nur die φ -Abhängigkeit und der Einfluss von δt !)
- Zeigen Sie, dass sich die Abstrahlcharakteristik über die Zeitdifferenz δt einstellen lässt. Wie gross wird man d üblicherweise wählen, um eine möglichst gut gerichtete Abstrahlung zu erhalten? Wie erhielte man eine noch stärker gerichtete Abstrahlung?
- Liesse sich ein ähnliches Schema auch für eine Empfangsantenne verwenden?