

Übungsblatt 2 zur Quantenelektronik I

Bereitgestellt: 26.03.07

Abgabe: 2.04.07

Rückgabe: 10.04.07

Aufgabe 1 Dispersion im Infraroten und im Röntgenbereich

- a) Berechnen Sie mit Hilfe der Sellmeier-Gleichung für Quarz (Skript, Kapitel 1.5.2) Phasen- und Gruppengeschwindigkeit bei einer Wellenlänge $\lambda = 820$ nm. Tip: Für die Gruppengeschwindigkeit verwendet man am einfachsten die Funktion $k_n(\omega) = (\omega/c) \cdot n(\omega)$ und berechnet die Ableitungen nicht analytisch, sondern näherungsweise mit einer vernünftig gewählten Schrittweite. Wie prüft man, was hier "vernünftig" ist?
- b) Zwei sich anfangs überlappende Pulse mit Zentralwellenlängen von 820 nm bzw. 1064 nm breiten sich in Quarz aus. Nach welcher Strecke sind die Puls-Maxima um 1 ps voneinander getrennt?
- c) Betrachten Sie nun im Vergleich dazu den Verlauf des Brechungsindex von Aluminium im Wellenlängenbereich von 0.05 nm bis 40 nm. Benutzen Sie dazu die Materialdatenbank auf http://www-cxro.lbl.gov/optical_constants/. Was fällt auf?

Aufgabe 2 Frequenzverdopplung

In einem nichtlinearen Medium breite sich eine x -polarisierte ebene Welle in z -Richtung mit Frequenz ω_1 und komplexer Amplitude E_{10} aus, so dass $E_{1x}(t, z) = \text{Re}\left(E_{10} \exp(i(\omega_1 t - k_1 z))\right)$.

Diese erzeugt eine nichtlineare Polarisation in y -Richtung: $P_{NL,y}(t, z) = 2\varepsilon_0 d_{\text{eff}} E_{1x}^2(t, z)$.

- a) Zeigen Sie, dass die nichtlineare Polarisation u. a. eine Komponente mit der Frequenz $\omega_2 = 2\omega_1$ enthält.
- b) Mit welcher Phasengeschwindigkeit und Wellenzahl breitet sich die erzeugte Polarisationswelle aus? (Gegeben seien die Brechungsindizes $n_1 = n(\omega_1)$ und $n_2 = n(\omega_2)$.)
- c) Betrachten Sie detaillierter die Erzeugung einer frequenzverdoppelten Welle mit Frequenz $\omega_2 = 2\omega_1$ für den Fall $n_1 = n_2$ („Phasenanpassung“). Zeigen Sie, dass die Amplitude der frequenzverdoppelten Welle in z -Richtung linear ansteigt. Verwenden Sie hierfür die Wellengleichung im Medium mit der nichtlinearen Polarisation als Quellterm. Setzen Sie dort die Lösung an in der Form $E_{2y}(t, z) = \text{Re}\left(E_{2y}(z) \exp(i\omega_2 t)\right)$. Danach setzen Sie $E_{2y}(z) = \tilde{E}_{2y}(z) \exp(-ik_2 z)$, so dass die neue Größe $\tilde{E}_{2y}(z)$ ohne nichtlineare Polarisation konstant wäre. Sie erhalten eine Differentialgleichung zweiter Ordnung für $\tilde{E}_{2y}(z)$, wobei Sie den Term mit der zweiten Ableitung vernachlässigen können, wenn $\tilde{E}_{2y}(z)$ genügend langsam variiert. Von der Rückwirkung der frequenzverdoppelten Welle auf die nichtlineare Polarisation sehen wir hier ab.
- d) Was ändert sich, wenn die Bedingung $n_1 = n_2$ nicht erfüllt ist, so dass eine Phasenfehlanpassung $\Delta k := k_2 - 2k_1 \neq 0$ auftritt?
- e) Wie kann man in einem doppelbrechenden Material die Phasenanpassung erreichen trotz des Umstands, dass aufgrund der Dispersion normalerweise $n_1 < n_2$ gilt?